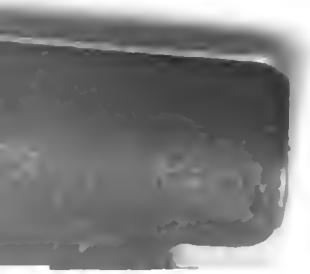
4° Acad 30 (1761

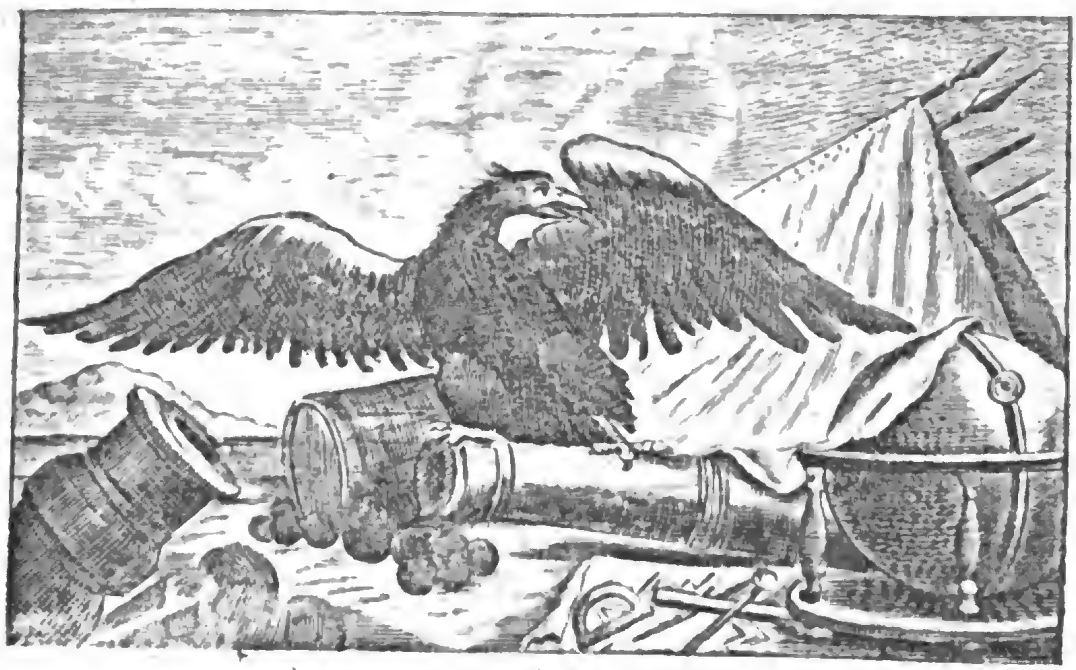


Digitized by Google

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

Histoire de l'Académie Berlin 1761

ANNE'E MDCCLXI.



A BERLIN,
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour et de l'Académie Royale.
MDCCLXVIII.

Digitized by Google

Imprimé
r ordre de l'Académie.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Digitized by Google

TABLE.

CLASSE
DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTABLE.

Conſidérations Dioptriques. Troiſieme Partie. *Application des principes de la théorie établie dans les deux premieres Parties, à la pratique dans la conſtruction des lunettes, pour obtenir la diſpoſition la plus favorable des oculaires*, par M. le Comte DE REDERN. page 3

Sur *la réſiſtance des fluides*, par M. SULZER. 41

Sur *une eſpece de prolification très rare, arrivée au centre du piſtille, dans une Iris monſtrueuſe, & ſur une autre ſinguliere dans un Lis blanc*, par M. GLEDITSCH. 50

Obſervations *ſur le ſquirre & les abſcés du cerveau, avec l'explication phyſiologique & pathologique*, par M. MECKEL. 59

Courte Deſcription *d'un Monſtre humain*, par M. ROLOFF. 73

CLAS-

Digitized by Google

CLASSE
DE MATHEMATIQUE.

Remarque *ſur un beau rapport entre les ſéries des puiſſances tant directes que réciproques*, par M. EULER. 83

Recherches *ſur la confuſion des verres dioptriques cauſée par leur ouverture*, par M. L. EULER. 107

Recherches *ſur les moyens de diminuer, ou de réduire même à rien, la confuſion cauſée par l'ouverture des verres*, par M. L. EULER. 147

Nouvelle maniere *de perfectionner les verres objectifs des lunettes*, par M. L. EULER. 181

Détermination *du champ apparent que découvrent tant les téleſcopes que les microſcopes*, par M. L. EULER. 191

Regles générales *pour la conſtruction des téleſcopes & des microſcopes*, par M. L. EULER. 201

Sur *la perfection des lunettes aſtronomiques qui repréſentent les objets renverſés*, par M. L. EULER. 212

Recherches *ſur des lentilles objectives faites d'eau & de verre, qui repréſentent les objets diſtinctement & ſans aucune confuſion de couleurs*, par M. J A. EULER. 231

Digitized by Google

Mémoire *ſur quelques propriétés remarquables des quantités tranſcendentes circulaires & logarithmiques*, par M. LAMBERT. 265

CLASSE
DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

Troiſieme Mémoire ſur les Principes métaphyſiques. *De l'uſage légitime du Principe de la Raiſon ſuffiſante*, par Mr. BEGUELIN. 325

Suite de la Pſychocratie, *ou de l'empire & du gouvernement de l'ame ſur la multitude des êtres, ſimples comme elles, mais d'une nature inférieure à la ſienne, dont le corps eſt compoſé. Quatrieme hypotheſe ſur l'union du corps & de l'ame*, par M. DE PREMONTVAL. 341

Fin de la Pſychocratie. 371

CLASSE
DE BELLES-LETTRES.

Réflexions *ſur les Spectacles*, par M. FORMEY. 423

Seconde Diſſertation, *où il eſt parlé des Navigations de Tarſcis*,

Digitized by Google

& par occaſion de celles d'Ophir, par M. DE FRANCHEVILLE. 439

Diſcours du Sécretaire perpétuel. 496

Eloge *de* M. ELLER. 498

Eloge *de M. le Comte* DE PODEWILS. 510

Eloge *de* M. BECMANN. 523

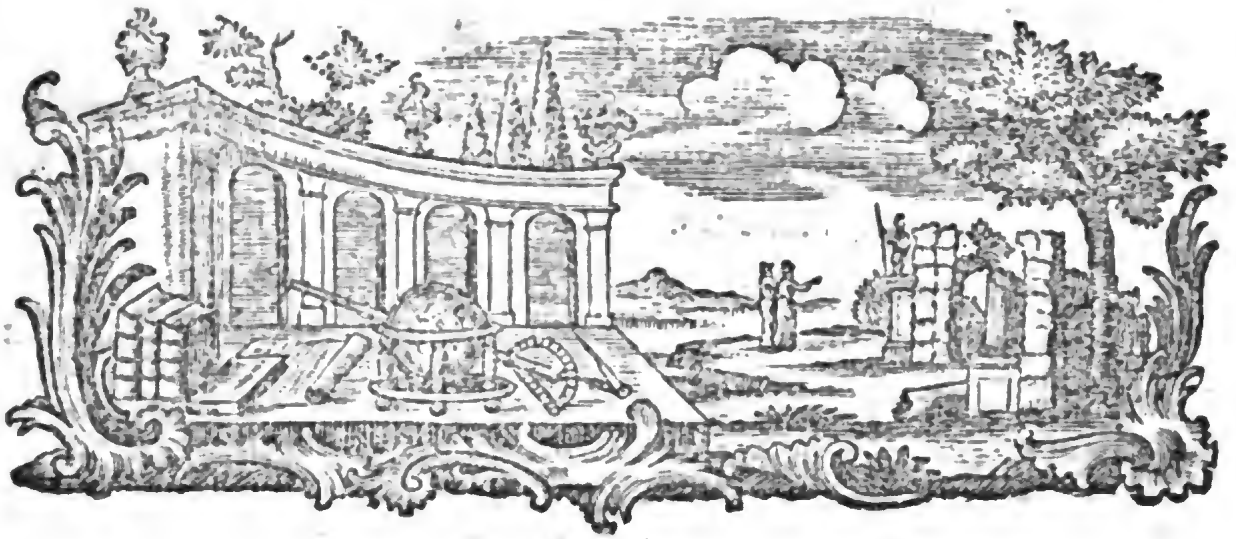
Digitized by Google

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

* *
*

Digitized by Google



CONSIDÉRATIONS DIOPTRIQUES.

TROISIEME PARTIE.

APPLICATION DES PRINCIPES DE LA THÉORIE ÉTABLIE DANS LES DEUX PRÉMIERES PARTIES A LA PRATIQUE DANS LA CONSTRUCTION DES LUNETTES, POUR OBTENIR LA DISPOSITION LA PLUS FAVORABLE DES OCULAIRES *).

PAR M. LE COMTE DE REDERN.

Les objets étant transmis par les Lunettes à travers pluſieurs lentilles, il eſt néceſſaire de conſiderer leur nombre, leurs places, leurs diſtances, leurs ouvertures et la diſtance de l'objet, pour déterminer la route des raïons, les images qu'ils form^ent, et les points où ils les répréſentent.

*) Voyez Tom. XVI. p. 3. & ſuiv.

Digitized by Google

Planche I. Fig. 1. Les images des objets dont la distance est infinie, sont formées par des raïons parallelles d, d, dans le foyer de la lentille même, d; c'est le cas des Objectifs des lunettes.

Les images des objets dont la distance n'est pas infinie, mais plus éloignée que le foyer de la lentille, sont représentées au delà du foyer de la lentille, en a; si les raïons a, a, dans l'incidence sont divergents en raison du produit de la distance de l'objet, ou du point dont ils partent $= b$, et du foyer de la lentille divisé par leur différence, $\frac{ab}{a-b}$; c'est le cas des Objectifs des Microscopes.

Si les raïons c & c dans l'incidence sont convergents, l'image tombe en dedans du foyer en c, en raison du produit de la distance de l'objet & du foyer divisé par leur somme $\frac{ab}{a+b}$.

Lorsque l'objet se trouve dans le foyer de la lentille, l'image est projettée à une distance infinie.

Si l'objet, ou le point d'où partent les rayons, est plus près que le foyer, l'image est représentée dans la même raison, mais en arriere, vers l'objet même, selon l'incidence convergente ou divergente des raïons $\frac{ab}{a+b}$ & $\frac{ab}{a-b}$; c'est encore le cas des Microscopes.

Ces éléments fixent les lieux où les images sont répresentées, & la route des raïons.

Deux lentilles, par exemple, jointes d'un foyer égal positif, réduisent leurs foyers à la moitié, ou représentent l'image à la moitié de la distance de leurs foyers. Comme la seconde lentille est supposée jointe sans distance, & que l'incidence des raïons devient convergente à son égard; leur foyer commun, ou la distance de l'image, sera le foyer de la seconde lentille divisé par la somme des foyers des deux lentilles; & comme les foyers sont égaux, c'est la moitié du foyer $\frac{a}{2a}$ ou $\frac{1}{2}a$.

Si la

Digitized by Google

Si la ſeconde lentille eſt à quelque diſtance, le foyer commun, ou le lieu de l'image, eſt comme le produit de cette diſtance & de ſon foyer diviſé par la ſomme de la diſtance & du foyer.

De même, lorsque les deux lentilles ſont, l'une d'un foyer poſitif, & l'autre d'un foyer negatif.

Si elles ſont jointes, poſons le foyer poſitif = + 4 pouces, le foyer négatif = — 8 pouces; le foyer commun, ou le lieu de l'image, ſera $= \frac{-8}{+4-8} = \frac{-8}{-4} = +2$ pouces; ſi elles ſont à quelque diſtance, à 2 pouces par exemple, c'eſt $= \frac{-8}{+2-8}$ pouces $= \frac{-8}{-6} = +1\frac{1}{3}$ pouces.

Lorsqu'une lentille eſt placée de maniere que l'image ſe trouve dans ſon foier, qui eſt particulierement le cas des oculaires et celui de la ſeconde lentille, dans la conſtruction ordinaire des lunettes à 4 lentilles; la diſtance de l'image, ſi le foyer par exemple eſt b, devient infinie $= \frac{bb}{b-b \text{ ou zero}}$; les raions parallelles d'un objet éloigné à l'infini, forment l'image dans le foyer de la lentille; l'image préſentée dans ſon foier eſt projettée par conſéquent par des raions parallelles.

Mais les raions terminateurs de l'image, dont le point lumineux qui fixe ſa diſtance ſe trouve dans le centre de l'objectif, doivent couper l'axe en o, après avoir traverſé l'oculaire à la diſtance qui ſera en raiſon de la ſomme des foyers de l'objectif & de l'oculaire, multipliée par celui de l'oculaire, & diviſée par la ſomme des deux foyers moins celui de l'oculaire; $\frac{a+b\,(b)}{a+b-b} = \frac{ab+bb}{a} = \frac{24}{10} = 2_{10}\frac{4}{5}$ pouces. C'eſt Fig 1.

le point où l'oeil doit être placé pour voir les images colorées, dans une même direction ou ſous un même angle, & pour découvrir le champ; qui deviendra plus avantageux avec une plus grande multi-

 plica-

Digitized by Google

plication, lorsque ce raion coupera l'axe plus près de l'oculaire qu'en *o*, & formera un angle plus ouvert.

Lorsque l'oculaire, pour la vuë courte des myopes eſt rapproché en dedans de ſon foyer, c'eſt à dire, plus près de l'image repréſentée dans le foyer de l'objectif, que ſon foyer; l'image n'eſt plus repréſentée à l'infini; mais rapprochée à une diſtance plus ou moins proche, ſelon la proximité de l'oculaire; ſoit l'oculaire rapproché à la moitié de *b*, ou de ſon foyer; la diſtance de l'image ſera $= \frac{2\ (1)}{2-1}$ $= 2$; ou au produit du foyer 2, multiplié par la diſtance égale au demi-foyer, diviſé par le foyer, moins la diſtance ou le demi-foyer, & elle ſera repréſentée en arriere vers l'objet.

Le raïon terminateur de l'image *m n* ne coupera plus l'axe en *o*, mais à la diſtance $= \frac{a + \frac{1}{2}\ b\ (b)}{a + \frac{1}{2}\ b - b} = \frac{10 + 1\ (2)}{10 + 1 - 2} = \frac{22}{9}$ $= 2\frac{4}{9}$ pouces.

Lorsque l'oculaire pour la vuë longue des presbytes eſt éloigné au delà de la diſtance de ſon foyer; l'image n'eſt plus infinie, mais éloignée à la diſtance néceſſaire; ſoit l'oculaire éloigné, à la moitié de ſon foyer; il ſera de l'image à $1\frac{1}{2}$ de ſon foyer; la diſtance de l'image ſera $= \frac{b + \frac{1}{2}\ b\ (b)}{b + \frac{1}{2}\ b - b}$ ou $\frac{2\ (3)}{3-2} = 6$ pouc. & l'image tombera en avant derriere l'Obſervateur.

Le raïon terminateur *m n* de l'image coupera l'axe à la diſtance $= \frac{a + b + \frac{1}{2}\ b}{a + b + \frac{1}{2}\ b - b}$; ou $\frac{10 + 3\ (2)}{10 + 3 - 2} = \frac{26}{11} = 2\frac{4}{11}$.

Lorsqu'une lentille eſt placée dans le foyer d'une autre lentille dans le lieu de la répréſentation de l'image, le point lumineux duquel divergent les raïons terminateurs de l'image, étant au centre de l'objectif

jectif même; ce point fixe la distance de l'image égale au foyer de l'objectif à son égard, & les raïons terminateurs de l'image doivent par conséquent couper l'axe à la distance qui sera en raison du produit des deux foyers divisé par leur difference.

La représentation des images par les Lunettes & les Téleſcopes prouve de la maniere la plus convaincante, que dans la vision des objets en général, mais dans celle particulierement, qui se fait par la réfraction ou la réflexion de la lumiere, nous n'appercevons réellement, que la direction des raïons & de l'angle visuel; la distance, le lieu de l'objet & de l'image, aussi bien que leur grandeur, sont un jugement purement métaphysique, qui dépend de l'expérience, du secours des autres sens & de nos connoissances.

L'aveugle de Cheselden vouloit toucher également les objets qui étoient tout près de lui & ceux qui étoient à une grande distance: le doigt, le toucher instruit l'enfant, forme & rectifie son jugement, aussitôt qu'il a assez de force pour étendre son bras.

Ces réflexions ont échappé sans doute à l'illustre Neuton, lorsque, dans son Traité d'Optique, il établit comme un Axiome; c'est le huitieme:

„Un objet vu par réflexion ou par réfraction, paroit dans l'en„droit d'où les raïons divergent après leur derniere réflexion ou réfra„ction, dans le tems qu'ils viennent à tomber sur l'oeil du spectateur."

Et dans l'explication il ajoute; „si l'objet est vu à travers deux „ou plus de deux verres convexes ou concaves, chaque verre présente„ra une nouvelle image, & l'objet paroitra dans le lieu & de la gran„deur de la derniere image. C'est de cette observation que dépend l'ex„plication de la Théorie des Microscopes & des Téleſcopes."

Si cela étoit vrai, le spectateur verroit les objets dans la lunette même à toutes sortes de distances, & hors de la lunette derriere lui.

Je re-

Digitized by Google

Je reviens à l'application des éléments exposés à la construction des lunettes mêmes.

Je ne m'arrête pas aux lunettes qu'on forma d'abord en joignant à la lentille objective convexe, un oculaire concave qui transmet l'image à l'oeil, avant que les raïons puissent converger dans le foyer; la petitesse du champ qu'elles admettent, les rend impropres pour des grossissements considerables.

Les lunettes qu'on appelle Astronomiques, sont formées de deux lentilles convexes.

L'une est l'Objectif, dont la perfection fait particulierement le sujet de la premiere partie de ce Mémoire.

La seconde c'est l'oculaire, qui est placé de maniere que son foyer se rencontre avec celui de l'Objectif dans le point où l'image réelle de l'objet est représentée, pour la transmettre à l'oeil.

Le rapport des deux foyers fixe le grossissement; l'image de l'objet est représentée sous un angle d'autant plus grand, ou ouvert, par rapport à celui sous lequel l'Objectif le transmet, que l'oculaire est d'un foyer court à l'égard de celui de l'objectif, & grossit par conséquent dans le rapport des deux foyers. La grandeur du champ dépend de l'ouverture de l'angle sous lequel les raïons terminateurs des parties extremes de l'objet, ou de l'image réelle représentée dans la rencontre des foyers de l'objectif & de l'oculaire, tombent dans l'oeil. L'ouverture de l'oculaire doit être telle par conséquent que ces raïons ne passent pas hors de ces limites, et qu'ils présentent l'image sous l'angle le plus ouvert; elle doit être la plus grande que l'arc de la sphere qui forme les faces, peut admettre. On prend ordinairement le quart du foyer pour diametre de l'ouverture, afin que les faces n'embrassent qu'un arc de quelques 20 degrés dont la confusion ne soit pas à craindre; je crois qu'on pourroit aller jusqu'à la moitié, & même aux $\frac{2}{3}$ du foyer; le champ d'une lunette de 5 pieds qui dans le premier cas n'est que de 2 degrés environ, augmenteroit de près d'un demi degré;

La

Digitized by Google

La multiplication qu'on ſe propoſe d'obtenir, fixe le foyer, & l'ouverture de l'oculaire; & comme les raïons qui terminent l'image réelle, ont une direction divergente qui peut leur faire paſſer les limites de l'oculaire, dans la conſtruction ordinaire des lunettes aſtronomiques avec un oculaire, il s'agit de les ramener à la direction qui leur fait traverſer l'oculaire; ce qui peut être effectué par une lentille placée dans la rencontre des foyers, ou dans le lieu de l'image réelle.

Elle peut être du foyer ou d'une ouverture double ou triple de celle de l'oculaire; & elle doublera le champ apparent par l'ouverture qu'elle donnera à l'angle de la viſion, en rapprochant le lieu de l'oeil qui étoit à la diſtance du foyer de l'oculaire, de la moitié.

J'appellerai cette lentille placée dans le foyer ou le lieu de l'image réelle, la lentille collective; en multipliant le foyer de l'objectif par le ſien, & diviſant le produit par la différence des deux foyers, on trouve la diſtance à laquelle la lentille collective ramene les raïons extremes de l'image à l'axe de la lunette, & l'angle ſous lequel elle rompt les raïons.

L'avantage qu'on obtient par l'emploi de cette lentille collective de rapprocher l'oeil de l'oculaire, de former l'angle le plus ouvert pour la viſion, qui fait obtenir le champ le plus grand, pourroit être porté plus loin par l'emploi de deux ou trois lentilles collectives qui admettroit une plus grande ouverture; lorsqu'on en emploiroit deux, la premiere ſeroit placée à la double diſtance du foyer de l'oculaire, & la ſeconde à la moitié de ſon foyer; ſi l'on vouloit en employer une troiſieme, ſa place ſeroit dans le foyer même.

Les lentilles également convexes ayant la plus grande ouverture, ſont préférables aux autres; pour obtenir enfin l'ouverture la plus avantageuſe, on pourroit former l'oculaire de 2 ou 3 lentilles du même foyer jointes immédiatement, qui reduiſent à la moitié ou au tiers leurs foyers propres, & feroient obtenir par conſéquent une ouverture double & triple, de celle d'une lentille ſimple du même foyer.

Digitized by Google

Mais la perte des raïons que des lentilles trop multipliées pourroit cauſer, & l'expérience, décideront dans l'exécution quel nombre de lentilles les lunettes Aſtronomiques peuvent admettre. Les objectifs exemts de toute confuſion rélative à la figure, & ſuſceptibles par conſéquent d'une grande ouverture, ſeuls, étendront la liberté d'employer le nombre de lentilles, qu'on jugera néceſſaire pour obtenir & raſſembler tous les avantages poſſibles.

Les Lunettes aſtronomiques repréſentent les objets renverſés, cequi les rend peu propres à l'uſage ordinaire de la vie. On a employé deux lentilles pour rétablir l'image dans ſa ſituation naturelle, que j'appellerai lentilles réſtitutrices; & ces lunettes formées alors de quatre lentilles convexes, portent le nom de lunettes terreſtres.

La premiere eſt placée de maniere que ſon foyer ſe rencontre avec celui de l'objectif dans le point de la répréſentation de l'objet renverſée.

Cette image repréſentée dans ſon foyer eſt transmiſe par des raïons parallelles à la ſeconde, qui repréſente cette image rétablie dans ſon foyer; & l'oculaire placé à la rencontre du foyer la transmet par des raïons parallelles à l'oeil. La place qu'on a donnée à la premiere lentille reſtitutrice pour la rencontre de ſon foyer avec celui de l'objectif, n'eſt pas la ſeule qui lui eſt propre pour produire cet effet; elle pourroit être placée à une diſtance plus grande du foyer de l'objectif que ſon foyer, & elle projetteroit dans ce cas l'image en avant; ſi cette diſtance étoit moindre que ſon foyer, elle jetteroit l'image en arriere; dans l'un & l'autre cas, comme le produit de ſon foyer & des diſtances, diviſé par leur différence; d'où elle ſeroit ramenée par la deuxieme lentille reſtitutrice. La conſtruction qu'on a ſuivie ordinairement, a été de faire ces 3 lentilles du même foyer, & de la même ouverture, en les placant à la rencontre de leurs foyers; mais l'expérience a déjà fait remarquer que ces lentilles exigent une ouverture différente, & qu'elles produiſent plus ou moins de couleurs & font obtenir un champ plus ou moins grand, ſelon qu'elles ſont placées.

On

Digitized by Google

On peut regarder ces lunettes à 4 lentilles comme une lunette composée de deux lunettes astronomiques, dont la premiere représente l'objet renversé, & la seconde debout; les principes de leur perfectibilité se trouvent par conséquent dans les deux points de la représentation de l'image réelle. Le champ dépend des raïons extremes ou terminateurs; c'est l'espace qu'on découvre plus ou moins grand, selon l'angle sous lequel ils traversent le centre de l'objectif ou l'axe visionel; ils fixent la grandeur du tableau de l'objet représenté dans les points des images réelles; & toutes les lentilles doivent concourir par leur ouverture & leur arrangement, à le faire parvenir à l'oeil sous l'angle le plus ouvert.

L'expérience à deja fait remarquer que 4 lentilles ne faisoient obtenir que des lunettes très imparfaites, & qu'il étoit nécessaire pour les perfectioner d'employer plus de lentilles, sans démêler les principes qui faisoient obtenir les plus grands avantages.

Les deux points de l'axe de la lunette où les images sont représentées, qui sont le foyer de l'objectif & celui de la seconde lentille restitutrice, fixent d'abord la place des deux lentilles collectives, pour ramener à l'oeil, sous l'angle le plus avantageux, les raïons terminateurs, qui pourroient passer l'oculaire.

La lunette sera formée dans ce cas de 5 ou 6 lentilles; & si l'on ajoute encore une ou deux lentilles collectives à celle qui est placée dans le foyer de l'oculaire, elle le seroit de 7 ou 8.

Lorsqu'on donne à la premiere lentille restitutrice l'ouverture nécessaire, afin que les raïons terminateurs de l'image réelle ne puissent passer hors des limites de son ouverture, je crois qu'il est assez inutile, de placer une lentille collective dans le foyer de l'objectif; celle qu'on place dans la rencontre des foyers de la seconde lentille restitutrice & de l'oculaire, doit faire tout son effet.

Les réfractions que les raïons subissent à mesure qu'ils traversent un plus grand nombre de lentilles, doivent être dirigées & ménagées de

 maniere,

Digitized by Google

maniere, qu'ils coupent l'axe de la lunette ſous les angles plus ouverts; & l'ouverture de toutes les lentilles doit être telle, que les raïons les rencontrent, & ne paſſent pas hors des limites d'une ouverture trop petite.

Dans les lunettes ordinaires, dont l'objectif ſimple n'admet qu'une petite ouverture, les lentilles collectives & reſtitutrices pourront en avoir une double & triple de celle de l'objectif, qui doit aller en augmentant pour les lentilles, à meſure qu'elles s'éloignent de l'objectif, & s'approchent de l'oculaire; le manque d'ouverture, cauſe la perte abſolue des raïons qui paſſent hors de leurs limites; l'excés ne peut avoir d'autre inconvénient que celui de ramener quelques raïons errans; pour obtenir les ouvertures les plus avantageuſes, on pourroit doubler de même ces lentilles, afin de ne pas allonger la lunette par des foyers éloignés.

La diſtance ou l'éloignement des deux lentilles reſtitutrices eſt aſſez arbitraire; ſi elle eſt trop petite, ou beaucoup moindre que la ſomme de leurs foyers, la ſeconde lentille recevra beaucoup des raïons errans ou de lumiere étrangere; elle couvriroit l'image des couleurs, & ne convergeant pas les raïons terminateurs de l'image, ſous l'anple le plus avantageux, elle pourroit diminuer même le champ. Si elles ſont éloignées trop au delà de la ſomme de leurs foyers, on perdroit des raïons qui forment l'image réelle, parce qu'ils ne rencontreroient plus la ſeconde lentille reſtitutrice, à moins qu'on n'augmente ſon ouverture à proportion. La diſtance la plus avantageuſe c'eſt celle qui eſt égale à la ſomme & au $\frac{1}{3}$ de la ſomme de leurs foyers, mais la ſeconde lentille doit avoir $\frac{1}{3}$ & au delà d'ouverture de plus que la premiere; l'expérience ne peut pas manquer d'avertir l'Artiſte des écarts qu'il peut commettre.

Toutes ces lentilles aïant une place fixe & déterminée, l'oculaire ſeul peut & doit être mobile pour la vuë longue ou courte de l'oeil de celui qui ſe ſert de la lunette; & pour en obtenir de bonnes, il eſt indiſpenſable d'abandonner la conſtruction ordinaire, qui raſ-

Digitized by Google

raſſemble dans un ſeul tuïau toutes les lentilles, qu'on comprend communément ſous le nom d'oculaires.

Le probleme de la conſtruction de la lunette la plus parfaite eſt comme celui de la meilleure forme de gouvernement, du plus parfait navire, & d'autres problemes très compliqués, qui admettent des ſolutions ſans nombre, ſelon les vuës auquelles on veut ſatisfaire; la ſolution la plus parfaite, me paroit celle qui les met dans l'accord le plus parfait, & porte chaque partie, au plus haut degré de perfection qu'elle comporte & admet, combinée avec toutes les autres.

Dans les lunettes ordinaires, par exemple terreſtres à 4 verres, ſans lentilles collectives, ſi l'on propoſe une repréſentation très nette & diſtincte, il faut mettre des bornes étroites à l'ouverture de l'objectif, qu'il ſera à propos de prendre plano, ou inégalement convexe, pour avoir la moindre confuſion; on n'aura par conſéquent que peu de clarté, ou pour en avoir il faut employer des objectifs d'un foyer éloigné; on ne pourra employer qu'un oculaire d'un foyer éloigné, & il faut renoncer au groſſiſſement; ſi l'on ſe propoſe avec cela d'avoir un grand champ, il faut donner aux lentilles de grandes ouvertures, elles auront par conſéquent des foyers éloignés, & la lunette deviendra très longue. Le développement d'une lunette de cette eſpece le fera voir. Elle découvre un très beau champ de $2^{d.}\ 4'$, qui paroîtra ſous un angle de 41. 20. la repréſentation ſera nette & diſtincte ſans aucune confuſion de l'ouverture des lentilles, avec un dégré ſuffiſant de clarté, la moindre longueur & le groſſiſſement le plus conſidérable qu'elle peut admettre. Si l'on veut obtenir tous ces avantages, la lunette ſera extremement allongée, elle aura pour longueur 1 & $\frac{3}{4}$ de celle du foyer de l'objectif, qui n'admettant qu'une ouverture très bornée, ſera plano ou inégalement convexe pour avoir la moindre confuſion ſphérique.

La premiere lentille reſtitutrice n'ayant pas beſoin d'une ſi grande ouverture que la ſeconde peut être plano ou inégalement convexe par la même raiſon.

Digitized by Google

DÉVELOPPEMENT GÉNÉRAL
de la conſtruction la plus avantageuſe des Lunettes à 4 lentilles.

Fig. 3.

Groſſiſſement = m	20 fois en diametre	30 fois	50 fois
1) foyer de l'objectif PP également plano ou inégalement convexe = a	40 pouces	45 pouces	55 pouc.
Demi-diametre de ſon ouverture = x			
Ouverture de l'objectif PP = Qx	$\frac{2}{3}$ pouces	1 pouce	$1\frac{2}{3}$ pouc.
2) foyer de la premiere lentille réſtitutrice QQ = q	0, 1321 a	0, 0853 a	0,0500a
ouverture en diametre QQ	0, 311 q	0, 305 q	0, 300 q
3) foyer de la ſeconde lentille reſtitutrice BA = r	0, 1223 a	0, 0785 a	0,0457a
diametre de l'ouverture RR	$\frac{1}{2}$ r	$\frac{1}{2}$ r	$\frac{1}{2}$ r
4) foyer de l'oculaire SS = s	0, 0463 a	0, 0785 a	0,0183a
diametre de l'ouverture SS	$\frac{1}{2}$ s	$\frac{1}{2}$ s	$\frac{1}{2}$ s
diſtance AB —	1, 1321 a	1, 0853 a	1,0500a
diſtance BC — —	0, 3723 a	0, 2322 a	0,1325a
diſtance CD —	0, 0686 a	0, 0208 a	0,0640a
D ⌒ diſtance de l'oeil de l'oculaire — —	0, 0320 a	0, 0208 a	0,0128a
A ⌒ longueur de la lunette	1, 7050 a	1, 4477 a	1,2593a
diametre du champ apparent	124′ = 2°,4′	82′ = 1°,22′	0°, 49′
ſi l'on veut faire l'objectif inégalement convexe			
le raïon de la face antérieure la plus convexe ſera $50x$, ou	3, 1114 a	3, 4207 a	3,9141a
— — de la face poſtérieure la moins convexe —	0, 9259 a	0, 9194 a	0,9142a

Le

Digitized by Google

Le groſſiſſement de 20 fois en diametre étant très-propre pour l'uſage ordinaire, j'en ajouterai le développement plus particulier.

Le foyer de l'objectif α inégalement convexe ſeroit de 50 pouces (1,0371 α ou 50 fois) qu'on pourroit réduire à 40 pouces, ſi les lentilles étoient bien executées; l'ouverture ſeroit de $\frac{2}{3}$ de pouces.

Le foyer q de la premiere lentille réſtitutrice QQ ſeroit — — = $51\frac{28}{100}$ pouces
le foyer r de la ſeconde lentille réſtitutrice RR ſeroit — — = $4\frac{80}{100}$ pouces
le foyer s de l'oculaire SS ſeroit — = $1\frac{85}{100}$ pouces
la diſtance AB ſeroit — — = $45\frac{28}{100}$ pouces
la diſtance BC ſeroit égale à peu près à la ſomme & la moitié de la ſomme des foyers des deux lentilles reſtitutrices = $14\frac{80}{100}$ pouces
la diſtance CD, ſeroit — = $6\frac{74}{100}$ pouces
la diſtance DO de l'oeil — — = $1\frac{28}{100}$ pouces
toute la longueur de la lunette — = 68 pouces.

Table
de ce développement d'une lunette à 4 lentilles qui groſſit 20 fois.

	foyers des lentilles	ouvertures	diſtances
1) l'objectif ſeroit inégalement convexe pour avoir le moins qu'il eſt poſſible de confuſion ſphérique; & auroit le raïon de la face antérieure vers l'objet la plus convexe eſt de $209\frac{66}{100}$ pouces, celui de la face poſtérieure la moins convexe vers l'oeil eſt de $24\frac{58}{100}$ pouces,	40 pouc.	$\frac{2}{3}$ pouces	

2) la

	foyers des lentilles	ouvertures	distances
2) la premiere lentille reſtitutrice placée à la rencontre de ſon foyer avec celui de l'objectif ſeroit de même inégalement convexe; ayant la face la plus convexe tournée vers l'oeil, raïon de la face antérieure vers l'objectif = 31 2/6 4/6 pouces, raïon de la face poſtérieure vers l'oeil = 271 6/6 7/6 pouces, donnent un foyer — —	5 1 2/6 8/6 p.	1 3/4 pouc.	45 1 2/6 8/6 p.
3) la ſeconde lentille reſtitutrice ſeroit également convexe, pour avoir la plus grande ouverture avec la plus petite diſtance du foyer — —	4 1 8/6 8/6 p.	2 1/2 pouc.	14 1 8/6 8/6 p.
la diſtance de oes deux ſeroit égale a 1 1/2 ſomme de leurs foyers,			
4) l'oculaire ſeroit également convexe, pour avoir la plus grande ouverture avec le moindre foyer; & ſeroit mobile pour les differentes vuës	2 1 3/6 3/6 p.	1 pouce	6 3/4 pouc.
pour obtenir l'avantage du champ par la plus grande ouverture avec le moindre foyer, on pourroit emploier un double oculaire, de deux lentilles de 3 ou 4 pouces de foyer;			
5) la diſtance de l'oeil ſeroit —	—	—	1 1/4 pouc.
6) toute la longueur de la lunette ſeroit	68 pouc.	—	—
7) le groſſiſſement ſeroit de 20 fois en diametre, & plus grand, ſi des lentilles bien travaillées permettent l'uſage d'un oculaire double, qui réduit le foyer & ne fait pas perdre l'ouverture & l'avantage du champ.			

C'eſt

Digitized by Google

C'eſt l'Hypotheſe la plus avantageuſe, ou le *maximum*; dans les autres avec de moindres groſſiſſemens, les lunettes ſont presque auſſi longues, par les foyers éloignés des objectifs, & par ceux des lentilles reſtitutrices, qui par conſéquent ſont à de très grandes diſtances, & dont les ouvertures deviennent démeſurées. Et lorsqu'on veut obtenir des groſſiſſements plus conſidérables, la longueur des lunettes devient exceſſive.

Les avantages, que 4 lentilles font obtenir, étant ſi bornés, je joindrai les développements plus avantageux de cette conſtruction par les moien des lunettes collectives; en y joignant des objectifs formés de deux lentilles, exemts de la confuſion ſphérique.

On ne doit pas ſe promettre de ſuccès ſatisfaiſants, tant qu'on ne formera les lunettes qu'avec des objectifs ſimples, ſujets à la confuſion de la ſphéricité.

La valeur de la quantite x', qui dans le calcul doit être auſſi petite, ou paſſer le moins l'unité qu'il eſt poſſible, forme pluſieurs hypotheſes.

PREMIERE HYPOTHESE.

Elle fait obtenir le groſſiſſement le plus avantageux; mais elle n'eſt pas applicable à des groſſiſſements, qui vont au delà de 50 fois en diametre, parce que la grandeur x devient trop grande.

Digitized by Google

PREMIERE HYPOTHESE,
qui fait obtenir le groſſiſſement le plus avantageux

DÉVELOPPEMENT DES OBJECTIFS.

		Foyers	Demi-diametre de l'ouverture	Raïon anterieur	Raïon poſtérieur	diſtance entre les lentilles
Groſſiſſement 20 fois en diametre.	Lentille convexe inégalement PAP —	5 pouces	0, 4000	3, 0723	26,2080	
	Lentille convexe inégalement QBQ — —	8, 8730	0, 3795	—5, 577	-39,039	0,563
30 fois en diametre.	Lentille convexe inégalement — —	7, 5	0,600	4, 6085	39,3120	
	Lentille ménisque — —	10,5968	0, 4881	—5, 642	†76,677	2,201
40 fois en diametre.	Lentille convexe inégalement — —	10,	0,800	6, 1447	52,4161	
	Lentille ménisque — —	12,1280	0, 5784	—5, 784	†43, 537	3,936
90 fois en diametre.	1) Lentille convexe inégalement — —	12, 500	1,000	7, 6810	65,5202	
	2) Lentille ménisque —	13,5350	0, 6417	—5, 940	† 29,716	5,731
60 fois en diametre.	1) Lentille convexe inégalement — —	15, 000	1,200	9, 2172	78,6242	
	2) Lentille ménisque —	14,8545	0, 7046	— 6,132	† 24,599	7,573
DÉVÉLOPPEMENT DES OCULAIRES, pour le groſſiſſement.						
Collective. Fig 5.	2) Lentille collective dans le foyer de l'objectif. RCR ceſſe, étant ſuppoſée d'un foyer infini; on mettra à ſa place un diaphragme dont l'ouverture ſera de $\frac{7}{8}$ pouces & qui par conſéquent ſera pour le groſſiſſement de 20 fois					8,873

Premie-

		Foyers	Demidiametre de l'ouverture	Raïon anterieur	Raïon poſterieur	diſtance entre les lentilles
Premiere reſtitutrice.	3) Lentille SDS, également convexe & la même pour touts les groſſiſſements; placée à la rencontre du foyer de l'objectif avec le ſien.	3 ½ pouc.	0,701			3,500
Seconde reſtitutrice.	4) Lentille TET, égale à la précédente, & la même pour touts les groſſiſſements; elles ſeront éloignées l'une de l'autre au delà de 3 fois leur foyer: le baſſin pour former ces lentilles peut être de $\frac{8}{10}\frac{5}{10}$ pouces.	3 ½ pouc.	1,015			11,802
Seconde collective.	5) Lentille VFV également convexe & la même pour touts les groſſiſſements; placée dans le foyer de la précédente. — Elle a le foyer presque quadruple de celui de l'oculaire, le baſſin peut être de 1 pouce $\frac{8}{10}\frac{2}{10}\frac{5}{10}$.	1, 925	0,507			3,500
l'oculaire.	6) l'oculaire XGX, combiné de deux lentilles également conv. d'1 pouce de foyer ſera par conſéquent d'½ pouce de foyer mobile pour être miſe à la rencontre de ſon foyer avec celui de le 2de reſtitutrice TET, le baſſin peut être d'$1\frac{1}{10}$ pouce l'oculaire reſtant le même: l'emploi d'objectifs d'un foyer plus éloigné fait obtenir des groſſiſſements plus conſiderables.	½ pouce.	$\frac{2}{10}\frac{7}{10}$.			½ p. lieu de l'oeil 0,287

Lon-

Digitized by Google

LONGUEURS DES LUNETTES

pour les groſſiſſements précédents, en additionant toutes les diſtances.

Fig. 4.

	Groſſiſſ. 20 fois	30 fois	40 fois	50 fois	60 fois
Diſtances — — AB	0, 563	2, 201	3, 936	5, 731	7, 573
BC	8, 873	10, 597	12, 128	15, 535	14, 855
CD	3, 500	la même	la même	la même	la même
DE	11, 803	11, 486	11, 311	11, 197	11, 117
EF	3, 500	la même	la même	la même	la même
FG	0, 500	la même	la même	la même	la même
Lieu de l'oeil — G	0, 287	la même	la même	la même	la même
Toute la longueur en pouces — — A	29, 287	32, 071	35, 071	38, 250	41, 332
Champ — — —	5°	3°, 20′	2°, 30′	2°,	1°, 40′

Ces lunettes ſont très avantageuſes, pendant que le groſſiſſement augmente en raiſon de dix, la longueur n'augmente qu'en raiſon de 3 pouces; & le champ eſt avantageux au point qu'on pouſſeroit le groſſiſſement juſqu'à 180 fois, & on découvriroit encore toute la lune entiere. Mais cette hypotheſe n'eſt pas applicable à des groſſiſſements qui vont au delà de 50 ou 60 fois; la grandeur x' devenant trop grande.

Les oculaires & leurs diſtances, excepté celle des deux lentilles reſtitutrices qui diminue un peu avec le groſſiſſement, reſtent les mêmes; les deux lentilles objectives & leurs diſtances, AB & BC, changent.

SECON-

Digitized by Google

Seconde Hipothèse

d'un moindre groſſiſſement, mais plus avantageuſe pour le champ; la grandeur x étant plus petite; pour être applicable à des groſſiſſements plus conſidérables;

Développement des objectifs.

		Foyers	Demi-diametre de l'ouverture	Raïon antérieur	Raïon poſtérieur	Diſtances entre les lentilles
Groſſiſſements 50 fois	Lentille convexe	12, $\frac{5}{180}$	1, pouc.	7,6810	65, 8202	
	— concave	—11,3477	0, 7367	—9, 6657	—17,6162	3, 9891
60 fois	— convexe	15,	1,2	9,2172	78, 6242	
	— concave	—12,9521	0, 8387	—10,5964	—21,7360	5, 2814
70 fois	— convexe	17, 5	1,4	10, 7334	91, 7282	
	— concave	—14,5259	0, 9376	—11,5176	—26,0789	6, 6056
80 fois	— convexe	20,	1,6	12, 2895	104, 8322	
	— concave	—16,0768	1, 0340	—12,4318	—30,6226	7, 9424
90 fois	— convexe	22, 5	1,8	13, 8257	177, 9363	
	— concave	—17,6101	1, 1289	—13,3380	—35,8671	9, 2925
100 fois	— convexe	25,	2,	15, 3619	131, 0403	
	— concave	—19,1295	1, 2223	—14,2427	—40,2692	10,6530

Digitized by Google

DÉVELOPPEMENT DES OCULAIRES.

Fig. 5.		Foyers	Demi-diamètre de l'ouverture	Raïon antérieur	Raïon postérieur	Distances entre les lentilles
Collective.	2) Lentille collective RCR dans le foyer de l'objectif, ceſſe, étant ſuppoſé d'un foyer infini; on mettra à ſa place un diaphragme dont l'ouverture ſera de $\frac{1}{8}$ de pouces, & ſa diſtance ſera par conſéquent pour le groſſiſſement de 50 fois					34, 0431
Premiere reſtitutrice.	3) Lentille reſtitutrice SDS reſte la même pour tous les groſſiſſements comme dans l'hypotheſe précédente	7	0, 972			7,
Seconde reſtitutrice.	4) Lentille reſtitutrice TET comme la précédente toutes les deux également convexes.	7	1, 54			22, 324
Seconde collective.	5) Lentille VFV, placée dans la rencontre des foyers de la précédente & de l'oculaire — — également convexe.	$3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ pouce			7,
l'oculaire.	6) L'oculaire XGX, combiné de deux lentilles également convexes de 2 pouces de foyer chacune, mobile.	1	$\frac{1}{2}$			1,
	lieu de l'oeil devant l'oculaire — —					$\frac{4}{7}$ ou 0,571

LON-

Digitized by Google

Longueur des Lunettes de la seconde Hypotheſe.

Groſſiſſements		50	60	70	80	90	100
Diſtance	AB	3, 989	5, 281	6, 606	7, 942	9, 239	10,653
—	BC	34,043	38,856	43,578	48,230	52,830	57,389
—	CD	7, 000	la même	la même	la même	la même	la même
—	DE	22,324	22,142	22,018	21,915	21,832	21,763
—	EF	7, 000	la même	la même	la même	la même	la même
—	FG	1, 000	la même	la même	la même	la même	la même
Diſt. de l'oeil	G-	0, 571	la même	la même	la même	la même	la même
Toute la longueur de la lunette	A-	75,927	81,850	87,773	93,658	99,658	105,376
Champ apparent		1°, 36′	1°, 20′	1°, 8′	1°, 1′	0°, 54′	0°, 48.

La figure eſt la même que celle de la premiere Hypotheſe, aux changement des diſtances près.

Les Lunettes de cette Hypotheſe ſont très avantageuſes encore; neufs pieds de longueur font obtenir un groſſiſſement de 100 fois en diametre; quoiqu'elles ſoient plus longues presque du double, que celle de la premiere Hypotheſe à proportion du groſſiſſement. Mais leur exécution ſera plus facile, parceque les groſſiſſements conſidérables ſuppoſent une grande préciſion dans l'exécution.

Les oculaires & leur arrangement reſtent les mêmes pour touts les groſſiſſemens, comme dans l'Hypotheſe précédente; la diſtance entre les deux lentilles reſtitutrices diminue de même un peu avec les groſſiſſements.

Troi-

Digitized by Google

Troisieme Hypothese ;

Fig. 5. d'un moindre groſſiſſement encore, mais plus avantageuſe pour le champ; dans laquelle la premiere lentille collective RCR placée dans le foyer de l'objectif a lieu; & plus facile encore pour l'exécution que les deux précédentes.

Je me contente de développer l'objectif pour le cas d'un groſſiſſement de 10 fois, la lunette ſera de 1½ pied, très commode pour l'uſage.		Foyer	Demi-diametre de l'ouverture	Raïon antérieur	Raïon poſtérieur	Diſtances entre les lentilles
Groſſiſſements 10 fois.	1) Lentille convexe inégalement — —	2 pouc.	0, 2000	1, 2289	10,4832	
	Lentille ménisque —	2,5454	0, 1909	—, 0835	+4,7930	0, 7273
Développement des Oculaires.						
Premiere collective.	2) Lentille collective RCR, également convexe, placée dans le foyer de l'objectif	4,2861	0, 3500			2, 5455
Premiere reſtitutrice.	3) Lentille reſtitutrice SDS, également convexe, placée à la rencontre de ſon foyer avec celui de l'objectif	2,8000	0, 5764			2, 8000
Seconde reſtitutrice.	4) Seconde lentille reſtitutrice TET, également convexe, du même foyer de la précédente, mais d'une plus grande ouverture; & éloignée 2 fois presque la ſomme de leurs foyer — —	2,8000	0, 8400			9, 0909

Secon-

Digitized by Google

		Foyer	Demi-diametre de l'ouverture	Raïon antérieur	Raïon postérieur	Distance entre les lentilles
Seconde collective.	Seconde lentille collective VFV, placée dans le foyer de la précédente, également convexe. — —	1,5400	0, 4200			2, 8000
Oculaire.	Oculaire XGX, formé de deux lentilles également convexes dont le raïon ſera de 0, 8800, de chacune, & le foyer de l'oculaire par conſéquent la moitié. — —	0,4200	0, 2200			0, 4200
	Lieu de l'oeil devant l'oculaire — —					0, 2286
	La longueur de la lunette ſera de 18, ½ pouces. — —					18,5923
	Le champ de 10°,					

Les bornes étroites des avantages qu'obtient par les principes de cette conſtruction, ont donné lieu à des arrangemens des oculaires, qu'on ſuit depuis quelque tems en Angleterre, dans la conſtruction des lunettes; mais il paroit dans leur examen que c'eſt à un heureux hazard qu'on le doit, & qu'on ſuit le tatonnement ſans connoitre & démêler abſolument les principes d'une Théorie raiſonnée. Ce qui me paroit le prouver, c'eſt qu'on a manqué de porter ces lunettes au degré de perfection qu'elles pourroient avoir.

Cette conſtruction a pour principe la réfraction, à laquelle ſoumet la lentille collective placée dans le foyer de l'objectif, les rayons terminateurs de l'image; & celle d'une ſeconde lentille, placée dans le point, où ces rayons rompus coupent l'axe de la lunette.

Digitized by Google

La premiere lentille placée dans le foyer de l'objectif ou le lieu de l'image romp ſelon le rapport de ſon foyer à celui de l'objectif, en raiſon du produit des deux foyers diviſé par leur différence, les rayons divergents terminateurs de l'image de maniere, qu'ils coupent l'axe à une diſtance déterminée; la ſeconde lentille placée dans ce point rétablit cette image projettée & renverſée, & la repréſente rétablie dans un point de l'axe déterminé à une diſtance égale au produit de ſon foyer & de celui de la lentille précédente, diviſé par leur différence. L'oculaire placé à la rencontre de cette ſeconde image la transmet à l'oeil.

La diſpoſition de ces quatre lentilles fait obtenir non ſeulement des lunettes plus courtes; mais elle permet l'encore employ avantageux d'un plus grand nombre de lentilles intermédiaires collectives, qui conduiſent les rayons de la maniere la plus avantageuſe; pour racourcir la lunette, & pour obtenir les plus grands avantages à l'égard du champ, avec une augmentation conſidérable de la multiplication.

Je ferai le développement pour des objectifs ſimples, dont je déterminerai les foyers & l'ouverture, qu'exige le groſſiſſement. Si l'on peut réuſſir dans l'exécution des objectifs formés de deux lentilles exemts de la confuſion ſphérique & ſuſceptibles d'une grande ouverture, on peut ſe ſervir de ceux qui ſe trouvent dans le dévelopement de l'hipotheſe précédente.

On obtiendroit par l'emploi d'oculaires d'un moindre foyer des multiplications plus avantageuſes; & pour ne pas perdre les avantages du champ par des oculaires d'une trop petite ouverture, on pourroit ſe ſervir d'un double; qui avec un foyer réduit à la moitié, jouit d'une double ouverture, de celui d'un oculaire ſimple du même foyer.

1) Dé-

Digitized by Google

1) DÉVELOPPEMENT d'un nouvel arrangement des oculaires fondé sur une lentille collective placée dans le foyer de l'objectif, & la lentille *d D d* placée en deça à la double distance du foyer de l'oculaire ou du lieu de l'image rétablie, sur une seule lentille restitutrice placée dans le point de l'axe, où tombe l'image de l'objectif projettée. Fig. 6.

Grossissement	L'objectif *a A a*			Lentille *b B b*, placée au foyer de l'objectif			Lentille restitutrice *c C c*			Lentille coll. *d D d* de la même ouverture du même foyer pour tous les grossissemens; placée à 7 pouces de la lent. *c C c* & à la double distance du foyer de l'oculaire				Demi-diam. du champ	Longueur de la lunette
	foyer	demi-diam. ouvert.	dist.	foyer	demi-diam. ouvert.	dist. foyer de l'objectif	foyer	demi-diam. ouvert.	distance B C	foyer	ouvert. demi-diam.	dist. C D	dist. D E		
5	8	0, 1		4,00	0,67		4,18	0, 1	8,00	2,33	0,58	7	2	4°,46′	25
10	18	0, 2		6,00	0,75		4,44	0, 1	9,00	2,33	0,58	7	2	2°,23′	36
15	30	0, 3		7,50	0,83		4,66	0, 1	10,00					1°,35′	49
20	42	0, 4		8,40	0,87		4,77	0, 1	10,50					1, 11′	61, 5
25	56	0, 5		9,33	0,93		4,91	0, 1	11,20		toujours			0, 57	76, 2
30	70	0, 6		10,00	0,97		5,00	0, 1	11,67		les mêmes			0, 47	90,67
35	85	0, 7		10,62	1,01		5,09	0, 1	12,14					0, 41	106,14
40	100	0, 8		11,11	1,04		5,15	0, 1	12,50					0, 36	121,50
45	120	0, 9		12,00	1,11		5,22	0, 1	13,33					0, 32	142,33
50	140	1, 0		12,73	1,17		5,38	0, 1	14,00					0, 28	163
60	180	1, 2		13,85	1,25		5,53	0, 1	15,00					0, 24	204

L'oculaire *c E e* est le même pour tous les grossissemens de 1 pouce de foyer de $\frac{1}{2}$ pouce d'ouverture & la distance de l'oeil est de $\frac{3}{4}$ de pouces, & le champ sera triple de celui d'une lunette ordinaire astronomique du même grossissement.

2) DÉVELOPPEMENT DE CETTE CONSTRUCTION avec une lentille oculaire de plus placée dans le foyer de l'oculaire, ou 3 oculaires; mais que je ne crois pas propre pour l'exécution.

1) La lentille objective *a A a* reste la même pour les différens grossissemens comme dans le cas précédent.

Digitized by Google

2) La seconde lentille *b*B*b* placée dans le foyer de l'objectif conserve les foyers comme dans le cas précédent & la distance BC est la même; mais l'ouverture augmente de $\frac{1}{5}$.

3) la troisieme lentille *c*C*c* change; son foyer est moindre de $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{10}$; le demi-diametre de l'ouverture est de $\frac{1}{10}$ de pouce pour tous les grossissemens; & la distance CD la même pour tous les grossissemens de 6 pouces; moindre d'un pouce que dans le cas précédent, ou elle étoit de 7 pouces.

4) La quatrieme lentille *d*D*d*; a 3 pouces de foyer; le demi-diametre de l'ouverture est de $\frac{3}{4}$ de pouce, & la distance CD est de 6 pouces; & au double foyer de l'oculaire comme auparavant; & par conséquent à 1 pouce de la lentille suivante *e*E*e*.

5) La cinquieme lentille *e*E*e*, a $2\frac{1}{2}$ pouce de foyer; le demi-diametre de l'ouverture est de $\frac{5}{8}$ de pouces; & placée dans le foyer de l'oculaire à 1 pouce de distance.

6) La lentille oculaire est la même de 1 pouce de foyer; l'ouverture de $\frac{1}{2}$ pouce, & la distance de l'oeil $\frac{2}{3}$ pouces.

Fig. 7.

Grossissement	l'objectif comme auparavant	lentille *b*B*b* foyer le même, mais l'ouverture plus grande	Lentille restitutrice *c*C*c*			Lentille collective *d*D*d*			Lentille collective *e*E*e*			Demi-diametre du champ.	Longueur de la lunette moindre d'un pouce
			foyer	demi-diametre ouverture	distance BC	foyer.	demi-diam. ouvert.	dist. CD	foyer	demi diam. ouvert.	dist. DE		
5		1,00	3,87	$\frac{1}{10}$ pouc.	8,00	3 pouc.	$\frac{3}{4}$ pouc.	6 p.	$2\frac{1}{2}$ p.	$\frac{5}{8}$ p.	1 p.	7°,10′	24,00
10		1,14	4,09		9,00							3, 35′	35,00
15		1,25	4,38		10,00							2, 23	48,00
20		1,31	4,37		10,50							1, 47′	60,50
25		1,40	4,44		11,20							1, 26	75,20
30		1,45	4,57		11,67							1, 11	89,67
35		1,51	4,64		12,14							1, 1	105,14
40		1,56	4,69		12,50							0, 54	120,50
45		1,67	4,80		13,33							0, 48	141,67
50		1,76	4,88		14,00							0, 43	162,00

3) Dé-

Digitized by Google

3) Développement de cette Construction. Fig. 8.

avec 4 oculaires; le dernier dDd à la double distance du foyer de l'oculaire comme auparavant.

1) La lentille objective aAa, reste la même.

2) La seconde lentille bBb placée dans le foyer de l'objectif, conserve les mêmes foyers comme dans les cas précédens, & la distance BC par conséquent reste la même, mais l'ouverture augmente encore de $\frac{1}{3}$.

3) La troisieme lentille cCc change; son foyer est moindre encore de $\frac{1}{18}$; le demi-diametre de l'ouverture est $\frac{1}{100}$ pouce, pour tous les grossissemens; & la distance CD de 5 pouces; moindre d'un pouce que dans le cas précédent.

4) La quatrieme lentille dDd a $3\frac{1}{3}$ pouces de foyer; ou le diametre de l'ouverture de $1\frac{2}{3}$ pouces, le demi-diametre est de $\frac{5}{6}$ pouces, & la distance DE; $0\frac{90}{100}$ pouces, & au double foyer de l'oculaire comme auparavant.

5) La cinquieme lentille eEe a $3,\frac{04}{100}$ pouces de foyer; ou le diametre de l'ouverture de $1\frac{1}{2}$ pouces, le demi-diametre est 0,76 pouces; & la distance EF $0,\frac{62}{100}$ pouces.

6) La sixieme lentille fFf a $2,\frac{21}{100}$ pouces de foyer; le demi-diametre est 0,55 pouces & la distance FG $0,\frac{51}{100}$ pouces.

7) La lentille oculaire gGg a $1,\frac{02}{100}$ pouces de foyer; le demi-diametre est 0,26 pouces, & la distance de l'oeil Go, $0,\frac{30}{100}$ pouces.

8) La distance de l'oeil est de $\frac{3}{100}$ pouce.

Digitized by Google

Groſſiſſement	L'objectif comme auparavant.	Lentille *bBb* foyer le même, mais l'ouverture plus grande d'$\frac{1}{5}$ eſt la ſuivante.	Lentille reſtitutrice *cCc* foyer	demi-diam. de l'ouvert. le même.	diſtance BC	Les quatre lentilles oculaires ſont les mêmes pour tous les groſſiſſemens foyer	demi-diam. ouvert.	diſt.	Demi-diametre du champ	Longueur de la lunette eſt moindre de $\frac{1}{5}$ de pouces
5		1, 33	3,63	$\frac{1}{10}$ pouce.	8,00				9°,32′	23,33
10		1, 50	3,83		9,00				4°,46′	34,33
15		1, 66	4,00		10,00				3°,10	47,33
20		1, 74	4,08		10,50				2°,22	59,80
25		1, 86	4,18		11,20				1°,54	74,53
30		1, 94	4,24		11,67				1°,34	89,00
35		2, 02	4,30		12,14				1°,22	104,47
40		2, 08	4,35		12,50				1°,12′	119,83
45		2, 22	4,44		13,33				1, 4	140,67
50		2, 34	4,51		14,00				0, 56	161,33

Regles générales.

1) L'objectif reſte le même, quelque ſoit le nombre des oculaires; il ne change qu'avec le groſſiſſement; la diſtance AB eſt celle de ſon foyer.

2) la ſeconde lentille *bBb* placée dans le foyer de l'objectif; reſte du même foyer, eſt fixe la diſtance BC à laquelle ſe place la troiſieme lentille $cCc = \frac{AB.\ BC}{AB - BC}$, qui reſte par conſéquent la même; mais l'ouverture augmente avec l'augmentation des oculaires, qui procurent un plus grand champ en admettant l'angle AB*a* plus ouvert.

3) La troiſieme lentille *cCc* diminue de foyer avec l'augmentation des oculaires; & donne la diſtance CD par conſéquent moindre; avec deux oculaires = 7 pouces; avec 3 oculaires =

Digitized by Google

6 pouces; avec 4 oculaires = 5 pouces; le demi-diametre de l'ouverture eſt le même $\frac{1}{10}$ pouce. Cette lentille placée dans le point où tous les rayons coupent l'axe; peut avoir une très petite ouverture, & fait obtenir l'avantage dans cette conſtruction d'intercepter tous les rayons vagues & errants.

4) La quatrieme lentille *dDd*, augmente de foyer & d'ouverture avec l'augmentation des oculaires, pour recevoir & rendre plus convergent le rayon *a*B plus divergent, & admis ſous un angle plus ouvert pour obtenir un plus grand champ; mais elle eſt placée toujours à la double diſtance du foyer de l'oculaire.

5) La cinquieme lentille *e*E*e* ajoutée dans le ſecond cas, eſt pour tous les groſſiſſemens de $2\frac{1}{2}$ pouces de foyer & le demi-diametre de l'ouverture E*e* de $\frac{1}{8}$ de pouces; & placée toujours dans le foyer de l'oculaire à 1 pouce.

6) En ajoutant une ſixieme lentille *f*F*f*; qui pour tous les groſſiſſemens eſt 2, 21 pouces de foyer & le demi-diametre de l'ouverture F*f* de 0, 55 pouces; la lentille précédente *e*E*e*, augmente de foyer = 3, 04 pouces & d'ouverture, le demi-diametre = 0, 76 pouces, & elle n'eſt plus placée dans le foyer de l'oculaire; mais ces deux lentilles ſe placent alors à diſtance égale du foyer qui tombe entre ces deux lentilles à $\frac{1}{2}$ pouce. Si la multiplicité de lentilles ne faiſoit craindre une trop grande partie de rayon, une huitieme lentille placée dans le foyer de l'oculaire augmenteroit encore les avantages du champ.

7) L'oculaire eſt le même quelque ſoit le groſſiſſement & le nombre des oculaires d'un pouce de foyer; ayant pour le diametre de ſon ouverture la moitié de ſon foyer; mais l'oeil approche avec l'augmentation des oculaires, & l'angle de la viſion du champ par conſéquent devient plus ouvert & plus avantageux, avec 2 oculaires la diſtance de l'oeil eſt de $\frac{3}{4}$ de pouces; avec 3, de $\frac{2}{3}$ pouces; avec 4, de $\frac{1}{2}$ pouces. L'augmentation des oculaires, procure des grands avantages par rapport au champ; avec 3 il eſt presque

Digitized by Google

que le double de celui qu'on obtient avec deux; & avec 4, au dela du double. La longueur des lunettes eſt à peu près la même; l'augmentation des oculaires les rend un peu plus courtes.

8) On pourroit pouſſer les avantages du champ apparent plus loin encore par une huitieme lentille placée dans le foyer de l'oculaire; ſi la multiplicité des lentilles le permet.

9) L'application de ces principes fait entrevoir des moyens pour porter les Microſcopes & les Teleſcopes à réflexion au degré de perfection qui leur manque.

Les Microſcopes n'étant que des lunettes avec lesquelles on regarde les objets, qu'on enviſage de fort près; leur image n'eſt pas repréſentée dans le foyer de l'objectif, mais au dela, en raiſon du produit de la diſtance de l'objet & du foyer de l'objectif diviſé par leur différence; ſi la diſtance de l'objet eſt $= a$, le foyer de l'objectif $= b$; la diſtance de l'image eſt $= \frac{ab}{a - b}$; repréſentée en avant ſi la diſtance de l'objet eſt plus grande que le foyer de l'objectif; & en arriere, ſi cette diſtance eſt moindre.

Tels qu'ils ſont aujourdhui avec une lentille ſimple ſujette à la confuſion de la figure & de la diverſe réfrangibilité; ils manquent de clarté par la petite ouverture qu'admet l'objectif; le groſſiſſement par conſéquent ne peut être que borné comme de même, le champ par l'arrangement ordinaire des oculaires. Un objectif formé de deux lentilles, exemt de la confuſion ſphérique & de la diverſe réfrangibilité, admettant une grande ouverture, procureroit le degré de clarté néceſſaire & feroit obtenir des multiplications beaucoup plus conſidérables par l'emploi de lentilles d'oculaires d'un moindre foyer, & leur arrangement ſuivant la conſtruction précédente feroient obtenir les avantages d'un champ bien plus conſidérable.

L'arrangement des oculaires ſelon les principes des deux conſtructions propoſées pour les lunettes, feroient obtenir les avantages du champ.

Les

Digitized by Google

Les Téleſcopes à réflexion peuvent être conſidérés comme des lunettes à réfraction, dont le nombre & la diſtance des lentilles ſont déterminés par le nombre & la diſtance des miroirs & des oculaires qu'on employe. Les miroirs concaves répondent aux lentilles convexes, qui rendent les rayons convergens dans un point; & les miroirs convexes aux lentilles concaves, qui divergent les rayons ſelon un rapport déterminé par leur foyer. Le Téleſcope Neutonien n'eſt qu'une lunette aſtronomique, qui repréſente les objets renverſés; il s'agit d'appliquer les oculaires de la maniere la plus avantageuſe, pour obtenir le champ le plus avantageux. Le Téleſcope Grégorien, avec les deux miroirs concaves, eſt une lunette dans la conſtruction ordinaire, avec 4 lentilles pour repréſenter les objets debout; il s'agit de lui appliquer les principes de cette conſtruction pour obtenir un champ plus avantageux qu'il n'a eu jusqu'à préſent.

Pour obtenir les avantages de la nouvelle ou ſeconde Methode d'arranger les oculaires; il faudroit employer, au lieu du ſecond miroir concave, un petit miroir convexe, qui projette l'image du grand miroir à la diſtance néceſſaire, jusqu'à l'ouverture du grand miroir; dans lequel on placeroit la petite lentille, qui redreſſe & transmet l'image, pour être conduite à l'oeil de la maniere la plus avantageuſe, ſelon le nombre des oculaires qu'on veut employer.

Je dois me contenter ici du développement général de ces principes; en joignant celui d'un devis de Microſcope & de Téleſcope Grégorien, ſelon les deux genres différens de conſtruction.

Devis dun Télescope

à reflexion de 6 pouces de longueur; qui groſſit 16 fois & découvre un champ de 3 ſoleils.

1) Le grand miroir concave PP a 8 pouces de raïon, & par conſéquent 4 pouces de foyer; le diametre de l'ouverture PP eſt d'1 ½ pouces; & le trou circulaire du milieu RR a ½ pouce de diametre; il tranſmet l'image renverſée au petit miroir convexe. Fig. 9.

Digitized by Google

2) A' la distance CB égale a 3 pouces; est placé le petit miroir QBQ.

Il est convexe, a 3 pouces de raïon, & le diametre de l'ouverture QQ est d'$\frac{1}{2}$ pouce; il projette l'image renversée jusqu'en *c*.

3) Dans le trou circulaire RR du grand miroir, dans le foyer, est placée une lentille également convexe RR, qui rétablit l'image; elle a $\frac{1}{2}$ pouce d'ouverture & $1\frac{1}{10}$ de pouce de foyer; son bassin doit être d'$1\frac{17}{100}$ pouces.

4) A' la distance AD de cette lentille = $1\frac{1}{2}$ pouces, est placée la lentille SS également convexe qui a $\frac{1}{4}$ de pouce d'ouverture & $\frac{3}{4}$ de pouce de foyer.

5) A' la distance DE = $\frac{3}{4}$ pouce, est placée la lentille TT également convexe, qui a $\frac{1}{4}$ de pouce d'ouverture & $\frac{1}{2}$ pouce de foyer.

6) A' la distance EF = $\frac{3}{5}$ pouce, est placé l'oculaire VV également convexe, qui a $\frac{2}{10}$ de pouce d'ouverture & $\frac{3}{10}$ pouce de foyer; il doit être mobile pour la vuë de l'observateur.

7) L'oeil est à la distance d'$\frac{1}{5}$ de pouce de l'oculaire.

Ce Télescope peut grossir 20 fois, & être rendu plus commode.

1) Le grand miroir reste le même, mais le trou circulaire qui donne passage à l'image n'est que de $\frac{4}{10}$ de pouce.

2) Le petit miroir QBQ est plus éloigné, la distance CB est = $3\frac{1}{5}$ pouce, il est convexe, & le bassin pour la forme doit avoir $2\frac{14}{100}$ pouces; l'ouverture est de $\frac{4}{10}$ de pouces.

3) La lentille RR, également convexe, a $\frac{2}{5}$ de pouce de foyer & $\frac{4}{10}$ de pouce d'ouverture.

4) A' la distance AD = $\frac{4}{5}$ pouce, est placée la lentille SS, qui a $\frac{1}{5}$ pouce de foyer & $\frac{1}{100}$ pouce d'ouverture.

Digitized by Google

5) A' la distance DE = $\frac{4}{5}$ pouce est placée la lentille TT, qui a $\frac{4}{7}$ pouce de foyer & $\frac{4}{10}$ pouce d'ouverture.

6) A' la distance ET = $1\frac{3}{5}$ pouce est placé l'oculaire VV, qui a $\frac{4}{7}$ pouce de foyer & $\frac{4}{10}$ pouce d'ouverture.

7) L'oeil est à la distance de $\frac{3}{4}$ pouce de l'oculaire.

Un troisieme arrangement par lequel il grossit 15 fois qui réussiroit peut-être le mieux.

1) Le grand miroir PP est absolument comme dans le premier arrangement.

2) Le petit miroir QQ également.

3) La lentille RR a 1 pouce de foyer & $\frac{1}{2}$ pouce d'ouverture.

4) A' la distance AD = $1\frac{2}{3}$ pouce est placée la lentille SS, qui a $\frac{8}{9}$ pouce de foyer & $\frac{1}{6}$ pouce d'ouverture.

5) A' la distance DE = $1\frac{1}{15}$ pouce est placée la lentille TT qui a $\frac{4}{5}$ pouce de foyer & $\frac{2}{3}$ pouce d'ouverture.

6) A' la distance ET = $1\frac{1}{15}$ pouce est placé l'oculaire VV qui a $\frac{1}{2}$ pouce de foyer & $\frac{1}{4}$ pouce d'ouverture.

7) L'oeil est à la distance de $\frac{2}{5}$ pouce de l'oculaire.

L'arrangement ordinaire des Téleſcopes avec le petit miroir concave & 2 oculaires pourroit être perfectionné de la maniere ſuivante.

1) Le grand miroir PP ayant 4 pouces de foyer, $1\frac{1}{2}$ pouces d'ouverture; le trou circulaire auroit $\frac{1}{8}$ de pouce: il forme l'image renverſée dans ſon foyer *o*. Fig. 10.

2) A' la distance AB = 5 pouces, 1 pouce au delà du foyer, est placé le petit miroir QQ concave, qui a 1 pouce de foyer & $\frac{7}{12}$ pouce d'ouverture; il transmet l'image droite, à travers l'ouverture du grand miroir.

Digitized by Google

3) Immédiatement derriere le trou circulaire du grand miroir, eſt placée la lentille RR, également convexe, qui a $3\frac{3}{4}$ pouces de foyer & $\frac{5}{8}$ pouce d'ouverture; elle rompt les raïons & les réunit dans un foyer plus court.

4) A' la diſtance CD = 5 pouces, eſt placé l'oculaire EE, qui a $1\frac{1}{4}$ pouce de foyer & $\frac{5}{8}$ d'ouverture; elle transmet l'image à l'oeil.

5) L'oeil eſt à la diſtance de $1\frac{1}{4}$ pouces de l'oculaire.

Devis d'un Microscope

qui groſſit extrémement & découvre une tres grande partie de l'objet diſtinctement & avec clarté.

Planche IV. Fig. 11.

1) L'objectif A*a* eſt formé de deux lentilles;
l'antérieure eſt un ménisque dont
le raïon de la face antérieure eſt de $20\frac{500}{1000}$ pouces,
— — — — poſtérieure — $12\frac{500}{1000}$ pouces,
la poſtérieure eſt inégalement convexe dont
le raïon de la face antér. vers le ménisque eſt de $14\frac{500}{1000}$ pouces,
— — — — poſtér. vers les oculaires — $42\frac{750}{1000}$ pouces,
le diametre de leur ouverture eſt de $\frac{10}{100}$ ou de $\frac{60}{1000}$ pouce.
Ces deux lentilles doivent être enchaſſées de maniere qu'on puiſſe les éloigner & les rapprocher, juſqu'à ce qu'on apperçoive la viſion la plus diſtincte.

2) L'objet en eſt à $\frac{1}{5}$ de pouce.

3) L'étui MN doit être fait de maniere qu'on puiſſe le raccourcir & l'allonger juſqu'à 12 pouces; ſa moindre longueur eſt de 6 pouces.

4) En B, eſt placée la lentille également convexe NN; de $\frac{90}{1000}$ de pouce d'ouverture; & de $1\frac{1}{2}$ de pouce de foyer; le baſſin peut être d'$1\frac{940}{1000}$ pouce.

5)

Digitized by Google

5) A' la diſtance C = $\frac{1}{2}$ pouce, eſt placée la lentille O O, également convexe; de $\frac{7}{100}$ de pouce d'ouverture; & de $1\frac{2}{3}$ pouce de foyer; le baſſin peut être $1\frac{51}{100}$ pouce.

6) A' la diſtance D = $\frac{1}{2}$ pouce, eſt placé l'oculaire P P, également convexe, d'$\frac{1}{4}$ de pouce d'ouverture, & d'$\frac{1}{2}$ pouce de foyer; le baſſin peut être de $\frac{54}{100}$ pouce.

L'oculaire doit être mobile pour la vuë de l'obſervateur.

L'oeil eſt à la diſtance d'$\frac{1}{8}$ pouce.

a) Si l'on vouloit ſe ſervir d'un objectif ordinaire ſimple, il faudroit rétrécir l'ouverture de plus de 10 fois; & la repréſentation par conſéquent ſeroit ſombre & peu éclairée.

b) L'objectif peut être formé ſur des meſures moindres ou plus grandes que les préſentes, pour obtenir plus ou moins de groſſiſſement; s'il étoit fait ſur la moitié des meſures préſentes, il groſſeroit deux fois davantage.

Dans tout le reſte il n'y a pas de changement.

On pourroit obtenir avec le même objectif beaucoup plus de groſſiſſement, en allongeant le tube, & avec un peu de changement dans les deux lentilles intermédiaires N N, O O,

1) L'étui M N peut être fait de la longueur de 12 pouces, & de maniere qu'il puiſſe être allongé juſqu'à 24 pouces.

2) La lentille N N aura 1 pouce d'ouverture, & $1\frac{8}{100}$ pouce de foyer; le baſſin peut être de $2\frac{55}{100}$ pouces de raïon.

3) A' la diſtance précédente C = $\frac{1}{2}$ pouce, eſt placée la lentille O O, qui aura $\frac{72}{100}$ pouce d'ouverture; & $1\frac{45}{100}$ pouce de foyer; le baſſin peut être de $1\frac{56}{100}$ pouce de raïon.

4) L'oculaire P P eſt le même & placé à la même diſtance = $\frac{1}{2}$ pouce; & l'oeil eſt à la diſtance d'$\frac{1}{8}$ pouce.

Digitized by Google

Je finirai par remarquer en général que les lentilles placées dans les lieux des images, ou foyers des autres lentilles, deviennent objets elles-mêmes; le moindre atome de pouſſiere, & les plus legers défauts dans le verre deviennent des monſtres qui troublent la viſion.

C'eſt par cette raiſon que le ſecond & troiſieme développement, qui n'ont pas de lentille dans le foyer de l'oculaire, conviendront le mieux pour l'exécution & la pratique. Pour éviter cet inconvénient, il ſera peut-être néceſſaire encore de déplacer un peu la premiere lentille collective, placée dans le foyer de l'objectif; l'expérience ſera le meilleur guide qu'on pourra conſulter, & décidera de même du changement leger qui pourra s'enſuivre pour la place & la diſtance des lentilles ſuivantes, dont l'arrangement ne ſera jamais abſolument conforme aux préceptes de la Théorie; parce que l'Artiſte donnera rarement, ou peut-être jamais, le foyer réel aux lentilles qu'elle preſcrit.

C'eſt l'effet le plus avantageux qu'il remarque dans leur aſſemblage qui arrête les diſtances; & la lunette eſt plus ou moins parfaite, ſelon que l'ouvrier a réuſſi à donner aux lentilles les figures preſcrites; dont dépend la netteté d'une repréſentation diſtincte, & le trouble des couleurs qui peut réſulter de la grande ouvertures des oculaires.

Neuton conſeille, dans la ſeptieme propoſition de ſon Traité d'optique, de polir les lentilles en mettant la potée lavée & épurée autant qu'il eſt poſſible, avec de la poix verſée ſur le baſſin, pour ne pas creuſer & ſillonner le verre; il inſiſte beaucoup de les travailler avec le mouvement le plus doux, pour ne pas forcer & altérer leur figure; peut-être ſeroit il à propos de le faire le baſſin en repos; & il croit ſur une expérience qu'il a faite lui-même, qu'il ſeroit poſſible de former de cette maniere les miroirs des Téleſcopes à refraction, préférables de beaucoup à ceux de métal.

L'avis de ce grand homme, qui deſcendoit des méditations les plus ſublimes aux détails de l'exécution, eſt un arrêt, dont l'Artiſte doit bien ſe garder de s'écarter; mais l'art de former & de polir les lentilles devient alors l'ouvrage pénible du tems & d'un grand nombre

Digitized by Google

bre d'ouvriers qu'il faut faire travailler; au lieu que l'ouvrier cherche ordinairement les moiens les plus prompts pour finir ſon ouvrage.

J'ajouterai quelques obſervations dues à l'expérience & aux mauvais ſuccès qu'on a eu juſqu'à préſent dans l'exécution des objectifs formé de deux lentilles. Les rayons, en traverſant une lentille ſphérique, ſubiſſent une réfraction différente ſelon qu'ils paſſent plus près ou plus loin du centre, ſuivant une loi fondée ſur la ſphéricité de chacune de ſes faces; ceux qui ſont transmis par les bords de la lentille, forment un foyer différent de celui que forment ceux qui paſſent par le centre.

Cette loi fixée avec préciſion fonde la combinaiſon de deux lentilles, l'une convexe avec une autre concave ou ménisque d'un foyer négatif dont le changement des foyers des rayons du centre & de la circonférence ſuit une loi directement contraire, & réunit tous les rayons dans un même foyer.

L'exécution n'ayant pas répondu juſqu'à préſent à l'attente de la théorie; j'obſerve d'abord qu'on ſuppoſe une ſphéricité parfaite. L'inégalité du mouvement des baſſins peut, malgré la ſphéricité parfaite, donner aux lentilles une autre courbure vers les bords que vers le milieu; & la variation dans les foyers ſuivroit alors une autre loi que celle qu'on ſuppoſe dans la théorie. Si la courbure étoit moindre vers les bords, ce ſeroit un défaut heureux, qui rendroit la lentille parfaite par elle-même, & diſpenſeroit de la combinaiſon avec une ſeconde lentille d'un foyer négatif. Si la courbure étoit plus forte vers les bords que celle de la ſphere qui forme le centre, la réfraction des rayons ſeroit plus forte, & la ſeconde lentille ne pourroit plus les rompre au point de correction néceſſaire; il en faudroit une plus concave: mais elle devroit toujours produire une diminution de la confuſion, en ramenant les foyers diſperſés plus près les uns des autres.

Mais, comme on n'a pas apperçu le moindre effet dans la combinaiſon de deux lentilles, il paroit qu'il doit ſe trouver un autre défaut dans l'exécution.

Les

Digitized by Google

Les expériences, en couvrant les bords & enſuite le centre de la lentille, doivent donner la différence entre leurs foyers que la Théorie ſuppoſe.

Dans la combinaiſon des deux lentilles, ces mêmes expériences doivent conſtater ſi le foyer des rayons de la circonférence & du centre ſont les mêmes.

Si les foyers ſont les mêmes; que la repréſentation ſoit encore confuſe, & que l'objectif ſoit repréſenté comme couvert de couleurs mêlées & embrouillées; cette confuſion ne peut réſulter que d'une difformité ou irrégularité dans la ſurface même de la lentille, formée de petites cavités & éminences, qui rompent les rayons irrégulierement & les diſperſent en tout ſens.

Comme cette inégalité dans la ſurface paroit tenir à la matiere du verre même, il faudroit, après avoir donné la figure ſphérique à la lentille, ne donner le poli qu'aux éminences de la ſurface, & laiſſer les cavités dont la figure eſt informe, brutes afin de ne pas donner des paſſages aux rayons.

L'Artiſte, dans le premier cas, doit ne pas trop polir le verre; il doit ſavoir s'arrêter à un certain point, qui polit la partie élevée de la ſurface & laiſſe brute les parties creuſes, ou pouſſer la poliure au point que la ſuperficie ſoit parfaitement unie & polie.

2) Le mouvement de la lentille en la poliſſant doit être très leger, & le baſſin en repos; d'abord pour ne pas altérer ſa figure, & pour que la matiere qui fait la poliure n'attaque pas les cavités.

3) Il paroit que c'eſt le cas de la potée, ou du caput mortuum de la diſtillation du vitriol dont ſe ſert; la terre argilleuſe dans laquelle la terre vitrée très fine eſt mêlée avec une terre douce alcaline, paroit convenir mieux.

Mais, dans l'un & l'autre cas 4) la matiere dont il ſe ſert ne peut pas être d'un grain aſſez pur & doux, pour ne pas trop attaquer le verre.

SUR

Digitized by Google

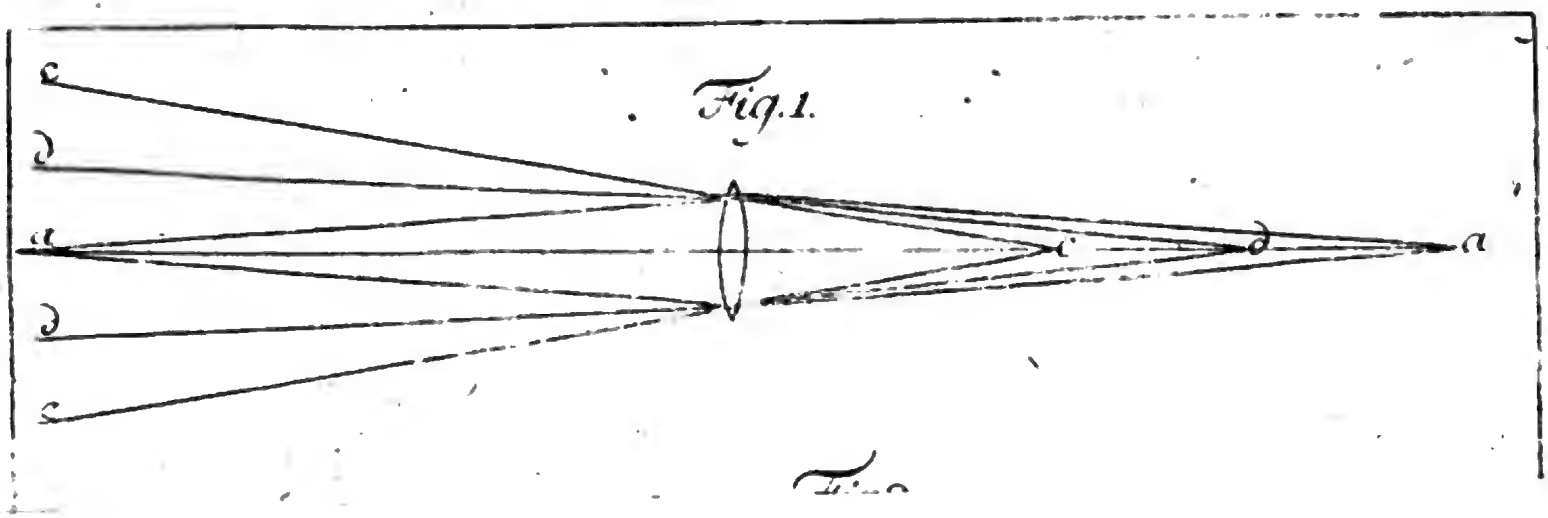


Fig. 1.

Digitized by Google

SUR

LA RÉSISTANCE DES FLUIDES.

PAR M. SULZER.

La réſiſtance des fluides eſt un de ces phénomenes de la Nature, qui, dans pluſieurs cas, ſemblent ſe refuſer au calcul des Géometres. La loi de la réſiſtance, propoſée par *Newton*, & adoptée par tous les Géometres, donne des réſultats qui, dans certains cas, ſe trouvent conformes à l'expérience, & qui s'en éloignent très conſidérablement dans d'autres. Elle paroit ſurtout inſuffiſante pour calculer la réſiſtance de l'air; & nous avons vu ici *), que les calculs de M. *Euler* ſur l'effet des moulins à vent, fondés ſur la loi de *Newton*, donnoient des réſultats qui ſont au deſſous de la moitié de ceux que l'expérience a fournis à Mr. *Lulofs*.

Ayant réfléchi ſur cette matiere, j'ai crû voir la raiſon de l'inſuffiſance de la loi reçue des réſiſtances. Je me ſuis apperçu que la même loi ne pouvoit avoir également lieu pour des fluides auſſi différens dans leur nature que le ſont l'air & l'eau, l'un étant compreſſible, & l'autre ſe refuſant à toute compreſſion, quelque grande que ſoit la force comprimante. Il m'a donc ſemblé qu'il falloit chercher la loi des réſiſtances pour chacun de ces fluides à part, & qu'il étoit néceſſaire d'avoir égard dans cette recherche à la nature ſpécifique de chaque fluide. Ayant entrepris cette recherche, j'ai vu très clairement que la loi connue n'avoit lieu que pour les fluides qui ſont de la nature de l'eau, & que les fluides qui ſont de la nature de l'air ſuivent néceſſairement une loi très différente de celle-là. C'eſt-ce que je tâcherai de faire voir dans ce Mémoire.

Com-

*) Voy. Mém. de l'Acad. A. MDCCLVI. p. 169.

Digitized by Google

Commençons par conſidérer la nature des deux fluides dont il s'agit. Je leur ſuppoſe d'abord à l'un & à l'autre une fluidité parfaite. J'entends par fluidité parfaite, le manque de cohéſion entre les parties du fluide, chaque partie cédant au mouvement comme ſi elle étoit iſolée, & n'oppoſant au mouvement que ſon inertie. Cette ſuppoſition n'eſt peut-être pas vraye à la rigueur, mais cela ne trouble point la loi des réſiſtances, comme nous le verrons plus bas. Cette fluidité parfaite eſt la ſeule qualité commune que je ſuppoſe dans l'un & l'autre des deux fluides; ce qui que les diſtingue eſt la compreſſibilité, qui manque abſolument à l'un, & qui eſt fort grande dans l'autre.

Pour concevoir la différence que cela produit dans les réſiſtances, je conſidere le mouvement d'un corps ſolide dans un canal rempli d'un fluide de la maniere ſuivante.

Planche IV. Fig. 1. Soit AB (fig. 1.) un canal cylindrique dans lequel ſe meuve un corps cylindrique C, qui bouche exactement ſa cavité: je ſuppoſe que le canal eſt rempli de D en E, ſoit d'eau, ſoit d'air, & que le corps C ſe meuve dans la direction AB. Si le canal eſt rempli d'eau, on conçoit que, dès le premier inſtant du mouvement du corps C, il doit s'écouler une portion d'eau par l'embouchure B. Car l'eau n'étant point compreſſible, le corps C ne peut avancer, ſans que l'eau s'écoule. De quelle longueur que ſoit l'eſpace DE, le mouvement du corps CD ſe fera ſentir à l'embouchure B au moment même qu'il commence.

Si à l'idée de l'incompreſſibilité nous joignons celle de la fluidité parfaite, nous comprendrons encore, que, ſi le corps C vient heurter contre la colonne d'eau, quelque petite que ſoit la force qui pouſſe le corps C, elle ſuffira toujours pour faire couler l'eau par l'embouchure E; au lieu, que ſi la matiere dont le canal DE eſt rempli étoit ſolide, il faudroit, pour produire du mouvement, une force capable de vaincre l'inertie de tout le cylindre DE. Le cas où le cylindre eſt rempli d'eau, a beaucoup de reſſemblance avec celui où un corps dur heurte contre une file de corps durs & élaſtiques, rangés en ligne droite. Car le mouvement ſe communique à l'autre extrémité de

Digitized by Google

de la file en imprimant un mouvement progreſſif au dernier corps, quoique la file même ne reçoive aucun mouvement progreſſif. Lors donc que le corps C avance dans le canal, il n'imprime dans chaque élément du tems du mouvement progreſſif qu'à une portion de matiere fluide proportionée à l'eſpace parcouru pendant cet élément du tems; au lieu que, ſi le cylindre DE étoit un corps ſolide, le cylindre entier recevroit le mouvement progreſſif.

Suppoſons maintenant que la longueur du canal DE ſoit infinie, ou ce qui revient au même, qu'elle reſte toujours égale pendant que le corps C avance: on comprendra que la force motrice qui agit ſur le corps C, produit à chaque inſtant du tems un double effet dont l'un eſt l'accélération du corps C même, & l'autre le mouvement d'une particule d'eau, proportionnée à l'eſpace parcouru par le corps. C'eſt dans ces deux choſes que conſiſte l'effet complet de la force motrice. Nous verrons plus bas comment on peut tirer de là la vraye loi de la réſiſtance de l'eau.

Examinons maintenant le cas où l'eſpace DE eſt rempli d'air, tel qu'il eſt dans l'atmoſphere. Cet air étant compreſſible par des forces fort peu conſidérables, on voit d'abord qu'il n'eſt pas abſolument néceſſaire qu'une portion d'eau s'écoule par l'embouchure E dès le premier moment que le corps C avance; car la partie qu'il écarte néceſſairement, pourroit ſe gliſſer entre les autres parties en condenſant la maſſe. On trouvera même, en refléchiſſant plus particulierement ſur ce cas, que, ſi le mouvement du corps C eſt d'une certaine rapidité, l'air ſe condenſera néceſſairement avant qu'aucune partie s'échappe par l'embouchure B: & c'eſt juſtement de ce cas que dépend la loi de la réſiſtance de l'air.

La compreſſibilité de l'air ſuppoſe néceſſairement que les particules de cet élément ſoyent ſéparées les unes des autres, vû que ſans cette condition il ſeroit impoſſible de les rapprocher les unes des autres. Cela nous autoriſe à nous repréſenter un fil d'air comme une ſuite de globules placés à une certaine diſtance les uns des autres, pen-

Digitized by Google

dant qu'un fil d'eau doit être repréſenté par une ſuite de globules qui ſe touchent. L'élaſticité de l'air nous autoriſe de plus à ſuppoſer les eſpaces entre les globules remplis de reſſorts; en un mot nous pouvons nous repréſenter un fil d'air comme une ſuite de globules avec des reſſorts, tels qu'ils ſont repréſentés dans la 2 figure. Il faut encore ajouter, que ces reſſorts ſont ſi peu tendus, que la moindre force ſuffit pour les tendre d'avantage.

Conſidérons maintenant ce qui doit arriver à cette file de globules AB (fig. 2.) ſi le premier en A commence à ſe mouvoir dans la direction AB. Il eſt d'abord viſible qu'il tendra ou comprimera le reſſort qui eſt entre lui & le ſecond globule: de plus, le mouvement du premier globule ne peut ſe communiquer au ſecond que moyennant le reſſort qui les joint, de façon que ce ſecond globule ne reçoit ſon mouvement que par le mouvement de la particule du reſſort x, qui le touche immédiatement. Maintenant on conçoit que comprimer le reſſort n'eſt autre choſe que rapprocher ſes parties. Lors donc que le reſſort qui eſt entre deux globules commence à être comprimé, la premiere particule s'approche de la ſeconde, celle-ci de la troiſieme, & ainſi de ſuite. Ces mouvements étant progreſſifs, ne ſe font point dans un inſtant, mais dans des tems réciproquement proportionés à leur viteſſes. On conçoit par là qu'il faut du tems avant que le mouvement du premier globule ſe communique au ſecond, & ainſi de ſuite; ce qui (pour le dire en paſſant) eſt la raiſon phyſique de la propagation ſucceſſive du ſon.

Le premier globule avancera donc vers le ſecond avant que celui-ci commence à ſe mouvoir; par conſéquent il ſe fera une compreſſion entre ces deux globules. Cette compreſſion parvenue à un certain point, produira du mouvement dans le ſecond globule, qui, à ſon tour, comprimera le ſecond reſſort. Cette ſeconde compreſſion ne commençant qu'au moment que la premiere eſt à ſon plus haut degré, ou conçoit que, tant que le mouvement dure, la compreſſion du premier reſſort ſera toujours plus grande que celle du ſecond. Enfin,

Digitized by Google

en continuant ce raiſonnement, on comprendra; 1) Que le mouvement imprimé au premier globule, ne ſe communique que ſucceſſivement aux globules ſuivants, & que ſi la diſtance entre les globules A & B eſt finie, il faut un tems fini pour faire parvenir le mouvement de A en B. 2) Qu'auſſi loin que le mouvement s'étend, il y aura une compreſſion dans les reſſorts. 3) Que cette compreſſion eſt la plus grande au commencement de la file, & va en diminuant continuellement. 4) Que, plus le mouvement des globules eſt rapide, plus les compreſſions ſeront conſidérables.

Appliquons maintenant ces principes au cas où le corps C (fig. 1.) ſe meut dans le canal AB, ayant une colonne infinie d'air DE devant ſoi. Il eſt viſible qu'il ſe fera une compreſſion dans cet air, qui ira en diminuant dans la direction DE, de ſorte qu'elle peut être repréſentée par la ligne courbe GH, dont chaque appliquée FG, repréſente la compreſſion de l'air dans la ſection du canal qui répond au point F, produite par le mouvement du corps C. Il eſt de plus évident, que tant que la viteſſe du corps C eſt la même, la ligne des compreſſions GH reſte la même.

Cela nous met en état de déterminer les élémens qui doivent entrer dans le calcul des réſiſtances de l'air. Car nous voyons qu'à chaque élément du tems la force motrice qui agit ſur le corps C, produit les effets ſuivans. 1) Le mouvement du corps C même. 2) Le mouvement d'une particule d'air naturel ou non comprimé, proportionée à l'eſpace parcouru. 3) Le mouvement d'une particule d'air dont la denſité eſt repréſentée par la ligne FG. 4) La même force doit encore vaincre le degré d'élaſticité produit par la condenſation de l'air, lequel s'oppoſe au mouvement. Voilà quatre élémens qui entrent néceſſairement dans le calcul de la réſiſtance de l'air. De ces quatre élémens il n'y a que les deux premiers qui affectent le calcul de la réſiſtance de l'eau. Il eſt évident par là, que la même loi ne peut déterminer la réſiſtance de l'un & de l'autre de ces deux fluides.

Digitized by Google

Après avoir établi le fondement du calcul des réſiſtances, il ne ſera pas difficile de donner le calcul même. Suppoſons donc que AB (fig. 3.) marque la ligne verticale, par laquelle un cylindre ſolide tombe verticalement dans l'eau, ayant ſon axe dans la ligne AB, & ſa baſe perpendiculaire à cette ligne. Que les appliquées BC de la courbe AC marquent les vîteſſes du cylindre à chaque point de l'axe B, & les appliquées BD de la courbe AD les hauteurs auxquelles le cylindre pourroit remonter dans le vuide, moyennant la viteſſe acquiſe en B.

Soit maintenant $AB = x$
$BC = \sqrt{v}$
$BD = v.$

Soit de plus
la peſanteur du cylindre dans l'eau $= P.$
ſa maſſe $= M.$
ſa baſe $= a^2$

Je ſuppoſe que ce cylindre n'a pas encore acquis ſa plus grande viteſſe, de ſorte qu'en continuant à deſcendre par un eſpace infiniment petit $Bb = dx$, l'appliquée $BD = v$ devienne $v + dv$. Cela poſé, il eſt clair, que la force motrice produit un double effet dans le tems qu'elle fait parcourir au cylindre l'eſpace dx. Car la maſſe M acquiert un accroiſſement de viteſſe, & par conſéquent une augmentation de force vive $= M dv$, & le cylindre écarte une portion d'eau $= a^2 dx$ avec la viteſſe $\sqrt{v}$. Par conſéquent la force motrice produit dans l'eau une force vive $= a^2 v dx$. C'eſt dans ces deux effets que conſiſte tout ce que produit la force accélératrice, & cela nous donne cette équation

$$P dx = M dv + a^2 v dx,$$

ou bien $$dx = \frac{M dv}{P - a^2 v};$$

équa-

Digitized by Google

équation qui contient la vraye loi de la réſiſtance de l'eau, & qui eſt la même que celle que *Newton* a propoſée. Cette loi conſiſte en ce que la réſiſtance de l'eau eſt égale à la preſſion d'une colonne d'eau dont la baſe eſt $= a^2$, & la hauteur $= v$.

Il eſt viſible que cette loi ne change pas, ſi le fluide n'eſt point parfait, comme nous l'avons ſuppoſé, pourvû qu'il ſoit incompreſſible. Car, s'il avoit une tenacité ſenſible, de ſorte qu'il fallut une certaine force pour ſéparer la maſſe $a^2 dx$, cette ténacité ne feroit que diminuer d'une quantite conſtante la force motrice P. Dans ce cas donc on auroit

$$dx = \frac{M dv}{P - p - a^2 v^2}$$

équation qui renferme la même loi que la précédente.

Cherchons maintenant la loi de la réſiſtance d'un fluide compreſſible. Nous avons vû qu'un corps qui ſe meut rapidement dans un tel fluide, produit une compreſſion dans la partie du fluide qui eſt devant lui. La force comprimante eſt égale à une colonne de ce fluide, dont la hauteur eſt $= v$.

Celà étant, le cylindre écarte en avançant ce fluide condenſé: ſoit la denſité du fluide dans l'état naturel $= 1$., celle qui eſt cauſée par cette compreſſion $= n$, il eſt viſible que nous appliquerons au cas préſent l'équation que nous venons de trouver en ſubſtituant le terme $n a^2 v$ à celui de $a^2 v$.

Mais il faut encore avoir égard à l'augmentation d'élaſticité cauſée par cette condenſation. Car, le fluide étant comprimé devant le cylindre ſon élaſticité, y eſt plus grande qu'elle n'eſt derriere le cylindre, & l'excès de l'élaſticité, qui a lieu avant le cylindre ſur celle qui a lieu derrière, s'oppoſe directement à la force accélératrice. Suppoſons donc l'élaſticité naturelle du fluide $= e$, celle qui eſt devant le cylindre ſera $= ne$, ſuppoſé que les élaſticités ſoyent comme les den-

Digitized by Google

denſités; par conſéquent l'excès de celle-ci ſur celle-la $= ne - e$. Il y a donc une preſſion du fluide $= ne - e$ qui diminue la force motrice P. Nous aurons donc cette équation pour la réſiſtance des fluides compreſſibles & élaſtiques

$$(P - ne + e)\,dx = M dv + na^2 v dx$$

ou bien

$$dx = \frac{M dv}{P - ne + e - na^2 v}.$$

Pour mieux voir combien cette équation différe de la premiere, je vais déterminer les valeurs de n & e pour l'air.

Soit, pour cet effet, la hauteur du mercure dans le barometre $= p$ pieds, & la peſanteur ſpécifique du mercure à celle de l'air comme 1 : m. La hauteur d'une colonne d'air naturel auſſi peſante que cette colonne de mercure ſera $= \frac{p}{m}$. Maintenant, les denſités de l'air étant proportionelles aux colonnes comprimantes, la denſité de l'air naturel ſera à celle de l'air qui eſt devant le cylindre comme $\frac{p}{m} : \frac{p}{m} + v$. Nous avons donc $1 : n = \frac{p}{m} : \frac{p + mv}{m}$

$$\& \quad n = 1 + \frac{mv}{p}.$$

Pour déterminer la valeur de la lettre e, il faut conſidérer que l'élaſticité de l'air naturel eſt égale à la preſſion d'une colonne d'air dont la hauteur eſt $= \frac{p}{m}$; par conſéquent cette élaſticité dans le cas préſent eſt égale à une colonne d'air naturel dont la baſe eſt $= a^2$, & la hauteur $= \frac{p}{m}$; par conſéquent $e = \frac{a^2 p}{m}$.

Subſtituons ces valeurs dans notre équation, & nous aurons

dx

Digitized by Google

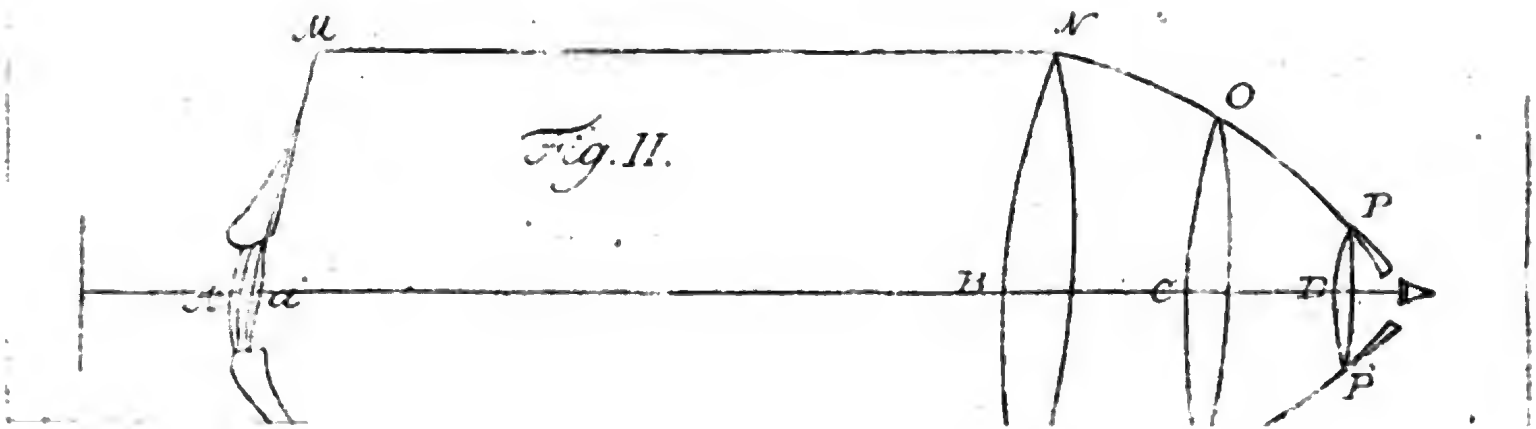


Fig. II.

Digitized by Google

Digitized by Google

$$dx = \frac{M\,do}{P - 2a^2v - \frac{m}{p}a^2v^2}$$

Cette équation comparée à celle que nous avons trouvée pour la réſiſtance de l'eau nous fait voir, que quand il s'agit de l'air, la réſiſtance eſt plus que double de celle qui réſulte de la premiere loi. Car ici le terme a^2v ſe trouve doublé, & outre cela, il faut encore ajouter à la réſiſtance une quantité qui eſt proportionnée au biquarré de la viteſſe. Ce terme à la verité n'eſt d'aucune conſidération, tant que la viteſſe du corps mû n'eſt pas exceſſivement grande. Pour nous convaincre de cela nous n'avons qu'à ſubſtituer à la place des lettres m & p leurs valeurs uniques. La hauteur moyenne du barometre étant ſuppoſée de 28 pouces, nous aurons $p = 2\frac{1}{3}$, & le mercure étant à peu près 14000 fois plus peſant que l'air $m = \frac{1}{14000}$; par conſéquent $\frac{m}{p} = \frac{1}{32000}$ à peu près, ce qui fait voir, que le terme $\frac{m}{p}a^2v^2$ n'eſt d'aucune conſéquence, ſi la viteſſe n'eſt très grande.

Je ne m'arrête pas à donner les intégrales de ces équations: il ſuffit d'avoir fait voir très clairement, que la théorie ordinaire ne ſuffit pas pour calculer la réſiſtance de l'air, ſurtout dans les cas où la viteſſe eſt conſidérable.

Digitized by Google

SUR UNE ESPECE

DE PROLIFICATION TRÈS RARE,

ARRIVÉE AU CENTRE DU PISTILLE, DANS UNE *IRIS* MONSTRUEUSE, ET SUR UNE AUTRE SINGULIERE DANS UN *LIS BLANC.*

PAR M. GLÉDITSCH.

Traduit du Latin.

La Plante monſtrueuſe que je vais décrire, par un cas très rare, & même le premier qui me ſoit connu, tire ſon origine d'une eſpece d'Iris tout à fait connue. Il arrive ſouvent que les eſpeces monopétales de l'ordre liliacé des végétaux bulbeux & tubéreux offrent des jeux de la nature dans la multiplication ou dans la plénitude de leurs corolles, qui deviennent quelquefois fort monſtrueuſes: mais pour une eſpece de prolification, telle qu'eſt celle dont il s'agit ici, qui ne conſiſte qu'en une dilatation du centre même du ſimple piſtille, ou elle n'a jamais eu lieu, où (ſoit dit avec la permiſſion des Experts en Botanique,) la plûpart des obſervateurs n'y ont pas fait attention. Auſſi, également frappé de la nouveauté & de la beauté d'un phénomene auſſi extraordinaire, arrivé dans une eſpece aſſez remarquable de nos belles-Iris communes, je l'ai cru digne d'être attentivement obſervé.

Cette Plante naturelle, aſſez commune dans les jardins de Berlin, eſt appellée par le célebre *de Linné* dans ſes *Spec. Plant.* Ed. I. p. 29. IRIS *corollis imberbibus, germinibus trigonis, caule tereti, foliis linearibus.* Le ſavant *Bauhin*, dans ſon *Theatr. Botan.* Ch. X. p. 597-98, la nomme IRIS *pratenſis, anguſtifolia, altior.* En Alle-

Digitized by Google

Allemand: *der groſſe ſtaudige und ſmall Wieſen-Swendel, mit blauen Blumen.*

Thalius a déjà connu de ſon tems la Plante en queſtion, & l'a cueillie dans les lieux humides au pied des montagnes de la forêt Hercynie, où j'en ai rencontré auſſi par-ci par-là au mois de Juin. Elle s'eſt auſſi préſentée depuis à moi, avec le *Peucedanum Germanicum*, dans ces prairies inondées de Leipſig, qui s'étendent le long des rivieres de l'Elſter & de la Pleiſſe, vers les villages de *Lentſch*, *Lindenau*, *Plagwitz*, *Gros* & *Klein-Zſchocher*, & dans d'autres endroits interjacents du territoire de Leipſig. Celui de Berlin offre rarement cette plante, & elle n'y vient point d'elle-même, ſi ce n'eſt au mois de Juillet, ſur les bords de ces marêcages d'où l'on tire les tourbes, & qui ſéparent la grande forêt de Coepenick des prairies des villages de *Caulsdorff* & *Friederichsfelde*. Je me rappelle auſſi d'en avoir vu en petite quantité dans diverſes prairies qui dépendent de Francfort ſur l'Oder. Hors des Provinces d'Allemagne qui viennent d'être nommées, notre *Iris* abonde, non ſeulement autour de *Bâle*, ſur les confins de *Strasbourg*, & dans d'autres lieux ſitués en deçà ou en delà du Rhin, mais encore presque par toute la baſſe *Autriche*, & une grande partie de la Hongrie, entre le *Danube*, la *Murra*, la *Drawe* & la *Lidwa*.

A l'egard de cette plante vicieuſe & péchant par excès, dont il va être queſtion, nous en ſommes redevables à la culture & à la collection du Sr. *Findelmann*, Jardinier du Roi à Charlottembourg; elle eſt chargée de fleurs monſtrueuſes & pour la plûpart ſtériles; & dans les Jardins de Hollande les mieux fournis d'où elle vient, elle tire ſans doute ſon origine d'une quantité ſurabondante d'aliment que lui procurent exprès ceux qui en trafiquent. Tous les ans elle porte des fleurs tout à fait agréables à la vue, tant parce qu'elles ont en partie la forme naturelle, en partie une forme étrangere, que par le plus gracieux mêlange de couleurs.

Digitized by Google

Je parlerai ici principalement des organes qui dans notre plante conſtituent en partie l'eſſence de la fleur, & en partie contribuent le plus à la fécondation, le reſte n'offrant rien d'intéreſſant à remarquer. Car, à l'exception de la fleur, on n'y remarque aucun déſordre; & en la décrivant, je ne pourrois que répéter des choſes déjà cent fois dites. Mais, pour ſuivre quelque ordre, je ferai mention en commençant d'une certaine difformité qui eſt hors de la fleur, vers le ſommet de la tige. C'eſt que le péduncule redoublé, forme au haut de la tige une ſorte de double branche, entre laquelle il en exiſte quelquefois une troiſieme. Les fleurs du péduncule double ſont couronnées de petits faiſceaux de fleurs, mais le péduncule ſolitaire ne porte qu'une fleur, plus grande & plus difforme que les autres.

Dans d'autres tiges, au lieu de cette ſection en deux, il s'éleve trois péduncules diſtincts, revêtus à la baſe d'une maniere vague de deux ou trois étuis, dont deux qui embraſſent le dedans ſont directement oppoſés l'un à l'autre, & le troiſieme ſe réunit au péduncule du milieu. Ainſi les petits faiſceaux monſtrueux des fleurs offrent une *triple différence*, dont la premiere indique les fleurs entierement deſtituées d'ovaires, & beaucoup plus grandes que les autres, ayant des corolles fort remplies, ou monſtrueuſement multipliées, ou en partie mutilées, & dont la prolification ſe fait en même tems du centre du piſtille dilaté. Nous ſerions aſſez fondés à dire que ces fleurs ſont les vrayes matrices de toute cette prolification ſurabondante.

L'autre différence des fleurs conſiſte dans ces corolles qui naiſſent ſur les prolifications mêmes, ſortant monſtrueuſement par de petites branches particulieres du centre du piſtille de la grande fleur précédente, & étant deux ou trois fois plus petites.

La troiſieme différence concerne les petits faiſceaux des fleurs, nés dans la tige au deſſous des premiers, & beaucoup plus tardifs qu'eux. Dans chaque fleur de cette ſorte, la corolle, dont les découpures ſont médiocrement augmentées, ſe multiplie de façon que les étamines avec le piſtille s'écartent à peine de l'état naturel, à moins que

Digitized by Google

que quelquefois le défaut du ſuc nourricier ne les rende mutilées. Ainſi donc, puisque des trois étamines il y en a au moins une parfaite avec le piſtille dans ſon intégrité, la fécondation réuſſit; & il ſe trouve dans quelcune des loges de l'ovaire des ſemences convenables à la propagation.

Ce qui a été dit jusqu'ici, ne laiſſe aucun doute ſur la triple différence des fleurs dans notre plante luxuriante; mais, pour mettre dans un plus grand jour les raiſons par lesquelles on peut expliquer cette prolification, nous conſidérerons d'abord la fleur monſtrueuſe la plus grande, ou primitive, comme étant la matrice commune de toute la prolification

Dans la fleur d'*Iris* naturelle, les étuis vagues & conſiſtans ont proprement l'apparence d'un calyce commun; on en trouve deux ou trois dans chacun des petits faiſceaux monſtrueux des fleurs, où ils embraſſent la baſe des péduncules.

La corolle naturelle de l'*Iris* eſt monopétale, égale & partagée en ſix; elle n'exiſte presque pas dans la plante monſtrueuſe, ſi ce n'eſt dans les fleurs les plus tardives, qui ſortent au deſſous des autres fleurs monſtrueuſes. Et quoique, dans pluſieurs fleurs, en n'y jettant, qu'un coup d'oeil ſuperficiel, il ſemble y avoir trois découpures intérieures & droites, & trois autres extérieures réfléchies: dans la réalité cependant elles ne s'y trouvent presque jamais quant au nombre, à la figure, à la ſituation & à la proportion; & il eſt tout à fait rare que ces rudimens de corolle mutilés ſe réuniſſent pour former un véritable tuyau de corolle. La forme extérieure diſparoit plutôt toute entiere; & le receptacle de la fleur avec la corolle même ſe transforme confuſément en un ſeul corps. Mais, ſi le tube de la corolle exiſte, rempli d'une matiere mielleuſe, les rudimens des filamens revêtent l'apparence de pétales.

Suivant donc le différent degré de difformité, les choſes ſe paſſent ainſi dans la grande fleur d'Iris ſtérile, vraye matrice de la prolification; elle paroit bien avoir une corolle naturelle, mais ce n'eſt

Digitized by Google

jamais ſans quelque irrégularité par rapport au nombre des parties. Or, plus elle augmente, plus l'abondance ſuperflue qui y regne va en augmentant, & plus auſſi la difformité des fleurs s'accroit; & cela va, par l'augmentation de la cauſe de la plénitude, au point que toutes & chacunes des parties du ſtigmate foliacé même, avec les filamens & les péduncules garnis des faiſceaux monſtrueux de cette prolification paſſagere, ſe tortillent & ſe réuniſſent en diverſes manieres. Il ſeroit difficile de trouver des termes propres à bien expliquer cette étonnante difformité des parties florales.

Mais, comme le défaut des étamines fécondantes eſt aſſez certain dans presque toutes les fleurs de cette eſpece, c'eſt à dire, dans celles où la *prolification contraire à l'ordre de la Nature ſe fait du centre du piſtille*, avec une totale deſtruction du ſtigma ou de l'ovaire; de même on auroit tort de révoquer en doute, que la préſence des étamines parfaites ne ſert à rien. La place des filamens eſt occupée par les rudiments des feuilles découpées, qui doivent leur origine tant aux découpures ſurabondantes de la corolle qu'aux diviſions du ſtigma.

Mais ce qui mérite le plus d'attention, & fait le principal objet de ce Mémoire, c'eſt le piſtille, que cette eſpece ſinguliere de prolification détruit ſi parfaitement qu'il ne reſte pas le moindre veſtige de fécondation. En effet l'ovaire, que les Botaniſtes modernes nomment germe, & qui, dans les autres fleurs parfaites, ſe trouve ſous le réceptacle de chaque corolle, de forme triangulaire & dans trois loges, manque entierement dans toutes ces fleurs de la prolification vicieuſe: & à ſa place il ſort auſſi-tôt un péduncule thalamique, qui, entrant dans la cavité du tuyau de la grande corolle, paſſe au travers, & dans ſon paſſage, ou le remplit, ou prend la forme d'un ſtyle.

La partie de l'ovaire, que les Botaniſtes nomment vulgairement le ſtyle, naît du péduncule thalamique ſtyloïde même, au dedans du tube de la corolle; & il vient d'en être fait mention dans le paragraphe précédent. Le ſtyle n'eſt presque pas plus court qu'il n'a coutume d'être naturellement dans les autres piſtilles; mais il paroit en quelque

Digitized by Google

que ſorte avoir plus d'épaiſſeur, & à cauſe de l'entiere deſtruction de l'ovaire, il eſt tout à fait inutile.

Dans la grande fleur vicieuſe de notre Iris, le ſtigma, que nous avons déjà nommé quelquefois la matrice de la prolification, ſubſiſte à la vérité entierement; mais imparfait & ſans la moindre probabilité de fécondation. Outre cela, les découpures du ſtigma dans quelques fleurs ſont, tantôt inégales, monſtrueuſes, mutilées ou flêtries, tantôt extrémement multipliées: elles prennent auſſi une cohérence monſtrueuſe avec les découpures même de la corolle & leurs interſtices; tandis qu'au centre il demeure un rudiment foliaceo-filamenteux informe, ou même le plus ſouvent il ne reſte rien.

Néanmoins, dans toutes les fleurs monſtrueuſes de cette ſorte, la prolification du centre du piſtille ne manque jamais de réuſſir, ſoit que ce piſtille ſoit monſtrueux, on qu'il paroiſſe parfait. Le défaut d'un vrai piſtille eſt ſuppléé par le centre du thalamus de la fleur, duquel, ſuivant ce qui arrive dans quantité d'autre fleurs, qui portent pluſieurs piſtilles, il ſort en petits faiſceaux une prolification nombreuſe.

Ayant ainſi donné dans ce qui précede l'idée du piſtille détruit & prolifere, qui ſe trouve toujours dans la pricipale fleur de l'Iris monſtrueuſe, il faut y faire ſuccéder une deſcription abrégée de la prolification même. Il ſort donc, comme il a déja été ſouvent dit, dans le péduncule commun, du centre du piſtille une abondance de fleurs, dont la baſe commune eſt enveloppée par le piſtille même en maniere d'écorce. Enſuite, lorsque ce péduncule eſt à peine ſorti du piſtille, & s'eſt ſubdiviſé en d'autres moindres, il produit un faiſceau monſtrueux de prolification, dont tous les ovaires apparens pris enſemble méritent à peine de porter ce nom. Chaque découpure du ſtigma, un peu concave au centre du paſſage du ſtile, eſt tellement cohérente à chaque petit péduncule, qu'il ſemble conſtituer ſa baſe propre.

En obſervant les petites corolles de ces fleurs, qui forment proprement la prolification, je les ai trouvées mutilées dans presque tou-

Digitized by Google

toutes leurs parties, & en même tems plus petites qu'elles n'ont coûtume d'être dans la plante naturelle d'Iris. Les découpures intérieures & droites de la corolle avoient bien une proportion & une ſituation fort approchantes de l'état naturel; mais les découpures extérieures réflêchies, ſi petites qu'elles n'ont gueres que l'épaiſſeur d'une ligne, étoient fort augmentées en nombre. Je n'ai pu obſerver presque aucuns veſtiges d'étamines ou de piſtilles au centre. Dans d'autres fleurs de ce genre ſe préſentoit un état tout à fait contraire au précédent, la corolle monopétale ayant dégénéré en tripétale ou hexapétale, & les découpures intérieures manquant quelquefois presque tout à fait.

Enfin la plus grande partie des fleurs qui conſtituent la prolification ſusdite, ne portent ni étamines, ni piſtilles parfaits propres à la propagation: cependant on apperçoit le plus ſouvent une étamine unique ou une anthere ſtérile, avec un petit ovaire deſſéché. Toutes les autres parties ſont mal formées, ou mal diſpoſées.

Le récit de ces circonſtances met entierement hors de doute que toutes les fleurs de notre Iris monſtrueuſe ſont ſtériles à cauſe que les parties de la fructification y ſont détruites, à l'exception d'un petit nombre que nous avons déjà dit être plus tardives que les autres. Ceci ſuffira préſentement pour une courte explication de l'*Iris prolifere monſtrueuſe;* mais, à cauſe de la reſſemblance du ſujet, je vais y ajouter un autre exemple très rare de prolification.

Il y a quelques années que, dans le deſſein de perfectionner la phyſiologie des plantes, j'avois entrepris des expériences rélatives à la fécondation naturelle dans des fleurs de *Lis blanc*, & j'examinois attentivement avec la loupe la ſortie tranquille de cette ſubſtance extrémement active, ſpiritueuſe & oléeuſe, de la pouſſiere des antheres; quand tout à coup, contre mon attente & mon eſpérance, j'apperçus dans une grande fleur de *Lis blanc* un piſtille d'un grandeur & épaiſſeur extraordinaires dans toutes ſes parties. La fleur entiere, à l'exception de la grandeur, ne me parut d'abord offrir rien d'inaccoûtumé; mais les dimenſions du piſtille faiſoient un phénomene des plus

ſingu-

Digitized by Google

ſinguliers. En effet ce qu'on appelle ordinairement le ſtyſe, à la vue & à l'attouchement, me ſembla fournir des indices d'une cavité plus grande que de coûtume. Ayant enſuite coupé ce ſtyle ſuivant ſa longueur, non ſeulement la cavité ſe manifeſta, mais auſſi un nouveau phénomene, encore plus extraordinaire. C'étoit *un autre piſtille plus court, caché dans la cavité du plus grand*, qui ſe montra garni d'un ovaire & d'un ſtigma.

La comparaiſon des animaux & des plantes met aiſément à portée de ſaiſir l'importance inconteſtable de ce phénomene. Car, quoiqu'il ſoit conſtant qu'une ſemblable ſuperfluité ſoit très rare dans les organes des animaux deſtinés à la génération, cependant les obſervations des Anatomiſtes modernes témoignent qu'on a trouvé dans un même ſujet deux uterus diſtincts l'un de l'autre; mais aucun Auteur digne de foi n'a fait mention d'un double uterus dans des animaux, diſpoſés de façon que l'un plus petit fût dans l'autre plus grand.

Au contraire, dans le regne végétal, il y a des exemples de piſtilles renfermés dans d'autres piſtilles, ou du moins de parties de ces piſtilles qui étoient comme enceintes d'autres moindres parties. Nous en avons le cas aſſez clair dans ce *Lis blanc*, dont le piſtille en contient un autre plus petit, auſſi bien que dans une Orange groſſe d'une plus petite, & dans d'autres plantes de l'eſpece ſiliqueuſe, où une plus petite gouſſe eſt quelquefois contenue dans une plus grande, comme le témoigne le célebre M. Schreber, Botaniſte conſommé de Leipſig.

Cependant toute ſuperfluité dans un corps naturel & vivant, cauſe dans ſes organes un vice, duquel réſulte en même tems une léſion des fonctions, tantôt plus grande & manifeſte, tantôt plus petite & moins ſenſible. En effet, les parties ſurabondantes ſe multiplient quelquefois de façon, que non ſeulement leur figure & leur nombre naturel en ſouffre, mais auſſi leur proportion, leur ſituation & leur liaiſon. Plus la monſtruoſité va en augmentant, par exemple, dans les parties des vegétaux qui ſervent à la génération; plus s'altere la di-

rection des fibres & des proceſſus médullaires dans l'extenſion & la formation végétative; d'où s'enſuit une diſtorſion tout à fait énorme des autres fibres & canaux.

Mais, quoique toute ſuperfluité ne ſoit pas nuiſible, ou ſelon la différence des degrés, ne paroit pas l'être; cependant lorsque, dans certaines parties des fleurs, cete ſuperfluité eſt pouſſée trop loin, & parvient à la plénitude, ou qu'à cauſe de l'accroiſſement de plénitude, les plantes portent des fleurs remplies de feuillage, nues & en même tems proliferes; cela doit être regardé comme véritablement dommageable.

Quoiqu'il en ſoit, je n'ai plus qu'un mot à dire en finiſſant ſur le plus grand nombre des monſtres végétaux; c'eſt que, pour m'exprimer franchement, il ſeroit tems de bannir de la Botanique cette multitude immenſe & indigeſte de variétés monſtrueuſes, qui ne ſervent qu'à offuſquer depuis longtems cette noble ſcience, & qu'on peut regarder comme une vraye *anthomanie*. On doit ſe borner à un très petit nombre de plantes monſtrueuſes, dont l'uſage & l'importance, par rapport à la Phyſique & à l'Oeconomie, nous ſont connus avec certitude.

OB-

Digitized by Google

OBSERVATIONS

SUR

LE SQUIRRE ET LES ABSCÉS DU CERVEAU,

AVEC L'EXPLICATION PHYSIOLOGIQUE ET PATHOLOGIQUE.

PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

§. I.

Introduction.

Il arrive assez souvent que des lésions causées à la structure des visceres, mettent à portée de découvrir leur nature & leur véritable disposition. De là vient l'extreme utilité des dissections des cadavres; qui, outre la cause de la maladie dont elles donnent la connoissance, découvrent encore la composition intime des visceres, requise pour leurs fonctions naturelles. Le cerveau principalement, à cause de la subtilité de ses petits canaux, a fait naitre des disputes entre les Physiologues & les autres scrutateurs de la machine du corps humain; & elles durent encore, les uns soutenant la solidité des fibres médullaires, & les autres leur attribuant une structure tubuleuse. C'est pourquoi les changemens qui arrivent dans cette partie, méritent une attention toute particuliere, & ne peuvent que contribuer beaucoup à étendre les connoissances humaines sur la nature du corps.

§. II.

Histoire.

La femme d'un foulon, âgée de 50 ans, étant morte d'une fievre aigue, je trouvai dans son cerveau les changemens contre nature qui

Digitized by Google

ſuivent. Elle avoit bû trop de brandevin pendant ſa vie; & à ce ſujet ſon mari, qui étoit un homme de la lie du peuple, l'avoit ſouvent battue à outrance: enſuite de quoi elle s'étoit plaint de maux de tête, ou bien elle paſſoit des journées entieres à dormir, ſurtout après avoir bû; hors du ſommeil elle étoit ſtupide: les emportemens & les coups de ſon mari lui avoient fréquemment cauſé des mouvemens épileptiques & des convulſions.

§. III.

Deſcription anatomique.

Après que les intégumens du crane eurent été enlevés, il ſe préſenta d'abord dans vne parfaite intégrité & ſans aucune altération contre nature. Quand le crane & la dure mere furent ôtés, on vit la ſubſtance corticale du cerveau, d'un gris tout à fait pâle, à la ſurface de laquelle il n'y avoit preſque aucuns ſillons, mais qui préſentoit une convexité preſque égale, outre cela d'une extreme ſéchereſſe, ſans être parſemée de veines gonflées de ſang, mais au contraire les veines étant tout à fait vuides, comprimées, & affaiſſées, d'une blancheur tranſparente. L'hémiſphere droit du cerveau, à l'attouchement, avoit la ſurface extérieure plus dure qu'elle ne doit l'être naturellement, réſiſtante & montrant de l'élaſticité après la preſſion; l'hémiſphere gauche étoit de la même nature à ſon extrémité antérieure, mais au lobe poſtérieur, depuis le milieu de l'os ſqameux, cette ſubſtance étoit plus molle; enfin la partie poſtérieure de cet hémiſphere gauche, qui repoſe ſur l'extrémité poſtérieure de l'os du bregma & de l'os de l'occiput, au deſſus du *tentorium* du cervelet, étoit calleuſe au toucher, couverte de la pie-mere épaiſſe, calleuſe & opaque, & de l'arachnoïde, par laquelle elle avoit une adhérence contre nature à la dure-mere. La ſubſtance du cerveau ayant été ſéparée horizontalement des parties ſupérieures, ſe trouva, depuis l'extrémité poſtérieure du corps ſtrié, dans cet hémiſphere gauche, molle, diffluente, & arroſée d'une ſéroſité un peu fétide; mais dans la partie poſtérieure de la ſubſtance médullaire de l'hémiſphere gauche, derriere la corne poſtérieure d'Am-

Digitized by Google

d'Ammon, ou derriere la corne poſtérieure du ventricule tricorne du cerveau, qui contient cette corne d'Ammon ou le proceſſus digital, il y avoit un ſquirre du cerveau, dur, dont la grandeur égaloit le volume de trois noix, compoſé de trois globes, & du poids de deux onces & deux dragmes. La ſubſtance du cerveau autour de ce ſquirre étoit très molle & diffluente; mais, pour le ſquirre même, il occupoit toute la ſubſtance du cerveau, depuis l'os de l'occiput, ou l'extrémité poſtérieure de l'hémiſphere gauche du cerveau juſqu'à l'extrémité poſtérieure de la corne du grand ventricule poſtérieur, de façon cependant que le proceſſus digital étoit demeuré en ſon entier dans la corne poſtérieure du ventricule. Mais, le ſquirre ayant été détaché, quoiqu'avec beaucoup de précaution, il ſortit par l'ouverture de cette corne une lymphe hydropique très abondante du ventricule tricorne.

Cet hémisphere gauche du cerveau étoit tellement dilaté, qu'il avoit courbé vers la droite la faux de la dure mere, ce qui avoit rendu ſa ſurface vers la gauche concave, & d'une convexité ſi conſidérable vers la droite qu'elle s'avançoit beaucoup dans l'hémiſphere droit.

Mais, ſous le bord inférieur de la faux du cerveau, cet hémisphere gauche comprimé dans le côté droit, ſurpaſſoit tellement dans ſa partie du milieu la largeur naturelle, auſſi bien que celle de l'hémiſphere droit qui y étoit appuyé, que, depuis le milieu de l'os ſquameux gauche juſqu'au bord gauche du corps calleux, la diſtance de cet hémiſphere étant meſurée faiſoit une largeur de trois pouces & deux dixiemes de pouces du pied rhinlandique; tandis que le diametre transverſal de l'hémiſphere droit égaloit à peine l'eſpace de deux pouces & une ligne: la ſubſtance médullaire de cet hémiſphere étant comprimée, & beaucoup plus ſolide & plus dure qu'elle ne doit l'être naturellement. De cette façon le bord intérieur de l'hémiſphere gauche coïncidoit avec l'angle interne de l'oeil droit, ayant acquis une expanſion contre nature, ſurtout dans la partie qui eſt ſous la faux au delà du corps calleux.

Le corps calleux du cerveau, tout à fait comprimé au côté droit, n'étoit point ſitué, comme il doit l'être naturellement, ſous la faux,

Digitized by Google

en allant d'avant en arriere dans la partie mitoyenne entre les hémiſpheres du cerveau; mais, en ſe portant d'arriere en avant, il étoit recourbé vers le côté droit, & dans ſa partie du milieu à une grande diſtance de la faux.

Le corps calleux même étoit étroit, n'ayant à ſon milieu que la largeur de trois lignes; mais il s'écartoit tellement de l'axe longitudinal du crane, qu'en tirant une ligne depuis la protubèrance occipitale interne juſqu'à la crête de coq, le bord gauche du corps calleux étoit éloigné de cette ligne de l'axe, à ſon milieu, de quatre lignes vers la droite, de trois à l'extrémité antérieure du corps calleux juſqu'aux lobes antérieurs du cerveau, & de deux ſeulement à l'extrémité poſtérieure près de l'angle de la faux, avec les pavillons du cervelet, là où ſe trouve le preſſoir d'Herophile; de façon que tout le corps calleux étoit placé au côté droit ſous la faux.

Après l'ouverture des grands ventricules du cerveau, le droit & le gauche ſe trouverent gonflés d'une fort grande quantité d'eau limpide, qui en jaillit dès qu'on les eût ouvert. La ſubſtance du cerveau autour du ventricule tricorne gauche étoit molle & diffluente; mais elle étoit ſurtout telle à ſon lobe poſtérieur & à ſa baſe; au lieu que celle qui entouroit le ventricule tricorne droit, ſe montra dure & denſe. La hauteur de la cloiſon tranſparente comprimée vers le côté droit, à ſon milieu, vers l'extrémité antérieure des couches des nerfs optiques, étoit de quatre lignes; près de la partie la plus large des corps ſtriés, là où ces corps deſcendent profondément dans les ventricules tricornes, devant les couches des nerfs optiques, la hauteur de la cloiſon étoit de ſept lignes; dans l'endroit où les corps ſtriés ſe terminent, par leur ſommet obtus, en avant dans les cornes antérieures des ventricules tricornes, la hauteur de la cloiſon à ſon extrémité antérieure étoit de quatre lignes, au milieu de la convexité des deux couches; & enfin, à la partie poſtérieure, ſavoir à la fin de la cloiſon, vers l'extrémité poſtérieure du corps calleux, elle avoit une étendue de

de trois lignes, de ſorte que la hauteur de la cloiſon alloit en décroiſſant des régions antérieures vers les poſtérieures.

Sous le corps calleux, la couche gauche des nerfs optiques, étendue à ſon milieu de cinq lignes, de droite à gauche, au delà de l'axe longitudinal du cerveau, s'élevoit à droite contre nature; & dans le même endroit, la voûte avançoit autant dans le côté droit que la couche ſe gonfloit dans ce côté-là.

La couche gauche des nerfs optiques étoit tellement comprimée contre la droite, que la cavité du troiſieme ventricule étoit presque tout à fait effacée; & la même compreſſion avoit auſſi applati les jambes de la glande pinéale. Cette glande, adhérente à la commiſſure poſtérieure du cerveau par le moyen de la lame médullaire, & aux couches des nerfs optiques par ſes péduncules, ſituée du côté droit, ſous la grande veine du cerveau, dite de Galien, étoit comprimée, petite, mais d'une ſubſtance tout à fait molle, & ſans aucun gravier.

Dans le troiſieme ventricule du cerveau, on voyoit deux ouvertures, ſous la commiſſure antérieure du cerveau, l'une de figure circulaire, du diametre d'une ligne, ou de la dixieme partie d'un pouce, immédiatement ſous la commiſſure antérieure du cerveau, deſcendant par une petite iſſue dans l'entonnoir vers la glande pituitaire; mais, derriere celle-ci, il y avoit une autre ouverture ovale plus large, entre les corps ou protubérances mammillaires dans la baſe du cerveau, derriere les *proceſſus* clinoïdes poſtérieurs de l'os ſphénoïde, laquelle s'étoit ménagé une iſſue là où le troiſieme ventricule, entre ces corps mammillaires, vers le corps de l'os ſphénoïde, n'eſt renfermé que par une lame mince de la ſubſtance corticale.

§. IV.

Uſage phyſiologique.

De pareilles obſervations ne ſeroient pas d'une grande importance, ſi elles ne ſervoient à répandre plus de jour ſur la connoiſſance tant phyſiologique que pathologique du cerveau. En effet, on a long-

tems

Digitized by Google

tems diſputé, & l'on diſpute encore aujourd'hui en Phyſiologie, ſi la ſubſtance du cerveau eſt ſolide, ou ſi elle eſt partout un tiſſu formé de la continuation des vaiſſeaux qui portent le ſang & la lymphe, & qui donnent paſſage aux humeurs du corps humain? Les autres parties du corps croiſſent ſuivant que les vaiſſeaux s'allongent & ſe dilatent; & quand il y a de la réſiſtance en quelque endroit, & que l'abord des fluides dans les vaiſſeaux eſt augmenté par l'irritation du viſcere, cela cauſe des dimenſions contre nature. C'eſt de cette maniere que nous voyons la celluleuſe & les membranes ſe former partout par l'allongement des vaiſſeaux, quand les fluides verſés dans ces interſtices vuides, cauſent une cohéſion de parties contre nature dans la pleure, dans le péricarde, ou dans le péritoine; l'injection anatomique démontre évidemment que ces vaiſſeaux ſe ſont allongés, comme cela arrive dans l'uterus d'une femme enceinte vers le placenta; de même le foye, quand un de ſes côtés eſt entierement obſtrué par un ſquirre, groſſit de l'autre, les humeurs affluant par ſes vaiſſeaux dans la partie non obſtruée, avec d'autant plus d'abondance; de même encore, le rein d'un côté devenant ſquirreux & deſſéché, celui de l'autre acquiert une grandeur double de la naturelle, par l'allongement & la dilatation des vaiſſeaux qui lui procurent inſenſiblement ce volume. Les choſes ſe paſſent de même dans le cerveau.

La partie poſtérieure de ſon hémiſphere gauche occupée par le ſquirre, a refuſé le paſſage aux humeurs dans cette partie; mais la matiere acre-irritante, née de la ſtagnation des humeurs a donné lieu à un picotement, au moyen duquel une plus grande quantité d'humeurs apportée au cerveau par les vaiſſeaux, a produit la dilatation contre nature de cet hémiſphere du cerveau. Or, le paſſage par cette partie ſquirreuſe du cerveau étant bouché, toute la véhémence des humeurs ſe déployant par l'artere carotide gauche & la vertébrale, les a portées dans les vaiſſeaux de l'hémiſphere gauche exempts d'obſtruction; & de cette maniere tout le volume de cet hémiſphere s'eſt accru contre nature. Mais, ce qui mérite d'être bien remarqué, ce n'eſt pas ſeulement la ſubſtance corticale du cerveau qui s'eſt ainſi accrue,

Digitized by Google

crue, c'eſt auſſi la ſubſtance médullaire, & même davantage; d'où l'on peut conclurre avec aſſez de certitude, que ces mêmes vaiſſeaux, en s'allongeant & ſe dilatant, ont donné l'origine à cet accroiſſement contre nature. Or il n'y a dans la ſubſtance médullaire que de petits tuyaux médullaires, deſtinés au cours du liquide nerveux; car les vaiſſeaux tant artériels que veineux qui y pénétrent, ſe trouvoient tout à fait vuides, pâles & dans un état de contraction. D'où l'on eſt encore en droit de conclurre, que la möelle du cerveau conſiſte dans les petits tuyaux des vaiſſeaux dans lesquels le liquide eſt conduit; & la trop grande affluence de ce liquide peut augmenter ces vaiſſeaux ou petits tuyaux au delà de leurs limites naturelles, de façon que toute cette partie de la möelle du cerveau ſe gonfle d'une maniere égale, après avoir ſouffert la trop grande affluence des humeurs dans les petits tuyaux, & la dilatation contre nature qui en réſulte. C'eſt ce qu'enſeigne la dilatation contre nature & égale de tout cet hémiſphere gauche dans ſa ſubſtance blanche médullaire; d'où s'enſuit que cette obſervation de la dilatation des petits tuyaux & de l'accroiſſement contre nature qui en eſt né dans la ſubſtance médullaire du cerveau, prouve manifeſtement que cette ſubſtance eſt tubuleuſe & acceſſible à un fluide qui la parcourt, en ſuivant les mêmes loix de circulation qui ont lieu dans les autres parties du corps.

§. V.

Uſage des trous dans les ventricules du cerveau.

Pluſieurs de ceux qui ont écrit ſur l'Anatomie, principalement parmi les Anciens, ont déterminé les trous qui s'ouvrent dans le cerveau, de ſes ventricules aux parties voiſines, & les ont regardés comme deſtinés ſurtout à la dérivation du liquide muqueux & excrémentitiel dans le cerveau. Entr'autres, ils ont jugé qu'une des ouvertures les plus importantes eſt celle à laquelle ils ont donné le nom de *vulve*, & qu'ils ont cru ſervir de voye ou d'iſſue à la mucoſité pour paſſer du troiſieme ventricule du cerveau par l'entonnoir à la glande pituitaire. Je ne nie pas qu'il y ait par l'entonnoir de l'extrémité antérieure du troiſieme ventricule vers la glandule pituitaire, une continuation du

Digitized by Google

cerveau intérieurement creuſe; en effet dans ce cerveau, on apperçut le tuyau circulaire cortical de la ſubſtance de l'entonnoir, qui ne ſe réuniſſoit pas vers ſa fin juſqu'à la glandule, mais qui étoit en quelque ſorte percé; cependant il n'y a abſolument aucune raiſon de regarder à cauſe de cela l'entonnoir comme la voye de la mucoſité hors de ce ventricule, ou comme le cloaque du cerveau, puiſque la glandule pituitaire même, qui eſt une partie un peu plus dure de la ſubſtance du cerveau que les autres, y tient par l'entonnoir, & au lieu d'être une partie inutile, elle eſt peut-être très utile: & c'eſt pour cela principalement que cette particule du cerveau ſe trouve plongée dans le ſang des ſinus caverneux & ſpénoïdaux, afin que la chaleur du ſang contribue à faire circuler les humeurs plus librement par cette glandule. L'autre ouverture ovale que ce cerveau a préſentée derriere la précédente, n'exiſte pas toujours dans l'état naturel. Ce n'eſt autre choſe que la ſéparation parfaite des corps mammillaires; & le cerveau n'eſt ouvert en cet endroit, ni vers la baſe du crane, ni vers le corps de l'os ſphénoïde, étant au contraire fermé par une lame de la ſubſtance corticale; de façon que toutes ces ouvertures ſont plutôt des ſéparations, jusqu'à une certaine diſtance, de parties du cerveau contigues les unes aux autres, que des iſſues ou canaux par où le liquide excrémentitiel puiſſe comme découler dans la cavité du crane. Il n'étoit pas d'ailleurs beſoin de cloaques pour un viſcere auſſi noble & deſtiné à la ſécrétion du liquide le plus limpide & le plus ſpiritueux, puiſqu'il ne reſte aucunes impuretés de cette ſécrétion comme dans les inteſtins: & pour le liquide qui exhale par les petits vaiſſeaux de la pie-mere dans les ventricules, & qui ſert à rendre plus gliſſante la ſurface des parties internes du cerveau, il trouve dans les vénules réſorbentes une voye pour rentrer dans le ſang. C'eſt en confondant ce liquide avec celui dont le cerveau fait la ſécrétion, que les Anciens ſont tombés dans l'erreur de ſuppoſer des humeurs excrémentitielles du cerveau, & des cloaques deſtinés à cet uſage.

§. VI.

Digitized by Google

§. VI.

Doctrine pathologique des maladies qui viennent de ce vice du cerveau.

Il ne ſera pas inutile de développer d'après cette obſervation les effets des changemens contre nature qui arrivent dans le cerveau, & de montrer quelles en ſont les influences ſur les facultés de l'ame. J'ai déjà fait voir amplement, dans mes obſervations ſur les cerveaux des fous, que la cauſe de la ſtupidité varie, & qu'elle procede le plus ſouvent de la trop grande dureté & legereté du cerveau. J'ai rapporté auſſi parmi ces obſervations un exemple tiré du ſquirre du cerveau. Mais, dans le cas qui vient de faire le ſujet de ce Mémoire, il y a une difference à mettre entre le ſquirre du cerveau, & cette expanſion d'un hémiſphere du cerveau d'un côté, ſa compreſſion de l'autre, & la liqueur ſéreuſe acre qui l'irritoit. En effet, il faut chercher la raiſon de la ſtupidité & de l'aſſoupiſſement dont cette femme avoit été attaquée pendant ſa vie, dans la circulation empêchée par le ſquirre, auſſi bien que par l'état des petits tuyaux de chaque hémiſphere du cerveau, tant du gauche où la dilatation les avoit relâchés, que du droit dont la compreſſion mettoit obſtacle à la circulation par les petits tuyaux médullaires. La ſtupidité venoit donc de ce que le fluide étoit arrêté dans les nerfs; & l'aſſoupiſſement du reflux du ſang par les vaiſſeaux cauſé par la compreſſion du cerveau: & l'excès du brandevin avec la dilatation des vaiſſeaux qui en avoit réſulté, augmentoit beaucoup cet aſſoupiſſement. Les mouvemens convulſifs étoient excités par une matiere ſéreuſe, acre, qu'on a trouvée autour du ſquirre dans le cerveau, qu'elle irritoit & où elle picotoit les nerfs. Ainſi il n'eſt pas ſurprenant que les forces du corps & de l'eſprit ayent été ſi conſidérablement endommagées. Le ſimple abſcès du cerveau, quand même il ſeroit plus grand, ne produit pas les mêmes effets: il peut ſubſiſter pluſieurs années dans le cerveau, ſans que les forces de l'eſprit en ſouffrent aucune atteinte, & devenir enſuite mortel dans un inſtant. J'ai vu un ſemblable exemple dans un François ſexagénaire, homme de beaucoup d'eſprit, qui, trois

Digitized by Google

jours avant ſa mort, ayant été chargé de mettre en ordre une affaire de grande importance, mit lui-même en partie par écrit, ou dicta en partie à d'autres, le plan qu'il faloit ſuivre, & qu'il n'avoit pû rédiger ſans bien des calculs & des difficultés. Le lendemain du troiſieme jour, au matin, après avoir bien dormi, il alloit ſe remettre gayement à ſon travail, lorsqu'il fut frappé d'un coup ſubit, ſentit que ſes membres défailloient, tomba, fut porté ſur un lit, où l'aſſoupiſſement avec ronflement s'empara de lui, ayant perdu tout ſentiment & toute connoiſſance; une copieuſe ſaignée ne ſervit de rien, & il en fut de même des remedes irritans & nervins, & des évacuans, juſqu'à ce que le troiſieme jour après cette violente attaque il mourut en léthargie. Jugeant que la cauſe d'un mal auſſi atroce venoit de la rupture de quelque grand vaiſſeau dans le cerveau, je tâchai d'en procurer la conviction aux autres par la diſſection du cadavre. Ayant donc ouvert le crane & diſſéqué le cerveau, je trouvai une très grande quantité de ſang caillé, allant à huit onces, répandue dans tout le cerveau, tant dans ſes ventricules que dans les ſillons du cerveau, juſqu'à la baſe du crane. Mais, dans le lobe poſtérieur de l'hémiſphere gauche du cerveau, il y avoit un abſcès qui avoit rongé tout ce lobe depuis l'occiput juſqu'aux grands ventricules, au point que la cavité de l'ulcere étoit pleine de pus & de ſang coagulé, mêlés enſemble, occupant tout ce lobe poſtérieur. Dans cet endroit, un grand vaiſſeau ſanguin que le pus acre avoit rompu en le rongeant, avoit donné lieu à l'effuſion du ſang dans le cerveau. De là les cruels ſymptômes rapportés ci-deſſus, qui s'augmenterent inſenſiblement juſqu'à la mort, & qui furent d'autant plus véhémens, que la compreſſion du cerveau juſqu'à ſa baſe devint plus grande par l'accroiſſement de la maſſe du ſang qui diſtilloit peu à peu du vaiſſeau rompu. C'eſt ce qui cauſa l'aſſoupiſſement, le ronflement & la léthargie, qui durerent juſqu'au troiſieme jour, tant qu'enfin mort s'enſuivit par la force de cette compreſſion. Cela paroitra peut-être ſurprenant à ceux qui croyent qu'il ne ſauroit y avoir d'autre effet de la rupture d'un vaiſſeau dans le cerveau qu'une mort ſubite; mais ils verront aiſément par notre Obſervation ſur le

ſquir-

Digitized by Google

ſquirre du cerveau, qu'une grande compreſſion du cerveau peut durer pluſieurs années ſans cauſer la mort. Au reſte, cet abſcès du cerveau avoit pris ſa ſource dans une malheureuſe chûte hors d'une voiture, ſur la tête, arrivée quelques années auparavant. Ce qu'il y a de remarquable dans cet homme, c'eſt qu'il avoit une obſtruction avec ſquirre dans le foye, & qu'en même tems que le vaiſſeau rompu dans le cerveau a répandu du ſang dans la cavité du crane, les veines des inteſtins en ont pouſſé une ſi grande abondance dans le canal du ventricule & des inteſtins, qu'il eſt ſorti à force tant par le vomiſſement que par les ſelles, les inteſtins s'en étant encore trouvés tout farcis après la mort.

Nous apprenons par cette Obſervation, qu'une partie du cerveau peut renfermer pendant pluſieurs années un abſcès, ſans aucune léſion des facultés de l'ame, ni des fonctions du cerveau & des nerfs; mais la compreſſion du cerveau, ſoit par un ſquirre, ſoit par l'extravaſation du ſang, altere promtement ces facultés ou fonctions, & cauſe la ſtupidité ou la mort.

Il s'eſt offert à moi un autre exemple ſemblable dans une Dame de qualité, ici à Berlin. Deux ans avant ſa mort, elle avoit eu une inflammation de cerveau qu'elle avoit négligée dans les commencemens, ne la prenant que pour un mal de tête; enſuite, par l'uſage des remedes, la plus grande partie de l'inflammation fut réſolue, & cet endroit du cerveau revint à l'état de la circulation naturelle; mais quelque particule qui avoit ſouffert la ſuppuration, engendra un abſcès, qui en s'accroiſſant ne produiſit cependant d'autre incommodité qu'une douleur comprimente de la tête, que la malade reſſentoit par intervalles. S'étant mariée, elle devint enceinte, & accoucha heureuſement, ſans que les ſuites de la couche fuſſent accompagnées d'aucuns ſymptomes ſuſpects, de ſorte qu'elle ſe leva le neuvieme jour en bonne ſanté. Trois ſemaines après l'accouchement, ayant dîné avec appétit, & attendant la viſite de quelques amies, elle étoit devant ſon miroir pour mettre quelque ajuſtement ſur ſa tête, lorſque tout à coup

Digitized by Google

elle s'écria qu'elle ſentoit que quelque choſe s'étoit rompu dans ſa tête, & auſſitôt elle perdit toutes ſes forces, & avant qu'on eût pu la porter ſur un lit prochain, elle avoit expiré. Effectivement, par la rupture de l'abſcès, il s'étoit répandu quantité de pus & de ſang; ce qui, dans le plus court eſpace de tems, avoit comprimé le cerveau juſqu'à ſa baſe: & l'action des nerfs ſur les viſceres vitaux ayant été arrêtée par là, la mort s'enſuivit d'abord.

Voici un cas de ſtupidité cauſée par un ſquirre, que j'ai obſervé dans un enfant de quatre ans. Il étoit d'extraction noble, & devoit le jour à des parens parfaitement ſains; ſeulement ſa mere, vers la fin de ſa groſſeſſe, avoit été pénétrée de la plus vive douleur par la mort de ſon mari. Cet enfant, dès l'âge le plus tendre, où l'on commence à acquérir les premieres idées par la voye des ſens, à les rappeller par l'imagination, à les conſerver dans la mémoire, & enſuite à parler, n'avoit jamais pu, de quelque maniere qu'on s'y prit, apprendre à prononcer des mots, quoique les organes de la parole ne fuſſent défectueux ni viciés en rien. Il demeuroit toujours tranquille à la même place, pourvu qu'on eût ſoin de lui bien donner à boire & à manger. On ne put l'accoutumer non plus à ne pas ſe ſalir, ni à ſe tenir ſur ſes pieds proportionellement à ſon âge; mais il falloit toujours le porter, ou bien il demeuroit aſſis au même endroit, juſqu'à ce qu'on vint à ſon ſecours. Il ſe rétablit parfaitement de la petite vérole & de la rougeole, ſans que dailleurs il arrivât aucun changement aux forces de ſon eſprit. Parvenu à l'âge de quatre ans, en bonne ſanté par rapport aux actions vitales du corps, il fut frappé d'un coup d'apoplexie qui le jetta dans un ſommeil ronflant; & le lendemain il ſurvint des convulſions qui continuerent juſqu'à ce qu'il rendit l'ame. En faiſant la diſſection, le corps ſe trouva dans une parfaite intégrité par rapport aux viſceres du thorax & de l'abdomen; mais, après l'ouverture du crane, il parut une aſſez grande quantité de ſang extravaſé à la ſurface du lobe poſtérieur de l'hémiſphere gauche du cerveau, dans les ſinuoſités duquel ce ſang pénétroit de toutes parts. Ayant pouſſé plus loin l'examen de la ſubſtance intérieure du cerveau, je trouvai un

ſquir-

Digitized by Google

ſquirre de la groſſeur d'une noix dans la ſubſtance médullaire du lobe poſtérieur de l'hémiſphere gauche du cerveau; il avoit pénétré juſqu'à la ſubſtance du ventricule tricorne vers l'extrémité poſtérieure du corps calleux; il étoit dur & calleux: la ſubſtance médullaire & corticale du cerveau autour de ce ſquirre étoit plus molle; les ventricules étoient remplis de lymphe; quelque partie du cerveau étoit pleine de veines gonflées de ſang, & il n'y avoit point d'altération dans la figure des parties internes.

L'état de ce malade differe de celui des précédens, tant par rapport à l'état contre nature du cerveau, que rélativement aux effets. En effet, il n'y avoit aucun changement contre nature dans les parties de tout le corps, à l'exception de ce ſquirre du cerveau. Et cependant, de cette ſeule cauſe avoit procedé une ſi grande diminution de la raiſon & de l'entendement, qu'il n'étoit reſté à cet enfant que l'inſtinct naturel pour ſa propre conſervation, ſans aucun uſage des facultés de l'ame pour la repréſentation diſtincte des idées. Peut-être qu'il n'y a pas beaucoup de différence entre cette ſtupidité cauſée par le ſquirre du cerveau, & l'état d'un jeune homme qui exiſte encore ici. Ses parens l'avoient élevé avec le plus grand ſoin, & il donnoit les plus belles eſpérances, lorsqu'il y a trois ans, allant à cheval, il fut ſurpris par une forte tempête, & s'étant mis à galoper pour gagner le logis, il donna avec force de la tête contre une branche d'arbre dure. Il ſentit à la vérité de la douleur, mais il la négligea. Peu de jours aprés cette contuſion, étant de nouveau à cheval dans un fauxbourg, travaillé ſans doute par une violente douleur de tête, il dirigea ſa courſe vers un village prochain. Déjà tout dérangé en chemin, il deſcend de cheval, arrive au cabaret du village tout angoiſſé, frappe de la tête contre les murs, parle tout de travers, & demande pourtant qu'on le ramene chez ſon pere en ville. De retour, il eſt taciturne & foible d'eſprit; après quoi ſa mémoire & ſon jugement ont inſenſiblement ſouffert une ſi grande diminution, qu'il paſſe ſa vie dans la ſtupidité & dans le délire, mangeant, bûvant, & diſant des choſes qui n'ont ni raiſon ni ſuite d'un bout de la journée à l'autre. Il ſe plaint quelquefois

d'une

Digitized by Google

d'une douleur au ſommet de la tête; mais il ne veut ou ne peut pas indiquer l'endroit précis que cette douleur occupe.

Je croirois que c'eſt un ſquirre cauſé par la contuſion du cerveau, qui eſt l'origine de ce mal plutôt qu'un abſcès; puiſque, ſuivant ce qui a été dit ci-deſſus, il peut y avoir un abſcès dans le cerveau ſans léſion des forces de l'ame; au lieu qu'elles ſont alterées par le ſquirre, né de la contuſion & de la concuſſion du cerveau.

§. VII.

Précautions pratiques, concernant les contuſions de la tête.

Perſonne ne niera, pour peu que l'on connoiſſe la nature très ſubtile du cerveau, renfermé dans un crane dur, à peine pénétrable aux remedes, que les maladies du cerveau ne ſoient, entre toutes les autres, les plus difficiles à guérir. Mais les obſervations qu'on vient de lire, nous avertiſſent ſurtout qu'il ne faut jamais négliger les contuſions de la tête. Car, ſoit que le crane heurte contre quelque corps dur, ou que la tête ſoit frappée d'un coup, le tremblement des os, & la forte concuſſion du cerveau & de la pie-mere, cauſent aiſément, ou le déchirement des vaiſſeaux & l'extravaſation des humeurs, ou leur trop forte impulſion dans les plus petits vaiſſeaux, d'où s'enſuivent des obſtructions qui ſont la cauſe la plus fréquente des ſquirres & des abſcès. Le remede le plus efficace conſiſte donc à s'oppoſer aux commencemens du mal, & à en prévenir les ſuites par la ſaignée & les évacuans, qui rendent les vaiſſeaux plus propres à la réſorption, & qui modérent l'impulſion dans la partie léſée du cerveau. Car, quand l'obſtruction ſquirreuſe eſt une fois formée, ou que la liqueur acre qui s'eſt répandue ſe change en pus, il eſt trop tard de venir au ſecours; & le malade ne manque pas de porter la peine de ſa lenteur & de ſa négligence, ou par l'affoibliſſement des forces de l'ame, ou par une mort ſubite.

COUR-

Digitized by Google

COURTE DESCRIPTION D'UN MONSTRE HUMAIN.

PAR M. ROLOFF *).

Traduit du Latin.

Ayant eu occaſion de voir, il n'y a que peu de jours, un monſtre humain d'une ſtructure ſinguliere, j'ai cru devoir mettre ſous les yeux de cette illuſtre Académie les choſes les plus remarquables qui ſe rencontrent dans ce monſtre; & je le fais d'autant plus volontiers qu'on n'a pas fréquemment de ſemblables écarts de la Nature à conſidérer.

L'enfant dont il s'agit avoit presque atteint le terme de l'accroiſſement de neuf mois dans le ſein de ſa mere: au bout de ce tems il vint au monde par une couche aſſez heureuſe, à laquelle il ſurvecût quatre à cinq heures.

C'eſt principalement la tête qui eſt monſtrueuſe. Conſidérée dans toute ſa circonférence, elle a la grandeur naturelle de la tête d'un enfant nouveau-né; & l'on n'y apperçoit rien qui dénote l'hydrocéphale, ou aucune autre tumeur ſemblable contre nature.

Quant à ce qui regarde les os du crane, cette tête monſtrueuſe eſt dépourvue de la plûpart de ces os. Celui du front manque presque tout à fait: il n'en reſte que cette partie du côté droit qui forme l'orbite droite; & au deſſus de cette orbite, ſubſiſte encore une autre partie qui monte vers la grande aile de l'os ſphénoïde & vers l'os du ſommet. L'orbite gauche eſt à la vérité formée par ce qui reſte de l'os du front;

*) Lu le 19 de Novembre 1761.

front; cependant cette orbite gauche n'eſt pas oſſeuſe, mais membraneuſe & cartilagineuſe; de ſorte qu'il y a beaucoup moins de l'os du front dans le côté droit que dans le gauche. Tout le reſte de l'os du front manque entierement, ſans qu'on trouve le moindre veſtige des protubérances mammillaires & des autres parties de cet os.

Il n'exiſte de l'os droit du ſommet que la partie qui conſtitue ordinairement l'angle poſtérieur & inférieur de cet os; & encore cette partie eſt-elle réunie à l'os de l'occiput & à la partie mammillaire des os des tempes, pour ne former qu'un tout avec eux.

La partie de l'os gauche du ſommet qui reſte, eſt moindre encore que celle du droit: car d'abord on croiroit que cette partie de l'os du ſommet, qui dans l'état naturel eſt jointe à l'os de l'occiput, ſubſiſte; mais, en y regardant avec plus d'attention, on trouve que cette partie appartient plutôt à l'os de l'occiput, & qu'elle s'eſt parfaitement réunie à cet os.

Entre les quatre os ſusdits du crane, l'os de l'occiput eſt celui qui a conſervé le plus de perfection dans ſa ſtructure; néanmoins il s'écarte de l'état naturel en ce qu'il monte au delà du terme ordinaire vers le ſommet, & en ce qu'il eſt uni d'une maniere contraire à la nature avec les reſtes des os du ſommet.

A' la place de ces os du crane qui manquent, le deſſus de la tête eſt couvert d'une peau, ſous laquelle le cerveau ſe préſente immédiatement. Cette peau qui ſupplée à l'abſence des os du crane, n'eſt pas étendue partout de la même maniere: car du côté gauche ſon expanſion eſt telle qu'elle pend comme un grand ſac, ſe portant d'arriere en avant, & couvrant presque tout à fait l'oeil gauche. Ce ſac, qui contient une grande partie de l'hémiſphere gauche du cerveau, commence d'abord au deſſus de l'oeil gauche, d'où il continue par deſſus l'oreille gauche juſqu'à l'os de l'occiput, & occupe la même place qu'a coûtume de remplir dans l'état naturel la partie gauche de l'os du front avec l'os gauche du ſommet. La peau même dont ce ſac eſt formé, n'eſt autre choſe que la peau externe de la tête, de façon cependant que cette

peau

Digitized by Google

peau eſt plus forte & garnie de poils par derriere vers l'occiput, au lieu qu'en haut & par devant elle eſt plus ſubtile & plus unie. Dans ce grand ſac on en découvre encore un plus petit qui eſt comme poſé contre lui, d'une figure presque ronde & ſemblable à celle d'un oeil qui ſort de la tête, qui a ſa place au deſſus de l'oeil gauche, mais encore plus à gauche; ce petit ſac ſemble être né du plus grand à peu près comme un ſac hernieux, & une partie du cerveau s'y trouve contenue.

La peau de la tête qui tient lieu de front, a plus de ſubtilité que celle du côté droit déjà décrite, & forme un autre ſac qui ne pend pas autant que celui du côté gauche. A travers cette peau ſubtile & transparente, on découvre de la maniere la plus manifeſte les tours & les ſinuoſités de la ſubſtance corticale de l'hémiſphere droit du cerveau, & l'on voit que le proceſſus falciforme exiſte entre ces deux hémiſpheres du cerveau, puiſqu'ils ne ſauroient être réunis en un.

Dans la partie inférieure de cette membrane il y a un ſac particulier, d'une ſubſtance charnue & d'une couleur rouge; ſa longueur va au delà d'un pouce & demi, & ſa largeur n'eſt gueres moindre; là où il commence, il eſt déjà fort large; cependant il le devient davantage au milieu, ſe rétréciſſant de nouveau vers la fin, de façon néanmoins que le fonds eſt plus large & plus rond que la racine. Il eſt joint, non ſeulement par enhaut, mais auſſi de côté avec l'os maxillaire; il pend depuis l'os du front juſqu'à la bouche, de ſorte qu'il la couvre toute entiere lorsqu'elle eſt fermée; & ſa figure peut être comparée à celle d'une bourſe, ou d'un petit ſcrotum.

Les deux yeux ſont plus éloignés l'un de l'autre que dans l'état naturel; car il y a presque deux pouces entre l'angle interne de l'oeil droit & l'angle interne de l'oeil gauche. L'oeil droit eſt fort difforme, étant placée plus haut que le gauche; la paupiere tant ſupérieure qu'inférieure de cet oeil, a une grande fente vers le coin intérieur, de

Digitized by Google

ſorte que de telles paupieres ne ſeroient nullement propres à fermer les yeux. Par cette fente avance une partie aſſez conſidérable de la tunique albugineuſe, qui eſt attachée par un ligament particulier à l'angle interne de l'orbite, de ſorte qu'au moyen de ce ligament, tout le globe de l'oeil eſt rendu immobile. Il n'y a rien, ou presque rien, à voir de la prunelle.

Les paupieres auſſi bien que le globe de l'oeil gauche ont leur conſtruction naturelle, à l'exception de ce que l'oeil gauche eſt placé beaucoup plus bas que le droit; ce dont il faut attribuer la cauſe à la compreſſion de ce ſac rempli du cerveau, qui a déjà été décrit.

Les os du nés, le proceſſus naſal de l'os maxillaire, les os ſpongieux tant ſupérieurs qu'inférieurs, l'os cribriforme, les os de l'ongle & le vomer, ont entierement diſparu, auſſi bien que le nés même, dont la bourſe charnue ſus-mentionnée tient la place.

La levre ſupérieure de ce monſtre eſt fendue en bec-de lievre: cette fente n'eſt pas au milieu, mais vers le côté droit, & monte au nés: la partie droite de la levre fendue a un bord épais & bleu, & plus de longueur que la gauche: & la partie gauche de la levre ſupérieure fendue n'eſt pas à la vérité auſſi épaiſſe, cependant elle eſt plus courte, de façon qu'elle ne ſauroit couvrir l'os de la machoire ſupérieure.

Non ſeulement la levre ſupérieure eſt fendue en deux endroits, mais il en eſt de même de l'os de la machoire: la premiere fente de l'os maxillaire répond à la fente de la levre ſupérieure; car elle eſt au milieu de l'os maxillaire, mais un peu plus à droite, dans l'endroit qu'occupe ordinairement la dent canine; par embas cette fente eſt plus large & par enhaut plus étroite, en ſorte que du bord alvéolaire de l'os maxillaire ſe forme une eſpece de piece triangulaire. L'autre fente ſe montre dans le palais oſſeux même de l'os maxillaire; elle eſt beaucoup plus

Digitized by Google

plus grande & plus large que la précédente, & monte davantage vers le haut.

Au deſſus de la premiere fente de l'os maxillaire, non ſeulement dans la peau, mais dans l'os même, on obſerve un ſillon large & oblong, qui continue près de la racine de la bourſe ci-deſſus décrite, & déſigne le lieu où le nés doit ſe trouver dans l'état naturel. La levre inférieure & l'oreille droite eſt plus grande, & l'oreillette plus longue.

Dans le bras droit rien ne répugnoit à la nature; mais le gauche, plus étroitement attaché au corps, n'étoit pas auſſi mobile, & avoit un peu moins de longueur que le bras droit; l'humerus auſſi bien que le cubitus avec le raïon de ce bras gauche étoient à la vérité plus courts, mais droits & ſans aucune courbure: le carpe & les doits de la main gauche étoient un peu courbés; & tout le bras gauche ſembloit tenir au corps.

Le pied droit en général étoit plus court que le gauche, dans lequel on ne remarquoit rien de contraire à la nature. L'os droit du femur, quoiqu'il ne fut pas recourbé, étoit plus court que le gauche. Le tibia avec la cheville du pied droit étoit fort courbe, & replié en dedans: cette courbure étoit le plus ſenſible à l'extrémité inférieure de ces os. L'extrémité du pied, & ſurtout le talon, avec les autres os du tarſe, étoient tout à fait repliés en dedans; car le talon & la plante du pied ſe tournoient en dedans.

A' la partie poſtérieure du lombe droit, pas loin de l'os ſacrum, ſe trouvoit attachée une piece particuliere, qui avoit l'air d'une petite queue, & pendoit de l'os ſacrum, de la longueur d'un pouce & au delà. Cette queue étoit ſituée à la ſurface extérieure de l'os des iles, mais plus vers l'os ſacrum; elle ne tenoit pas à l'os des iles, mais ſeu-

Digitized by Google

lement à la peau extérieure qui le couvre, d'où elle pendoit d'une maniere lâche; ſa largeur étoit égale partout, quoiqu'un peu plus grande par enhaut, & moindre par embas, mais de façon qu'elle ſe terminoit en un angle plutôt obtus qu'aigu. D'ailleurs cette petite queue étoit de pure chair, ſans rien d'oſſeux ni de cartilagineux ou de muſculeux.

J'ai conſacré toute l'application dont je ſuis capable à découvrir les cauſes qui ont donné lieu à la formation de ce monſtre. La mere n'a pu me fournir aucune information certaine. Elle aſſuroit qu'elle ne pouvoit rien conjecturer qui eût cauſé cette ſiniſtre conformation, n'ayant eu pendant toute ſa groſſeſſe, ni maladie, ni frayeur, ni aucune autre émotion véhémente de l'ame.

Cependant elle ſoutenoit de toutes ſes forces que le déſordre de ſon imagination étoit le principe de ce fait; mais, en ſuppoſant que ce déſordre ait eu effectivement lieu, on n'en ſauroit rien conclurre, puiſqu'il eſt impoſſible que l'imagination de la mere produiſe des changemens auſſi extraordinaires dans la ſtructure du corps du foetus; comme, entr'autres auteurs, le célebre Blondel l'a établi il y a déjà long-tems ſur les raiſons les plus ſolides. Dès-là donc que cette cauſe ne ſauroit être miſe en ligne de compte, il faut en chercher d'autres.

C'eſt à la mauvaiſe & vicieuſe ſituation du foetus même dans le ſein de ſa mere, qu'on doit attribuer la plus grande partie de ſa difformité. Peut-être que, dès les premiers jours de la formation, l'uterus n'a pas été dans une exacte proportion avec le foetus, s'étant trouvé trop court; ou de quelque autre maniere trop étroit. Dans un ſemblable domicile reſſerré ou mal conſtruit, le foetus alors fort ſubtil a pu aiſément ſouffrir quelque léſion des os du crane; ce qui a empêché l'accroiſſement de ces os, au point qu'ils ont presque entierement diſparu. De cette maniere, les os ſupérieurs du crane manquant pres-

Digitized by Google

presque entierement, & le crane n'étant fermé par enhaut d'aucuns os; le cerveau qui ne rencontroit point de réſiſtance de la part du crane, a pu monter, pendre au deſſus de l'orbite, & prendre la figure d'un ſac difforme. Les os du nés, avec ceux qui conſtituent la cavité des narines, n'ont par conſéquent pas pu être engendrés, parce que la partie inférieure de l'os du front manquoit, laquelle dans l'état naturel ſert de ſoutien à ces os: & dès-là qu'il n'y avoit point d'os du nés, le nés lui même ne pouvoit ſe former, puiſqu'il n'exiſtoit rien où il pût en quelque ſorte planter ſes racines.

L'origine de cette bourſe charnue, qui tenoit lieu de nés à notre monſtre, s'explique aiſément: comme cette bourſe n'offre rien d'organique, mais qu'on doit la conſidérer comme un corps deſtitué d'organiſation, il a été aiſé que quelques vaiſſeaux ſanguins du cerveau pénétrent la région du front, & forment avec la peau voiſine une ſemblable bourſe.

Il eſt auſſi manifeſte par les circonſtances qui ont été rapportées, que la compreſſion du cerveau ne rend pas toujours la mort inévitable. En effet, dans ce monſtre les principaux os du crane manquoient entierement, & toute la partie ſupérieure du cerveau n'étoit couverte que d'une peau ſubtile; or, comme il eſt inconteſtable qu'il a vêcu pendant près de neuf mois dans le ſein de ſa mere, où il a eu pendant tout ce tems-là le mouvement le plus libre, & que par une ſuite de ce mouvement il a du pluſieurs fois ſe heurter le haut de la tête contre les parois de l'uterus, d'où doit s'être enſuivie une aſſez forte compreſſion du cerveau; il réſulte de tout cela qu'une telle compreſſion n'a point été nuiſible au foetus, puiſque pendant tout ce tems-là il a non ſeulement vêcu ſain & ſauf, mais que toutes les autres parties de ſon corps ont eu leur juſte accroiſſement.

Que

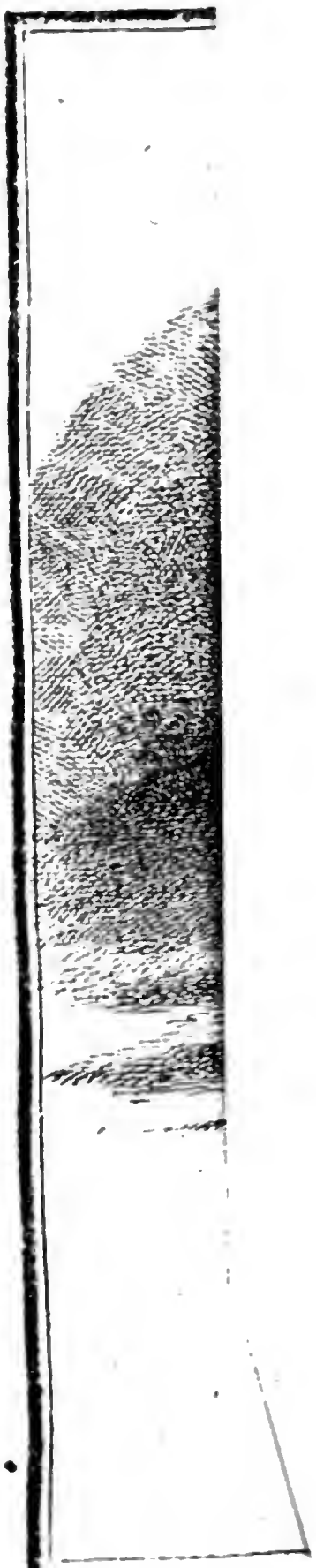
Digitized by Google

Que la mauvaiſe ſituation du foetus dans l'uterus ait été la principale cauſe de la difformité de ſa ſtructure, c'eſt ce qui paroit encore par la courbure de ſes extrémités, & ſurtout par celle du pied droit qui étoit fort conſidérable; car ce pied, dans un uterus trop étroit, n'a pas pu s'étendre ni s'accroître en droite ligne.

Enfin, à l'égard de cette queue que portoit le foetus à la région de l'os ſacrum, on ne doit la regarder que comme une ſimple production de la peau externe. En effet, les fibres de la peau, plus relâchée dans cet endroit, n'ont pu aſſez réſiſter à l'action des vaiſſeaux & à l'impulſion du ſang: de ſorte que cette action faiſant effort contre les fibres de la peau relâchées, les a inſenſiblement pouſſées en avant, & a occaſionné la génération d'une ſemblable petite queue.

MÉ-

Digitized by Google



Digitized by Google

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

* *
*

Digitized by Google

REMARQUES

SUR UN BEAU RAPPORT ENTRE LES SÉRIES DES PUISSANCES TANT DIRECTES QUE RÉCIPROQUES.

PAR M. L. EULER *).

1.

Le rapport, que je me propose de développer ici, regarde les sommes de ces deux séries infinies générales:

$$\odot \quad - \; 1^m - 2^m + 3^m - 4^m + 5^m - 6^m + 7^m - 8^m + \&c.$$

$$\supset \quad - \; \frac{1}{1^n} - \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} - \frac{1}{4^n} + \frac{1}{5^n} - \frac{1}{6^n} + \frac{1}{7^n} - \frac{1}{8^n} + \&c.$$

dont la premiere contient toutes les puissances positives ou directes des nombres naturels, d'un exposant quelconque m, & l'autre les puissances négatives ou réciproques des mêmes nombres naturels, d'un exposant aussi quelconque n, en faisant varier alternativement les signes des termes de l'une & de l'autre série. Mon but principal est donc de faire voir, que, quoique ces deux séries soient d'une nature tout à fait différente, leurs sommes se trouvent pourtant dans un très beau rapport entr'elles; de sorte que, si l'on étoit en état d'assigner en général la somme de l'une de ces deux especes, on en pourroit déduire la somme

*) Lu en 1749.

Digitized by Google

de l'autre eſpece. Ou bien je ferai voir, qu'en connoiſſant la ſomme de la premiere ſérie pour un expoſant quelconque m, on en peut toujours déterminer la ſomme de l'autre ſérie pour l'expoſant $n = m + 1$. Cette remarque me paroit d'autant plus importante, qu'elle n'eſt encore fondée que ſur une induction, mais que je porterai à un tel degré de certitude, qu'on la pourra regarder comme très rigoureuſement démontrée.

2. Pour les ſéries de la premiere eſpece, puisque leurs termes deviennent de plus en plus grands, il eſt bien vrai qu'on ne ſauroit ſe former une juſte idée de leur ſomme, tandisqu'on entend par ſomme une telle valeur, de laquelle on approche d'autant plus, plus on raſſemble de termes de la ſérie actuellement. Ainſi, quand on dit que la ſomme de cette ſérie $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6$ &c. eſt $\frac{1}{4}$, cela doit paroitre bien paradoxe, puisqu'en raſſemblant 100 termes de cette ſérie, on trouve -50: or la ſomme de 101 termes donne $+51$, leſquelles valeurs ſont bien différentes de $\frac{1}{4}$, & le deviennent encore beaucoup plus, quand on multiplie le nombre des termes. Mais j'ai déjà remarqué dans une autre occaſion, qu'il faut donner au mot de *ſomme* une ſignification plus étendue, & entendre par là une fraction, ou autre expreſſion analytique, laquelle étant développée ſelon les principes de l'analyſe produiſe la même ſérie dont on cherche la ſomme. Après avoir établi cette ſignification, il n'eſt plus douteux que la ſomme de cette ſérie $1 - 2 + 3 - 4 +$ &c. ſoit $= \frac{1}{4}$, puiſqu'elle nait de l'évolution de cette formule $\frac{1}{(1+1)^2}$, dont la valeur eſt inconteſtablement $\frac{1}{4}$. La choſe deviendra plus claire en conſidérant cette ſérie plus générale:

$$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - 6x^5 + \text{&c.}$$

qui réſulte en développant cette formule $\frac{1}{(1+1).^2}$, à laquelle donc cette ſérie eſt effectivement égale, & partant auſſi dans le cas où $x = 1$.

3. On

Digitized by Google

3. On comprend aiſément que le calcul différentiel nous fournit un moyen fort aiſé de trouver les ſommes de ces ſortes de ſéries; & on en tire les ſommations ſuivantes:

$$1 - x + x^2 - x^3 + \&c. = \frac{1}{1+x},$$

$$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \&c. = \frac{1}{(1+x)^2},$$

$$1 - 2^2x + 3^2x^2 - 4^2x^3 + \&c. = \frac{1-x}{(1+x)^3},$$

$$1 - 2^3x + 3^3x^2 - 4^3x^3 + \&c. = \frac{1-4x+xx}{(1+x)^4},$$

$$1 - 2^4x + 3^4x^2 - 4^4x^3 + \&c. = \frac{1-11x+11xx-x^3}{(1+x)^5},$$

$$1 - 2^5x + 3^5x^2 - 4^5x^3 + \&c. = \frac{1-26x+66xx-26x^3+x^4}{(1+x)^6},$$

$$1 - 2^6x + 3^6x^2 - 4^6x^3 \ \&c. = \frac{1-57x+302xx-302x^3+57x^4-x^5}{(1+x)^7},$$

$$\&c.$$

d'où l'on tire pour les ſéries de notre premiere eſpece, en prenant $x = 1$, les ſommes ſuivantes:

$$1 - 2^0 + 3^0 - 4^0 + 5^0 - 6^0 + \&c. = \tfrac{1}{2}$$
$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \&c. = \tfrac{1}{4}$$
$$1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \&c. = 0$$
$$1 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + 5^3 - 6^3 + \&c. = -\tfrac{2}{1\,2}$$
$$1 - 2^4 + 3^4 - 4^4 + 5^4 - 6^4 + \&c. = 0$$
$$1 - 2^5 + 3^5 - 4^5 + 5^5 - 6^5 + \&c. = +\tfrac{1}{6\,4}$$
$$1 - 2^6 + 3^6 - 4^6 + 5^6 - 6^6 + \&c. = 0$$
$$1 - 2^7 + 3^7 - 4^7 + 5^7 - 6^7 + \&c. = -\tfrac{2}{2\,5\,6}$$
$$1 - 2^8 + 3^8 - 4^8 + 5^8 - 6^8 + \&c. = 0$$
$$1 - 2^9 + 3^9 - 4^9 + 5^9 - 6^9 + \&c. = +\tfrac{7}{1\,0\,2\,4}. \ \&c.$$

Digitized by Google

4. Des ſéries de l'autre eſpece ❩ on n'a connu autrefois que celle du cas $n = 1$, ou de celle-ci

$$1 - \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{5} - \tfrac{1}{6} + \text{&c.}$$

dont la ſomme eſt $/2$, juſques à ce que j'ai trouvé la ſomme de la ſérie réciproque des quarrés, & enſuite de toutes les autres puiſſances paires: ayant demontré que les ſommes de toutes ces ſéries dépendent du rapport de la circonférence d'un cercle π à ſon diametre 1.

Car ſuppoſant les ſommes de ces ſéries	j'ai trouvé
$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \text{&c.} = A\pi^2$	$A = \frac{1}{6}$,
$1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \text{&c.} = B\pi^4$	$B = \frac{2}{5}A^2$,
$1 + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{4^6} + \text{&c.} = C\pi^6$	$C = \frac{4}{7}AB$,
$1 + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} + \frac{1}{4^8} + \text{&c.} = D\pi^8$	$D = \frac{4}{9}AC + \frac{2}{9}B^2$,
$1 + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{3^{10}} + \frac{1}{4^{10}} + \text{&c.} = E\pi^{10}$	$E = \frac{4}{11}AD + \frac{4}{11}BC$,
&c.	&c.

d'où je conclus pour les ſéries de notre ſeconde eſpece, en faiſant varier alternativement les ſignes

$$1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} + \text{&c.} = \frac{2-1}{2^1}A\pi^2$$

$$1 - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} - \frac{1}{6^4} + \text{&c.} = \frac{2^3-1}{2^3}B\pi^4$$

$$1 - \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} - \frac{1}{4^6} + \frac{1}{5^6} - \frac{1}{6^6} + \text{&c.} = \frac{2^5-1}{2^5}C\pi^6$$

1 —

Digitized by Google

$$1 - \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} - \frac{1}{4^8} + \frac{1}{5^8} - \frac{1}{6^8} + \&c. = \frac{2^7 - 1}{2^7} D\pi^8$$

$$1 - \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{3^{10}} - \frac{1}{4^{10}} + \frac{1}{5^{10}} - \frac{1}{6^{10}} + \&c. = \frac{2^9 - 1}{2^9} E\pi^{10}$$

$$1 - \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{3^{12}} - \frac{1}{4^{12}} + \frac{1}{5^{12}} - \frac{1}{6^{12}} + \&c. = \frac{2^{11} - 1}{2^{11}} F\pi^{12},$$

&c.

Or, pour les cas où n eſt un nombre impair, toutes mes recherches pour en trouver les ſommes, ont été inutiles juſques ici. Cependant il eſt certain qu'elles ne dépendent point d'une maniere ſemblable des puiſſances pareilles du nombre π. Peut-être que les réflexions ſuivantes y répandront quelque jour.

5. Puisque les nombres A, B, C, D, &c. ſont de la derniere importance dans ce ſujet, je les mettrai ici auſſi loin, que je les ai calculés.

$$A = \frac{2^0 . 1}{1.2.3},$$

$$B = \frac{2^2 . 1}{1.2 \ldots 5.3},$$

$$C = \frac{2^4 . 1}{1.2 \ldots 7.3},$$

$$D = \frac{2^6 . 3}{1.2 \ldots 9.5},$$

$$E = \frac{2^8 . 5}{1.2 \ldots 11.3},$$

$$F = \frac{2^{10} . 691}{1.2 \ldots 13.105},$$

$$G = \frac{2^{12} . 35}{1.2 \ldots 15.1},$$

H =

Digitized by Google

$$H = \frac{2^{14}.\ 3617}{1.2\ ..\ 17.15},$$

$$I = \frac{2^{16}.\ 43867}{1.2\ ..\ 19.21},$$

$$K = \frac{2^{18}.\ 1222277}{1.2\ ..\ 21.55},$$

$$L = \frac{2^{20}.\ 854513}{1.2\ ..\ 23.3},$$

$$M = \frac{2^{22}.\ 1181820455}{1.2\ ...\ 25.273},$$

$$N = \frac{2^{24}.\ 76977927}{1.2\ ...\ 27.1},$$

$$O = \frac{2^{26}.\ 23749461029}{1.2\ .\ .\ .\ 29.15},$$

$$P = \frac{2^{28}.\ 8615841276005}{1.2\ .\ .\ .\ 31.231},$$

$$Q = \frac{2^{30}.\ 8480253145338 7}{1.2\ .\ .\ .\ .\ 33.85},$$

$$R = \frac{2^{32}.\ 9021907504284 5}{1.2\ .\ .\ .\ .\ 35.3}.$$

6. Or c'eſt auſſi de ces mêmes nombres A, B, C, D, &c. que dépend la ſommation des ſéries de la premiere eſpece ⊙ dans les cas, où l'expoſant m eſt un nombre impair, ayant déjà vu que, lorsque cet expoſant eſt un nombre pair, la ſomme devient égale à zéro. Mais il faut employer une méthode toute particuliere pour démontrer cette harmonie. Pour cet effet, il faut recourir à la méthode générale que j'ai donnée autrefois pour déterminer les ſommes des ſéries

Digitized by Google

ſéries par leurs termes généraux. Soit donc X une fonction quelconque de x, repréſentée en ſorte $X = f: x$, & conſidérons cette ſérie continuée à l'infini

$$f: x + f: (x+\alpha) + f: (x+2\alpha) + f: (x+3\alpha) + f: (x+4\alpha) + \&c.$$

dont les termes ſuivans ſoyent de ſemblables fonctions de $x + \alpha$, $x + 2\alpha$, $x + 3\alpha$, &c. & poſons la ſomme de cette ſérie $= S$, qui étant auſſi une fonction de x, ſi l'on y met $x + \alpha$ au lieu de x, d'où elle devient

$$S + \frac{\alpha dS}{1\,dx} + \frac{\alpha^2 ddS}{1.2\,dx^2} + \frac{\alpha^3 d^3S}{1.2.3\,dx^3} + \frac{\alpha^4 d^4S}{1.2.3.4\,dx^4} \&c.$$

cette expreſſion ſera la ſomme de la ſérie

$$f: (x+\alpha) + f: (x+2\alpha) + f: (x+3\alpha) + f: (x+4\alpha) + \&c.$$

& partant égale à $S - f: x = S - X$, de ſorte que

$$-X = \frac{\alpha dS}{1\,dx} + \frac{\alpha^2 ddS}{1.2\,dx^2} + \frac{\alpha^3 d^3S}{1.2.3\,dx^3} + \frac{\alpha^4 d^4S}{1.2.3.4\,dx^4} + \&c.$$

Or de cette équation on trouve par la méthode que j'ai expoſée ailleurs

$$S = -\frac{1}{\alpha}\int X dx + \tfrac{1}{2}X - \frac{\alpha A dX}{2\,dx} + \frac{\alpha^3 B d^3X}{2^3 dx^3} - \frac{\alpha^5 C d^5X}{2^5 dx^5} + \&c.$$

où A, B, C, &c. marquent les mêmes nombres que je viens de développer: de ſorte que par ce moyen on parvient à la ſomme cherchée S, tant par la formule intégrale $\int X dx$, que par les différentiels de tout ordre de la fonction X.

7. Maintenant, pour obtenir la variation des ſignes, au lieu de α écrivons 2α pour avoir cette ſommation:

$$f: x + f: (x+2\alpha) + f: (x+4\alpha) + \&c. = -\frac{1}{2\alpha}\int X dx + \tfrac{1}{2}X - \frac{\alpha A dx}{dx} + \frac{\alpha^3 B d^3X}{dx^3} - \frac{\alpha^5 C d^5X}{dx^5} + \&c.$$

Digitized by Google

du double de laquelle ôtons la série précédente, & nous aurons

$$f{:}\,x - f{:}\,(x+\alpha) + f{:}\,(x+2\alpha) - f{:}\,(x+3\alpha) + f{:}\,(x+4\alpha) - \&c.$$
$$= \tfrac{1}{2}X - \frac{(2^2-1)\alpha A dX}{2\,dx} + \frac{(2^4-1)\alpha^3 B d^3X}{2^3 dx^3} - \frac{(2^6-1)\alpha^5 C d^5X}{2^5 dx^3} + \&c.$$

où le membre, qui renfermoit l'intégrale $\int X\,dx$, est disparu. Posons maintenant, pour approcher d'avantage de notre but $f{:}\,x = X = x^m$; & nous aurons la somme de la série suivante:

$$x^m - (x+\alpha)^m + (x+2\alpha)^m - (x+3\alpha)^m + (x+4\alpha)^m - \&c. =$$
$$\tfrac{1}{2}x^m - \frac{(2^2-1)m\alpha A x^{m-1}}{2} + \frac{(2^4-1)m(m-1)(m-2)\alpha^3 B x^{m-3}}{2^3}$$
$$- \frac{(2^6-1)m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)\alpha^5 C x^{m-5}}{2^5}$$
$$+ \frac{(2^8-1)m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)(m-6)\alpha^7 D x^{m-7}}{2^7},$$

&c.

qui ne renfermera qu'un nombre déterminé de termes, toutes les fois que l'exposant m est un nombre entier positif. Donc, posant $\alpha = 1$, nous aurons pour nos séries de la premiere espece ⊙.

$$x^m - (x+1)^m + (x+2)^m - (x+3)^m + (x+4)^m - (x+5)^m + \&c. =$$
$$\tfrac{1}{2}x^m - \frac{m}{2}(2^2-1)A x^{m-1} + \frac{m(m-1)(m-2)}{2.\ 2.\ 2}(2^4-1)B x^{m-3}$$
$$- \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{2.\ 2.\ 2.\ 2.\ 2}(2^6-1)C x^{m-5}$$
$$+ \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)(m-6)}{2.\ 2.\ 2.\ 2.\ 2.\ 2.\ 2}(2^8-1)D x^{m-7}.$$

&c.

Digitized by Google

8. A préſent nous n'avons qu'à ſuppoſer $x = 1$, pour avoir en général la ſomme de toutes nos ſéries de la premiere eſpece ⊙: mais nous la trouverons encore plus aiſément en ſuppoſant $x = 0$, d'où nous tirerons la ſomme de cette ſérie

$$0^m - 1^m + 2^m - 3^m + 4^m - 5^m + 6^m - 7^m + \&c.$$

qui n'eſt que la négative de celle que nous cherchons. Or, poſant $x = 0$, tous les nombres qui compoſent la ſomme évanouiſſent à l'exception d'un ſeul; où l'expoſant de x zéro, ce qui n'arrive que dans les cas où m eſt un nombre impair; car, quand il eſt pair, tous les membres & partant auſſi la ſomme de la ſérie ſe réduit à rien. Donc, prenant négativement ces ſommes, nous trouverons comme il ſuit.

$m=0$ | $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \&c. = \frac{1}{2}$

$m=1$ | $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \&c. = +1\frac{(2^2-1)}{2}A,$

$m=2$ | $1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \&c. = 0,$

$m=3$ | $1 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + 5^3 - 6^3 + \&c. = -1.2.3\frac{(2^4-1)}{2^3}B,$

$m=4$ | $1 - 2^4 + 3^4 - 4^4 + 5^4 - 6^4 + \&c. = 0,$

$m=5$ | $1 - 2^5 + 3^5 - 4^5 + 5^5 - 6^5 + \&c. = +1.2..5.\frac{(2^6-1)}{2^5}C,$

$m=6$ | $1 - 2^6 + 3^6 - 4^6 + 5^6 - 6^6 + \&c. = 0,$

$m=7$ | $1 - 2^7 + 3^7 - 4^7 + 5^7 - 6^7 + \&c. = -1.2..7.\frac{(2^8-1)}{2^7}D,$

$m=8$ | $1 - 2^8 + 3^8 - 4^8 + 5^8 - 6^8 + \&c. = 0,$

$m=9$ | $1 - 2^9 + 3^9 - 4^9 + 5^9 - 6^9 + \&c. = +1.2..9.\frac{(2^{10}-1)}{2^9}E,$

$m=10$ | $1 - 2^{10} + 3^{10} - 4^{10} + 5^{10} - 6^{10} + \&c. = 0,$

&c.

Digitized by Google

Quand on développe ces ſommes, on les trouve les mêmes que celles que j'ai rapportées ci-deſſus §. 3. mais à préſent on voit leur liaiſon avec les lettres A, B, C, &c.

9. Diviſons ces ſéries de la premiere eſpece ⊙ chacune par celle de la ſeconde eſpece ☽, qui renferme le même nombre de la progreſſion A, B, C, D, &c. pour en tirer les équations ſuivantes.

$$\frac{1-2+3-4+5-6+\&c.}{1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}-\frac{1}{6^2}+\&c.} = +\frac{1(2^2-1)}{(2-1)\pi^2},$$

$$\frac{1-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+\&c.}{1-\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}-\frac{1}{4^3}+\frac{1}{5^3}-\frac{1}{6^3}+\&c.} = 0,$$

$$\frac{1-2^3+3^3-4^3+5^3-6^3+\&c.}{1-\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}-\frac{1}{4^4}+\frac{1}{5^4}-\frac{1}{6^5}+\&c.} = -\frac{1.2.3(2^4-1)}{(2^3-1)\pi^4},$$

$$\frac{1-2^4+3^4-4^4+5^4-6^4+\&c.}{1-\frac{1}{2^5}+\frac{1}{3^5}-\frac{1}{4^5}+\frac{1}{5^5}-\frac{1}{6^5}+\&c.} = 0,$$

$$\frac{1-2^5+3^5-4^5+5^5-6^5+\&c.}{1-\frac{1}{2^6}+\frac{1}{3^6}-\frac{1}{4^6}+\frac{1}{5^6}-\frac{1}{6^6}+\&c.} = +\frac{1.2..5(2^6-1)}{(2^5-1)\pi^6},$$

$$\frac{1-2^6+3^6-4^6+5^6-6^6+\&c.}{1-\frac{1}{2^7}+\frac{1}{3^7}-\frac{1}{4^7}+\frac{1}{5^7}-\frac{1}{6^7}+\&c.} = 0,$$

$$\frac{1-2^7+3^7-4^7+5^7-6^7+\&c.}{1-\frac{1}{2^8}+\frac{1}{3^8}-\frac{1}{4^8}+\frac{1}{5^8}-\frac{1}{6^8}+\&c.} = -\frac{1.2..7(2^8-1)}{(2^7-1)\pi^8},$$

1 —

Digitized by Google

$$\frac{1-2^8+3^8-4^8+5^8-6^8+\&c.}{1-\frac{1}{2^9}+\frac{1}{3^9}-\frac{1}{4^9}+\frac{1}{5^9}-\frac{1}{6^9}+\&c.}=0,$$

$$\frac{1-2^9+3^9-4^9+5^9-6^9+\&c.}{1-\frac{1}{2^{10}}+\frac{1}{3^{10}}-\frac{1}{4^{10}}+\frac{1}{5^{10}}-\frac{1}{6^{10}}+\&c.}=+\frac{1.2..9(2^{10}-1)}{(2^9-1)\pi^{10}},$$

&c.

Or l'équation qui précéde celles-ci, ſera

$$\frac{1-1+1-1+1-1+\&c.}{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\&c.}=\frac{1}{2\sqrt{2}},$$

dont la liaiſon avec les ſuivantes eſt entierement cachée.

10. Or la conſidération de ces équations me conduit à cette formule générale:

$$\frac{1-2^{n-1}+3^{n-1}-4^{n-1}+5^{n-1}-6^{n-1}+\&c.}{1-\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}-\frac{1}{4^n}+\frac{1}{5^n}-\frac{1}{6^n}+\&c.}=$$

$$N.\ \frac{1.2.3....(n-1)(2^n-1)}{(2^{n-1}-1)\pi^n},$$

où tout revient à déterminer juſtement le cöefficient N à l'égard de l'expoſant n. Pour cet effet conſidérons les valeurs de ce cöefficient N, qui répondent à chacun des expoſans n, que je viens d'examiner:

n	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10	&c.
N	+1,	0,	−1,	0,	+1,	0,	−1,	0,	+1	&c.

& puiſque toutes les fois que n eſt un nombre impair, la lettre N doit évanouir, & que pour les cas $n=4i+2$, il faut qu'il ſoit $N=+1$, mais pour les cas $n=4i$, il devient $N=-1$, il eſt évident qu'on ſatisfait à ces conditions en ſuppoſant $N=-$

Digitized by Google

cos. $\frac{n\pi}{2}$. Par cette raiſon je hazarderai la *conjecture ſuivante*, que quelque ſoit l'expoſant n, cette équation ait toujours lieu:

$$\frac{1 - 2^{n-1} + 3^{n-1} - 4^{n-1} + 5^{n-1} - 6^{n-1} + \&c.}{1 - 2^{-n} + 3^{-n} - 4^{-n} + 5^{-n} - 6^{-n} + \&c.} = \frac{-1.2.3.\ldots(n-1)(2^n-1)}{(2^{n-1}-1)\pi^n} \text{ cos. } \frac{n\pi}{2}.$$

Cette conjecture paroîtra ſans doute fort hardie, mais puiſqu'elle eſt d'accord avec les cas, où n eſt un nombre entier poſitif plus grand que l'unité, je prouverai ſon accord avec la vérité premierement pour le cas $n = 1$, & enſuite $n = 0$. Après cela je ferai voir, que ſi cette conjecture eſt fondée pour les cas où n eſt un nombre poſitif, elle le ſera auſſi, quand n eſt un nombre négatif; & enfin je développerai auſſi quelques cas, où l'on donne à n une valeur rompüe.

11. Soit donc d'abord $n = 1$, pour avoir cette forme $\frac{1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \&c.}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \&c.}$, dont nous ſavons que la valeur eſt $= \frac{1}{2l2}$; or notre expreſſion donne pour ce cas $1.2.\ldots(n-1) = 1$, $2^n - 1 = 1$, $\pi^n = \pi$, mais les deux autres parties cos. $\frac{n\pi}{2}$ & $2^{n-1} - 1$, évanouiſſent l'une & l'autre. C'eſt pourquoi je repréſente enſorte la valeur, que notre conjecture fournit pour ce cas:

$$-\frac{1}{\pi} \cdot \frac{\text{cos. } \frac{n\pi}{2}}{2^{n-1} - 1},$$

où

Digitized by Google

où il s'agit de déterminer la valeur de la fraction $\frac{\text{cos. } \frac{n\pi}{2}}{2^{n-1} - 1}$, dans le cas $n = 1$, où le numérateur & le dénominateur évanouissent. Considérons donc la lettre n comme variable, & puisque le différentiel du numérateur est $- \frac{\pi dn}{2} \text{ sin } \frac{n\pi}{2}$, & celui du dénominateur $= 2^{n-1} \, dn \, l\, 2$, notre fraction pour ce cas sera la même que celle-cy $- \frac{\frac{\pi}{2} \text{ sin } \frac{n\pi}{2}}{2^{n-1} \, l\, 2}$, qui posant $n = 1$ se réduit à celle-cy $- \frac{\pi}{2 l 2}$, de sorte que la valeur que nous cherchons sera:

$$- \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\text{cos. } \frac{n\pi}{2}}{2^{n-1} - 1} = + \frac{1}{2 l 2},$$

tout comme il est clair de soi-même. Notre conjecture ayant donc aussi lieu por le cas $n = 1$, qui paroissoit d'abord s'écarter entierement de la loi des cas suivans, c'est déjà une preuve très forte pour la vérité de cette conjecture; & puisqu'il semble impossible qu'une fausse supposition ait pu soutenir cette épreuve, on pourroit déjà regarder notre conjecture comme très solidement établie: mais je m'en vai apporter encore d'autres preuves également convaincantes.

12. Soit à présent $n = 0$, pour avoir cette forme

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \text{&c.}}{1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \text{&c.}},$$

dont la valeur est évidemment $= 2 l 2$. Or notre conjecture, à cause de cos. $\frac{n\pi}{2} = 1$, $2^{n-1} - 1 = - \frac{1}{2}$ & $\pi^n = 1$, fournit pour ce cas $+ 2.1.2.3.\ldots.(n-1)(2^n - 1)$, dont le

le facteur $1.2.3.\ldots(n-1)$ étant infini, & l'autre $2^n - 1$ évanouiſſant, on voit déjà que notre conjecture n'eſt pas contredite par ce cas: mais, pour en prouver auſſi le parfait accord, je remarque que puisqu'il y a généralement:

$$1.2.3.\ldots.(n-1) = \frac{1}{n}.\ 1.2.3.\ldots.n$$

& que dans le cas $n = 0$, on a $1.2.3.\ldots.n = 1$, nous aurons pour ce même cas $1.2.3.\ldots.(n-1) = \frac{1}{n}$, & partant la valeur tirée de notre conjecture ſera $= \frac{2\,(2^n - 1)}{n}$, où puiſque le numérateur & le dénominateur évanouiſſent en poſant $n = 0$, on n'a qu'à ſubſtituer à leur place leurs différentiels en regardant n comme une quantité variable, pour avoir une autre fraction $\frac{2.\,2^n dn\, l\,2}{dn} =$ $2.\,2^n l\,2$, équivalente à celle-là pour le cas $n = 0$: or celle-cy nous donne ouvertement la même valeur $2\,l\,2$, que la nature des ſéries exige. Voilà donc une nouvelle preuve, qui étant jointe à la précédente pourra bien tenir lieu d'une démonſtration complette de notre conjecture. Cependant on n'eſt que trop autoriſé d'en exiger encore une démonſtration directe, qui renferme à la fois tous les cas poſſibles.

13. Notre conjecture étant donc juſte pour tous les cas où n eſt un nombre entier poſitif, je m'en vai prouver à préſent qu'elle eſt également d'accord avec la vérité, lorsqu'on prend pour n un nombre entier négatif quelconque. Or dans ces cas la valeur de la formule $1.2.3.\ldots(n-1)$, devient infinie, ce qui ſemble troubler la démonſtration que j'ai en vûe: mais une obſervation, que j'ai prouvée ailleurs levera cet obſtacle. Prenant ce ſigne $[\lambda]$, pour marquer ce produit: $1.2.3.\ldots\lambda$, j'ai démontré qu'il y a toujours $[\lambda].[-\lambda]$

Digitized by Google

$[-\lambda] = \frac{\lambda\pi}{\sin \lambda\pi}$: donc posant $n - 1 = -m$ ou $n = -m + 1$, pour avoir cete expreſſion:

$$\frac{1 - 2^{-m} + 3^{-m} - 4^{-m} + 5^{-m} + 6^{-m} + \&c.}{1 - 2^{m-1} + 3^{m-1} - 4^{m-1} + 5^{m-1} - 6^{m-1} + \&c.} = \frac{-1.2.3.\ldots.(-m)\,(2^{-m+1} - 1)}{(2^{-m} - 1)\,\pi^{-m+1}} \text{ cof. } \frac{(1-m)\,\pi}{2},$$

où puisque $1.2.3.\ldots.(-m) = [-m]$ & $[m]\,[-m] = \frac{m\pi}{\sin m\pi}$, nous aurons $1.2.3.\ldots.(-m) = \frac{m\pi}{1.2.3.\ldots.m \sin m\pi} = \frac{\pi}{1.2.3.\ldots.(m-1) \sin m\pi}$. Enſuite on ſait que cof. $\frac{(1-m)\,\pi}{2} = \sin \frac{m\pi}{2}$, & par ces ſubſtitutions l'expreſſion trouvée prendra cette forme: $-\frac{2\,(2^{m-1} - 1)\,\pi^m}{(2^m - 1)\,1.2.3.\ldots.(m-1)\,\text{f. } m\pi} \sin \frac{m\pi}{2} = -\frac{(2^{m-1} - 1)\,\pi^m}{1.2.3..(m-1)\,(2^m - 1) \text{ cof. } \frac{m\pi}{2}}$,

à cauſe de $\sin m\pi = 2 \sin \frac{m\pi}{2}$ cof. $\frac{m\pi}{2}$. Maintenant, nous n'avons qu'à renverſer l'équation trouvée en mettant en haut les dénominateurs & en bas les numérateurs, & nous obtiendrons cette équation

$$\frac{1 - 2^{m-1} + 3^{m-1} - 4^{m-1} + 5^{m-1} - 6^{m-1} + \&c.}{1 - 2^{-m} + 3^{-m} - 4^{-m} + 5^{-m} - 6^{-m} + \&c.} = -\frac{1.2.3.\ldots.(m-1)\,(2^m - 1)}{(2^{m-1} - 1)\,\pi^m} \text{ cof. } \frac{m\pi}{2},$$

qui étant la même que la ſuppoſée, on voit clairement que ſi la ſuppoſée

Bayerische Staatsbibliothek München

Digitized by Google

poſée eſt vraye pour les cas où n eſt un nombre poſitif, elle le ſera auſſi, quand n eſt un nombre négatif, à cauſe de $m = -n + 1$.

14. Il ſe preſénte encore un cas bien remarquable en poſant $n = \frac{1}{2}$, qui conduit à cette fraction

$$\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}} + \&c.}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}} + \&c.}$$

dont le numérateur & le dénominateur étant égaux, & partant la valeur $= 1$, il faut prouver que l'expreſſion, qui en vertu de la conjecture lui eſt égale, ſavoir:

$$-\frac{1.2.3.\ldots.(-\frac{1}{2})(\sqrt{2}-1)}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-1\right)\sqrt{\pi}} \cos.\frac{\pi}{4} = +\frac{[-\frac{1}{2}]\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{[-\frac{1}{2}]}{\sqrt{\pi}}$$

Or j'ai démontré autrefois, en examinant la progreſſion hypergéométrique 1, 1.2, 1.2.3, 1.2.3.4, &c. dont le terme général eſt $1.2.3.\ldots.n = [n]$, que poſant $n = \frac{1}{2}$, on a $[\frac{1}{2}] = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, & puiſque $[\frac{1}{2}] = \frac{1}{2}[-\frac{1}{2}]$, il eſt évident que $[-\frac{1}{2}] = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, & partant notre expreſſion devient effectivement $= 1$. Ce qui ne ſauroit plus laiſſer aucun doute ſur la vérité de notre conjecture, l'ayant démontrée non ſeulement pour tous les cas où l'expoſant n eſt un nombre entier quelconque, ſoit négatif, ſoit poſitif, mais auſſi pour le cas $n = \frac{1}{2}$. Pour les autres cas des nombres rompus, qu'on voudroit mettre au lieu de n, on ne ſauroit prétendre une démonſtration particuliere, attendu que qu'on n'a encore découvert aucune méthode propre pour déterminer la ſomme d'une telle ſérie $1 - 2^n + 3^n - 4^n + 5^n - \&c.$ lorsque l'expoſant n eſt une fraction. Dans ces cas il faut ſe contenter d'approximations: or on verra auſſi alors, que notre conjecture eſt d'accord avec la vérité.

15.

Digitized by Google

15. Pour en faire un eſſai, ſoit $n = \frac{1}{2}$, & cette fraction $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \text{&c.}}{1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{4\sqrt{4}} + \frac{1}{5\sqrt{5}} - \frac{1}{6\sqrt{6}} + \text{&c.}}$, à cauſe de $1.2.3\ldots(n-1) = [\tfrac{1}{2}] = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, & cof. $\frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, doit être égale à cette quantité $\frac{2\sqrt{2}-1}{2(2-\sqrt{2})\pi} = \frac{3+\sqrt{2}}{2\pi\sqrt{2}} = 0,4967738$.

Mais la ſérie ſupérieure, en ajoutant les 9 premiers termes, donne $1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{7} - \sqrt{8} + \sqrt{9} = 1,921739662$,

d'où il faut retrancher la ſomme de tous les termes ſuivans à l'infini $\sqrt{10} - \sqrt{11} + \sqrt{12} - \sqrt{13} + \sqrt{14} - \text{&c.}$ laquelle par le §. 7. eſt

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{10} - \frac{1(2^2-1)}{4}\cdot\frac{A}{\sqrt{10}} + \frac{1.1.3(2^4-1)}{4^3}\cdot\frac{B}{10^2\sqrt{10}} - \frac{1.1.3.5.7}{4^5}(2^6-1)\cdot\frac{C}{10^4\sqrt{10}} + \frac{1.1.3.5.7.9.11}{4^7}(2^8-1)\frac{D}{10^6\sqrt{10}}\cdot\text{&c.}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{2}\left(1 - \frac{1.3}{2}\cdot\frac{A}{10} + \frac{1.1.3.15}{2^5}\cdot\frac{B}{10^3} - \frac{1.1.3.5.7.63}{2^9}\cdot\frac{C}{10^5} + \right.$$

$$\left. + \frac{1.1.3.5.7.9.11.255}{2^{13}}\cdot\frac{D}{10^7} - \text{&c.}\right)$$

Or ayant $A = \frac{1}{6}$, $B = \frac{1}{9\cdot 6}$, $C = \frac{1}{9\cdot 4\cdot 5}$, $D = \frac{1}{9\cdot 4\cdot 5\cdot 6}$, $E = \frac{1}{9\cdot 3\cdot 5\cdot 5\cdot 5}$, la valeur de cette expreſſion réſulte $= 0,4875077457\,7\cdot\sqrt{10}$, qui eſt à peu près $= 1,541610$, & partant la ſérie ſupérieure $1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \text{&c.} = 0,380129$.

Enſuite, pour la ſérie inférieure, les 9 premiers termes donnent $0,7821470744$, d'où il faut retrancher la ſomme de tous les ſuivans,

Digitized by Google

qui eſt $= \frac{1}{20\sqrt{10}}\left(1 + \frac{3.3}{2}\cdot\frac{A}{10} - \frac{3.5.7.15}{2^5}\cdot\frac{B}{10^3} + \frac{3.5.7.9.11.63}{2^9}\cdot\frac{C}{10^5} - \text{&c.}\right)$, & à peu près $= 0{,}01698880$, d'où la ſomme de cette ſérie infinie ſera $= 0{,}765158$. Voyons donc ſi la premiere ſérie diviſée par celle-cy, ou bien cette fraction $\frac{0{,}380129}{0{,}765158}$, eſt égale à la valeur $0{,}4967738$; or la différence eſt ſi petite, ne montant qu'à deux cent-milliemes parties de l'unité, que l'on ne ſauroit douter, que la choſe ne ſoit vraye à la derniere rigeur.

16. Puisque donc notre conjecture eſt portée au plus haut degré de certitude, qu'il ne reſte plus même aucun doute ſur les cas où l'on met pour l'expoſant n des fractions, mettons devant les yeux les cas, où n eſt une fraction de cette eſpece $\frac{2i+1}{2}$, qui ſont

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \text{&c.}}{1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{4\sqrt{3}} + \text{&c.}} = + \frac{1\,(2\sqrt{2}-1)}{2^1\,(2-\sqrt{2})\,\pi},$$

$$\frac{1 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{4} + \text{&c.}}{1 - \frac{1}{2^2\sqrt{2}} + \frac{1}{3^2\sqrt{3}} - \frac{1}{4^2\sqrt{4}} + \text{&c.}} = + \frac{1.3\,(4\sqrt{2}-1)}{2^2\,(4-\sqrt{2})\,\pi^2},$$

$$\frac{1 - 2^2\sqrt{2} + 3^2\sqrt{3} - 4^2\sqrt{4} + \text{&c.}}{1 - \frac{1}{2^3\sqrt{2}} + \frac{1}{3^3\sqrt{3}} - \frac{1}{4^3\sqrt{4}} + \text{&c.}} = - \frac{1.3.5\,(8\sqrt{2}-1)}{2^3\,(8-\sqrt{2})\,\pi^3},$$

$$\frac{1 - 2^3\sqrt{2} + 3^3\sqrt{3} - 4^3\sqrt{4} + \text{&c.}}{1 - \frac{1}{2^4\sqrt{2}} + \frac{1}{3^4\sqrt{3}} - \frac{1}{4^4\sqrt{4}} + \text{&c.}} = - \frac{1.3.5.7\,(16\sqrt{2}-1)}{2^4\,(16-\sqrt{2})\,\pi^4},$$

1 —

Digitized by Google

$$\frac{1-2^4\sqrt{2}+3^4\sqrt{3}-4^4\sqrt{4}+\&c.}{1-\frac{1}{2^5\sqrt{2}}+\frac{1}{3^5\sqrt{3}}-\frac{1}{4^5\sqrt{4}}+\&c.} = +\frac{1.3.5.7.9\,(32\sqrt{2}-1)}{2^5\,(32-\sqrt{2})\,\pi^5},$$

$$\frac{1-2^5\sqrt{2}+3^5\sqrt{3}-4^5\sqrt{4}+\&c.}{1-\frac{1}{2^6\sqrt{2}}+\frac{1}{3^6\sqrt{3}}-\frac{1}{4^6\sqrt{4}}+\&c.} = +\frac{1.3.5.7.9.11\,(64\sqrt{2}-1)}{2^6\,(64-\sqrt{2})\,\pi^6},$$

$$\frac{1-2^6\sqrt{2}+3^6\sqrt{3}-4^6\sqrt{4}+\&c.}{1-\frac{1}{2^7\sqrt{2}}+\frac{1}{3^7\sqrt{3}}-\frac{1}{4^7\sqrt{4}}+\&c.} = -\frac{1.3.5.7.9.11.13\,(128\sqrt{2}-1)}{2^7\,(128-\sqrt{2})\,\pi^7},$$

&c.

où il faut remarquer que la fraction générale $\frac{2^\lambda\sqrt{2}-1}{2^\lambda-\sqrt{2}}$, ſe réduit à celle-cy $\frac{(2^{2\lambda}-1)\sqrt{2}+2^{2\lambda}}{2^{2\lambda}-2}$. Donc, de chaque paire de ces ſéries, dès qu'on a trouvé la ſomme de l'une, on en trouvera celle de l'autre par le moyen de la quadrature du cercle.

17. A l'égard des ſéries réciproques des puiſſances

$$1-\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}-\frac{1}{4^n}+\frac{1}{5^n}-\frac{1}{6^n}+\&c.$$

j'ai déjà obſervé, que leurs ſommes ne ſauroient être aſſignées que lorsque l'expoſant n eſt un nombre entier pair, & que pour les cas où n eſt un nombre entier impair, tous mes ſoins ont été juſqu'ici inutiles. Maintenant, ayant réduit la ſomme de ces ſéries réciproques à celle des directes, ſavoir à celle-cy en général

$$1-2^{n-1}+3^{n-1}-4^{n-1}+5^{n-1}-6^{n-1}+\&c.$$

on auroit pu s'attendre, que de là on trouveroit quelque route pour parvenir à ce but; mais il arrive malheureuſement, que dans les cas

Digitized by Google

où n eſt un nombre impair, la ſomme de cette ſérie directe évanouït, en ſorte qu'on n'en ſauroit rien conclure: or ſans cet accident la ſommation desdites ſéries n'auroit aucune difficulté: car, poſant $n = 2\lambda + 1$, en vertu de notre heureuſe conjecture nous aurons:

$$1 - \frac{1}{2^{2\lambda+1}} + \frac{1}{3^{2\lambda+1}} - \frac{1}{4^{2\lambda+1}} + \frac{1}{5^{2\lambda+1}} - \text{&c.} =$$

$$- \frac{(2^{2\lambda}-1)\pi^{2\lambda+1}}{1.2.3....2\lambda(2^{2\lambda+1}-1)} \cdot \frac{1 - 2^{2\lambda} + 3^{2\lambda} - 4^{2\lambda} + 5^{2\lambda} - \text{&c.}}{\text{cof.}\frac{2\lambda+1}{2}\pi}$$

Or, dans le dernier membre de cette expreſſion, tant le numérateur $1^{2\lambda} - 2^{2\lambda} + 3^{2\lambda} - 4^{2\lambda} + 5^{2\lambda}$ &c. que le dénominateur $\text{cof.}\frac{2\lambda+1}{2}\pi = -\text{ſin}\,\lambda\pi$, évanouit, en ſuppoſant λ un nombre entier. Il eſt bien vrai qu'on peut découvrir aiſément la valeur d'une telle fraction, en ſubſtituant au lieu du numérateur & du dénominateur leurs différentiels, mais par ce moyen on ne gagnera pas grand' choſe, comme je m'en vai faire voir.

18. Donc, conformément à cette méthode, le différentiel du numérateur étant

$$2d\lambda(1^{2\lambda}l1 - 2^{2\lambda}l2 + 3^{2\lambda}l3 - 4^{2\lambda}l4 + \text{&c.})$$

& celui du dénominateur $= -\pi d\lambda\,\text{cof.}\,\lambda\pi$, nous aurons pour notre cas la ſomme exprimée en ſorte

$$1 - \frac{1}{2^{2\lambda+1}} + \frac{1}{3^{2\lambda+1}} - \frac{1}{4^{2\lambda+1}} + \frac{1}{5^{2\lambda+1}} - \text{&c.} =$$

$$\frac{2(2^{2\lambda}-1)\pi^{2\lambda}}{1.2.3....2\lambda(2^{2\lambda+1}-1)\,\text{cof.}\,\lambda\pi} \cdot (1^{2\lambda}l1 - 2^{2\lambda}l2 + 3^{2\lambda}l3 - 4^{2\lambda}l2 + \text{&c.})$$

d'où

Digitized by Google

d'où nous tirons, en ſubſtituant pour λ les nombres 1. 2. 3 &c. les ſommations ſuivantes:

$$1-\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}-\frac{1}{4^3}+\&c=-\frac{2.3.\pi^2(1/1-2^2/2+3^2/3-4^2/4+\&c.)}{1.2.7}$$

$$1-\frac{1}{2^5}+\frac{1}{3^5}-\frac{1}{4^5}+\&c.=+\frac{2.15.\pi^4(1/1-2^4/2+3^4/3-4^4/4+\&c.)}{1.2.3.4.31}$$

$$1-\frac{1}{2^7}+\frac{1}{3^7}-\frac{1}{4^7}+\&c.=-\frac{2.63.\pi^6(1/1-2^6/2+3^6/3-4^6/4+\&c.)}{1.2.3...6.127}$$

$$1-\frac{1}{2^9}+\frac{1}{3^9}-\frac{1}{4^9}+\&c.=+\frac{2.255.\pi^8(1/1-2^8/2+3^8/3-4^8/4+\&c.)}{1.2.3.....8.511}$$

$$1-\frac{1}{2^{11}}+\frac{1}{3^{11}}-\frac{1}{4^{11}}+\&c.=-\frac{2.1023.\pi^{10}(1/1-2^{10}/2+3^{10}/3-4^{10}/4+\&c.)}{1.2.3.....2047}$$

&c.

Il faudroit donc qu'on pût trouver les ſommes des ſéries compriſes dans cette forme:

$$1^{2\lambda}/1-2^{2\lambda}/2+3^{2\lambda}/3-4^{2\lambda}/4+\&c.$$

Mais cette recherche eſt peut-être plus difficile que celle que nous avons en vue; & je n'entrevois aucune méthode qui nous puiſſe conduire au but propoſé.

19. Ces équations deviennent un peu plus ſimples en conſidérant que cette ſérie $1+\frac{1}{3^m}+\frac{1}{5^m}+\frac{1}{7^m}+\frac{1}{9^m}+\&c.$ eſt égale à celle-cy

$$\frac{2^m-1}{2(2^{m-1}-1)}\left(1-\frac{1}{2^m}+\frac{1}{3^m}-\frac{1}{4^m}+\frac{1}{5^m}-\&c.\right.$$

d'où nous tirons d'abord en général

1 +

Digitized by Google

$$1 + \frac{1}{3^{2\lambda+1}} + \frac{1}{5^{2\lambda+1}} + \frac{1}{7^{2\lambda+1}} + \frac{1}{9^{2\lambda+1}} + \text{&c.} =$$

$$- \frac{\pi^{2\lambda}}{1.2.3...2\lambda \cos. \lambda\pi} (2^{2\lambda}/2 - 3^{2\lambda}/3 + 4^{2\lambda}/4 - 5^{2\lambda}/5 + \text{&c.}$$

& enſuite pour les cas particuliers:

$$1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \text{&c.} = + \frac{\pi^2 (2^2/2 - 3^2/3 + 4^2/4 - \text{&c.})}{1.2}$$

$$1 + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^5} + \frac{1}{7^5} + \text{&c.} = - \frac{\pi^4 (2^4/2 - 3^4/3 + 4^4/4 - \text{&c.})}{1.2.3.4.}$$

$$1 + \frac{1}{3^7} + \frac{1}{5^7} + \frac{1}{7^7} + \text{&c.} = + \frac{\pi^6 (2^6/2 - 3^6/3 + 4^6/4 - \text{&c.})}{1.2.3.4.5.6.}$$

$$1 + \frac{1}{3^9} + \frac{1}{5^9} + \frac{1}{7^9} + \text{&c.} = - \frac{\pi^8 (2^8/2 - 3^8/3 + 4^8/4 - \text{&c.})}{1.2.3.4.5.6.7.8.}$$

&c.

Or ici il faut bien remarquer que la ſomme générale de ces deux derniers paragraphes n'eſt vraie que lorsque l'expoſant λ eſt un nombre entier poſitif, puiſqu'elle eſt fondée ſur cette condition, que la ſomme de cette ſérie:

$1 - 2^{2\lambda} + 3^{2\lambda} - 4^{2\lambda} + \text{&c.}$ eſt zéro: donc, comme cela n'eſt plus vrai dans le cas $\lambda = 0$, on ne peut mettre pour λ que les nombres 1, 2, 3. 4, 5 &c. J'ajoute encore cette remarque de cette ſérie $l2 - l3 + l4 - l5 + \text{&c.}$ la ſomme eſt $= \frac{1}{2} l\frac{\pi}{2}$, ce qui laiſſe quelque eſpérance de réuſſir enfin auſſi dans les ſéries auxquelles j'ai été conduit ici.

Digitized by Google

20. De la même maniere on peut comparer enſemble les ſommes de ces deux ſéries infinies

$$1-3^{n-1}+5^{n-1}-7^{n-1}+\&c. \quad \&\quad 1-\frac{1}{3^n}+\frac{1}{5^n}-\frac{1}{7^n}+\frac{1}{9^n}-\&c.$$

& une conjecture ſemblable nous fournit ce *théorème*

$$\frac{1-3^{n-1}+5^{n-1}-7^{n-1}+\&c.}{1-3^{-n}+5^{-n}-7^{-n}+\&c.}=\frac{1.2.3....(n-1).2^n}{\pi^n}\sin\frac{n\pi}{2},$$

où il arrive que, dans les cas où n eſt un nombre entier poſitif pair, la ſomme de la ſérie ſupérieure évanouit; & dans ces cas auſſi le ſinus de l'angle $\frac{n\pi}{2}$, devient zéro. Donc, poſant $n=2\lambda$, nous aurons:

$$1-\frac{1}{3^{2\lambda}}+\frac{1}{5^{2\lambda}}-\frac{1}{7^{2\lambda}}+\&c.=$$

$$\frac{-\pi^{2\lambda-1}(3^{2\lambda-1}l3-5^{2\lambda-1}l5+7^{2\lambda-1}l7-\&c.)}{1.2.3...(2\lambda-1)\,2^{2\lambda-1}\cos.\lambda\pi},$$

prenant pour λ un nombre entier poſitif quelconque. De là nous tirons les ſommations ſuivantes:

$$1-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}-\frac{1}{7^2}+\&c.=+\frac{\pi(3l3-5l5+7l7-\&c.)}{1.2^1},$$

$$1-\frac{1}{3^4}+\frac{1}{5^4}-\frac{1}{7^4}+\&c.=-\frac{\pi^3(3^3l3-5^3l5+7^3l7-\&c.)}{1.2.3.2^3},$$

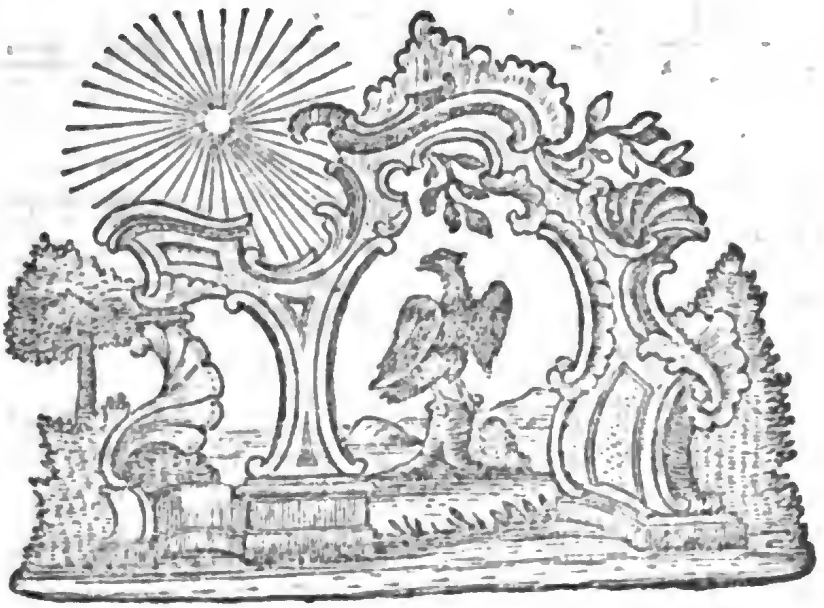
$$1-\frac{1}{3^6}+\frac{1}{5^6}-\frac{1}{7^6}+\&c.=+\frac{\pi^5(3^5l3-5^5l5+7^5l7-\&c.)}{1.2.3.4.5.2^5},$$

Digitized by Google

$$1-\frac{1}{3^8}+\frac{1}{5^8}-\frac{1}{7^8}+\&c.=-\frac{\pi^7(3^7/3-5^7/5+7^7/7-\&c.)}{1.2.3.4.5.6.7.2^7},$$

$$1-\frac{1}{3^{10}}+\frac{1}{5^{10}}-\frac{1}{7^{10}}+\&c.=+\frac{\pi^9(3^9/3-5^9/5+7^9/7-\&c.)}{1.2.3....9.2^9}.$$

Cette derniere conjecture renferme une expreſſion plus ſimple que la précédente; donc, puiſqu'elle eſt également certaine, il y a à eſpérer qu'on travaillera avec plus de ſuccès à en chercher une démonſtration parfaite, qui ne manquera pas de répandre beaucoup de lumiere ſur quantité d'autres recherches de cette nature.



RE-

Digitized by Google

RECHERCHES
SUR
LA CONFUSION DES VERRES DIOPTRIQUES
CAUSÉE PAR LEUR OUVERTURE.

PAR M. L. EULER.

1.

Il y a deux défauts principaux, auxquels les verres dioptriques ſont aſſujettis, l'un vient de la diverſe réfrangibilité des rayons de lumiere, & l'autre de la figure des verres. Je me propoſe d'examiner ici ce dernier défaut, & de déterminer exactement la quantité de la confuſion qui eſt cauſée par la figure ſphérique des verres. Car, quoique les Geométres ayent aſſés bien réuſſi à trouver de telles figures, qui ne produiroient aucune confuſion, les ouvriers n'ont pas encore trouvé moyen de donner aux verres ces figures: la figure ſphérique étant l'unique qu'on puiſſe imprimer au verre avec le dégré de préciſion que le but de ces verres exige. Je ſuppoſe donc que les faces des verres ſoient travaillées exactement ſur des baſſins ſpériques; & puisque cette figure n'a pas la propriété, que tous les rayons, qui viennent d'un point de l'objet, ſoient réunis par la réfraction dans un ſeul point, il en naîtra une confuſion dans l'image formée, qui ſera d'autant plus grande, plus on donnera d'ouverture au verre. C'eſt à cauſe de cette circonſtance qu'on dit, que cette confuſion vient de l'ouverture du verre; & partant mes recherches rouleront ſur la quantité de la confuſion, qu'un verre, dont les faces ſont parfaitement ſphériques, doit produire à cauſe de ſon ouverture.

Digitized by Google

Planche V. Fig. 1.

2. Pour donner une idée plus nette de cette confuſion, conſidérons un verre PP, dont les deux faces PMAMP & PNBNP, ſoient parfaitement ſphériques. La ligne EF tirée par les centres de ces deux ſphéricités repréſentera l'axe du verre. Soit E, un point lumineux ſitué dans l'axe du verre, & les rayons qui ſont transmis par le milieu du verre AB, repréſenteront l'image dans un certain point de l'axe F. Or les rayons qui paſſent par les bords du verre MM, concourent avec l'axe dans un autre point G; de ſorte que ſi ceux-cy étoient tranſmis tous ſeuls, l'image du point lumineux ſeroit repréſentée en G. D'où l'on comprend que les rayons qui paſſent entre le milieu & les bords du verre, repréſenteront l'image entre les points F & G de l'axe, de ſorte que tout l'eſpace FG ſera rempli d'images du point lumineux E; je nommerai cet eſpace FG l'eſpace de diffuſion de l'image: & il eſt clair que c'eſt de là que la confuſion tire ſon origine, dont je déterminerai enſuite la juſte quantité.

3. Pour déterminer cet eſpace de diffuſion FG, on n'a qu'à chercher en général le point G, où un rayon quelconque EM, qui paſſe par le verre hors de l'axe, rencontrera l'axe après la réfraction. Car alors, faiſant évanouir l'intervalle AM, on aura le point F, où les rayons qui paſſent par le milieu du verre, repréſenteront l'image; & poſant enſuite l'intervalle AM égal au demi-diametre de l'ouverture du verre, on trouvera le point G, où les rayons qui paſſent par les bords du verre, concourront avec l'axe. L'intervalle entre ces deux points F & G, ſera ce que je nomme l'eſpace de diffuſion FG; d'où il eſt evident, que cet eſpace ſera d'autant plus grand, plus ſera grande l'ouverture du verre: car, ſi l'ouverture MM évanouïſſoit, l'eſpace de diffuſion ſe réduiroit auſſi à rien.

4. Voilà donc la queſtion à laquelle mes recherches ſe réduiſent: *Les deux faces ſphériques PAP & PBP, avec l'épaiſſeur AB du verre étant données, de même que le lieu du point lumineux E, trouver le point G, où un rayon EM, qui paſſe par le verre dans un point donné M, coupera l'axe du verre EF.*

5. Pour

Digitized by Google

5. Pour cet effet, il faut conſidérer ſéparément les deux réfractions, qui ſe font tant à l'entrée M du rayon EM dans le verre, qu'à ſon iſſue en N: dans la premiere le rayon paſſe de l'air dans le verre, & le ſinus d'incidence ſera à celui de réfraction comme 31 à 20, pour les rayons d'une moyenne réfrangibilité, auxquels je me borne ici uniquement; me réſervant de traiter à part de la confuſion qui eſt cauſée par la différente réfrangibilité des rayons. Donc, au point N, où les rayons ſortent du verre en l'air, le ſinus d'incidence ſera à celui de réfraction comme 20 à 31. Or je mettrai ici pour la commodité du calcul la fraction $\frac{3}{2}\frac{1}{0} = n$.

6. Pour repréſenter ces choſes plus ſenſiblement, ſoit AM la face antérieure du verre, dont le centre ſoit en C, & le demi-diametre $CA = CM = f$; enſuite ſoit BN la face poſtérieure du verre, ſon centre en D, & ſon demi-diametre $DB = DN = g$: or la diſtance de ces deux faces ou l'épaiſſeur du verre ſoit nommée $AB = d$. Que le point lumineux E ſe trouve devant le verre à la diſtance $AE = a$, & ſoit la diſtance du point M à l'axe $= x$, de ſorte que, ſi le point M eſt pris dans les bords du verre, x ſoit égal au demi-diametre de ſon ouverture. J'enviſage donc le verre comme convexe de ſes deux côtés, ce qui n'empêche pas que les recherches ſuivantes ne s'étendent auſſi à des verres concaves, puiſqu'on n'aura qu'à prendre négatif le demi diametre d'une face concave. Fig. 8.

7. La commodité du calcul exige, qu'au lieu de x, nous y introduiſions l'angle $AEM = \Phi$, qu'il ſera permis de regarder comme aſſés petit, pour qu'il ſoit aſſés exactement $\sin \Phi = \Phi - \frac{1}{6}\Phi^3$, ce qui ne s'écarte pas ſenſiblement de la vérité, quand même l'angle Φ eſt de pluſieurs dégrés: car, ſoit $\Phi = 30°$, & cette formule donne $\sin \Phi = 0,499675$, qui ne differe de la vérité que de 0,000325; mais poſant $\Phi = 15°$, cette formule donne $\sin \Phi = 0,258809$, le véritable ſinus de 15° étant $= 0,258819$, de ſorte que l'erreur n'eſt que 0,00001: d'où l'on peut juger, à quel degré notre formule approche de la verité. Réciproquement donc auſſi, lorsque le

Digitized by Google

ſinus d'un angle moindre que de 30° eſt $= s$, l'angle même ſera aſſés exactement $= s + \frac{1}{6}s^3$.

8. Ayant donc poſé l'angle AEM $= \Phi$, puisqu'il eſt aſſès petit, nous aurons aſſès près $x = a\Phi$. Enſuite, poſons auſſi pour abréger le calcul EC $= c$, de ſorte qu'il ſoit $c = a + f$, & prolongeons le rayon une fois rompu MN, juſqu'à ſa rencontre avec l'axe en O. C'eſt ce point O qu'il faut déterminer, avant qu'on puiſſe trouver le point G, où le rayon rencontre l'axe après avoir ſouffert la double réfraction.

9. Cherchons donc d'abord le point O, & puiſque dans le triangle ECM ſont donnés les deux côtés CM $= f$, & CE $= c$, avec l'angle CEM $= \Phi$, on en tire

$$f : \text{ſin } \Phi = c : \text{ſin EM}m, \text{ d'où ſin EM}m = \frac{c \text{ ſin } \Phi}{f},$$

& puiſque ſin $\Phi = \Phi - \frac{1}{6}\Phi^3$ nous aurons:

$$\text{ſin EM}m = \frac{c}{f}(\Phi - \tfrac{1}{6}\Phi^3,$$

& partant l'angle même:

$$\text{EM}m = \frac{c}{f}(\Phi - \tfrac{1}{6}\Phi^3) + \frac{c^3}{6f^3}(\Phi - \tfrac{1}{6}\Phi^3)^3.$$

Donc, en négligeant les puiſſances de Φ qui ſurpaſſent la troiſieme:

$$\text{EM}m = \frac{e}{f}\Phi + \frac{c(cc - ff)}{6f^3}\Phi^3,$$

d'où, ſi nous retranchons l'angle CEM $= \Phi$, il reſtera l'angle

$$\text{ECM} = \frac{c-f}{f}\Phi + \frac{c(cc - ff}{6f^3}\Phi^3.$$

10. Or EMm eſt l'angle d'incidence du rayon EM ſur le verre & CMO l'angle de réfraction; donc puiſque les ſinus de ces

deux

Digitized by Google

deux angles ſont entr'eux comme n à 1, & que nous venons de trouver

$$\text{ſin } EMm = \frac{c}{f}\left(\Phi - \tfrac{1}{6}\Phi^3\right)$$

nous aurons:

$$\text{ſin } CMO = \frac{c}{nf}\left(\Phi - \tfrac{1}{6}\Phi^3\right)$$

& partant cet angle lui-même ſera

$$CMO = \frac{c}{nf}\Phi + \frac{c(cc - nnff)}{6n^3f^3}\Phi^3.$$

Otons cet angle de l'angle $ECM = \frac{c-f}{f}\Phi + \frac{c(cc-ff)}{6f^3}\Phi^3$,

pour avoir l'angle

$$COM = \frac{(n-1)c-nf}{nf}\Phi + \frac{c((n^3-1)cc-nn(n-1)ff)}{6n^3f^3}\Phi^3.$$

De là le ſinus de cet angle ſe trouvera:

$$\text{ſin } COM = \frac{(n-1)c-nf}{nf}\Phi + \frac{3(n-1)c^3+3(n-1)^2ccf-4n(n-1)cff+nnf^3}{6nnf^3}\Phi^3,$$

& puiſque ſin $COM : CM =$ ſin $CMO : CO$, nous aurons

$$CO = \frac{CM \text{ ſin } CMO}{\text{ſin } COM}, \text{ & par conſéquent:}$$

$$CO = \frac{\frac{c}{n} - \frac{c}{6n}\Phi\Phi}{\frac{(n-1)c-nf}{nf} + \frac{3(n-1)c^3+3(n-1)^2ccf-4n(n-1)cff+nnf^3}{6nnf^3}\Phi\Phi}.$$

11. Or, parceque $\Phi\Phi$ eſt une quantité aſſès petite, cette expreſſion ſe change en cette forme

CO

$$CO = \frac{cf}{(n-1)c-nf} - \frac{cf}{6((n-1)c-nf)}\Phi\Phi - \frac{c(3(n-1)c^3+3(n-1)^2ccf-4n(n-1)cff+nnf^3)}{6nf((n-1)c-nf)^2}\Phi\Phi,$$

& par la réduction en celle-ci:

$$CO = \frac{cf}{(n-1)c-nf} - \frac{(n-1)cc(cc+(n-1)cf-nff)}{2nf((n-1)c-nf)^2}\Phi\Phi, \text{ ou bien}$$

$$CO = \frac{cf}{(n-1)c-nf} - \frac{(n-1)cc(c-f)(c+nf)}{2nf((n-1)(c-nf)^2}\Phi\Phi.$$

Ajoutons y $AC = f$, pour avoir

$$AO = \frac{nf(c-f)}{(n-1)c-nf} - \frac{(n-1)cc(c-f)(c+nf)}{2nf((n-1)c-nf)^2}\Phi\Phi,$$

& l'angle AOM eſt $= \frac{(n-1)c-nf}{nf}\Phi + \frac{c((n^3-1)cc-nn(n-1)ff)}{6n^3f^3}\Phi^3$.

12. Ayant ainſi trouvé le point O avec l'angle AOM, que fait le rayon une fois rompu avec l'axe, nous en déterminerons par une opération ſemblable le point G, où le rayon aprés les deux réfractions rencontrera l'axe.

13. Pour cet effet, poſons la diſtance $DO = e$, & l'angle $DON = \psi$, le demi-diametre de la face ſphérique BM étant $= g$, & nous aurons ſin $\psi = \psi - \frac{1}{6}\psi^3$. Or la réſolution du triangle DON donne: DN : ſin DON $=$ DO : ſin ONn, & partant:

$$\text{ſin } ONn = \frac{e}{g}(\psi - \tfrac{1}{6}\psi^3),$$

d'où nous conclurons l'angle même:

$$ONn = \frac{e}{g}\psi + \frac{e(ee-gg)}{6g^3}\psi^3,$$

Otons

Digitized by Google

Otons en l'angle $DON = \psi$ pour avoir l'angle

$$ODn = \frac{e-g}{g}\psi + \frac{e(ee-gg)}{6g^3}\psi^3.$$

14. Or $ONn = DNM$ eſt l'angle d'incidence à la ſeconde réfraction en N, & GNn l'angle de réfraction; d'où l'on tire

$$\text{ſin } ONn : \text{ſin } GNn = 1 : n, \text{ ou ſin } GNn = n \text{ ſin } ONn,$$

donc: $$\text{ſin } GNn = \frac{ne}{g}(\psi - \tfrac{1}{6}\psi^3,$$

& partant l'angle même:

$$GNn = \frac{ne}{g}\psi + \frac{ne(nnee-gg)}{6g^3}\psi^3.$$

Otons de cet angle l'angle $ODN = \frac{e-g}{g}\psi + \frac{e(ee-gg)}{6g^3}\psi^3$,

& le reſte ſera l'angle

$$DGN = \frac{(n-1)e+g}{g}\psi + \frac{e((n^3-1)ee-(n-1)gg}{6g^3}\psi^2,$$

& ſon ſinus

$$\text{ſin } DGN = \frac{(n-1)e+g}{g}\psi + \frac{3n(n-1)e^3-3(n-1)^2eeg-4(n-1)egg-g^3}{6g^3}\psi^3.$$

15. Enfin le triangle DGN donne $DG = \frac{DN \text{ ſin } GNn}{\text{ſin } DGN}$, ou bien

$$DG = \frac{ne\psi - \frac{1}{6}ne\psi^3}{\frac{(n-1)e-g}{g}\psi + \frac{3n(n-1)e^3-3(n-1)^2eeg-4(n-1)egg-g^3}{6g^3}\psi^3},$$

dont la valeur approchante eſt

$$DG = \frac{neg}{(n-1)e+g} - \frac{neg}{6((n-1)e+g}\psi^2$$

Digitized by Google

$$- \frac{ne(3n(n-1)e^3 - 3(n-1)^2 eeg - 4(n-1)ecg - g^3)}{6g((n-1)e+g)^2}\psi^2,$$

qui se réduit à

$$DG = \frac{neg}{(n-1)e+g} - \frac{n(n-1)ee(e-g)(ne+g)}{2g((n-1)e+g)^2}\psi^2.$$

Otons en $BD = g$ pour avoir

$$BG = \frac{g(e-g)}{(n-1)e+g} - \frac{n(n-1)ee(e-g)(ne+g)}{2g((n-1)e+g)^2}\psi^2,$$

& nous avons déjà trouvé l'angle

$$BGN = \frac{(n-1)e+g}{g}\psi + \frac{e((n^2-1)ee-(n-1)gg)}{6g^3}\psi^3.$$

16. Maintenant, nous n'avons qu'à mettre ici au lieu de e & ψ les valeurs que nous avons trouvées cy-deſſus. Or, puisque $DO = e$, il s'enſuit $BO = e - g$ & $AO = d + e - g$, d'où

$$e = \frac{nf(c-f)}{(n-1)c-nf} + g - d - \frac{(n-1)cc(c-f)(c+nf)}{2nf((n-1)c-nf)^2}\Phi\Phi, \text{ \&}$$

$$\psi = \frac{(n-1)c-nf}{nf}\Phi + \frac{c((n^3-1)cc-3n(n-1)ff)}{6n^3f^3}\Phi^3.$$

Mais poſons pour abréger $e = P - Q\Phi\Phi$, de ſorte que

$$P = \frac{nf(c-f)}{(n-1)c-nf} + g - d \text{ \& } Q = \frac{(n-1)cc(c-f)(c+nf)}{2nf((n-1)c-nf)^2},$$

& ces valeurs ſubſtituées, en négligeant les plus hautes puiſſances de Φ, donneront

$$BG = \frac{g(P-g-Q\Phi\Phi)}{(n-1)P+g-(n-1)Q\Phi\Phi} - \frac{n(n-1)PP(P-g)(nP+g)((n-1)c-nf)^2}{2nnffg((n-1)P+g)^2}\Phi\Phi,$$

& développant le premier nombre:

BG

$$BG = \frac{g\,(P-g)}{(n-1)\,P+g} - \frac{g\,Q}{(n-1)\,P-g}\Phi\Phi + \frac{(n-1)gQ(P-g)}{((n-1)P+g)^2}\Phi\Phi$$
$$- \frac{n\,(n-1)\,PP\,(P-g)\,(nP+g)\,((n-1)\,c-nf)^2}{2\,nnffg\,((n-1)\,P+g)^2}\Phi\Phi,$$

qui se réduit à cette forme:

$$BG = \frac{g\,(P-g)}{(n-1)\,P+g} - \frac{ngg\,Q}{((n-1)\,P+g)^2}\Phi\Phi$$
$$- \frac{n\,(n-1)\,PP\,(P-g)\,(nP+g)\,((n-1)\,c-nf)^2}{2\,nnffg\,((n-1)\,P+g)^2}\Phi\Phi,$$

& n'ayant pas besoin de connoitre l'angle BGN à ce dégré de précision, nous aurons

$$BGN = \frac{((n-1)\,c-nf)\,((n-1)\,P+g)}{nfg}\Phi.$$

17. Posons pour abréger $(n-1)\,c-nf = nh$, & nous aurons

$$P = \frac{f(c-f)+h(g-d)}{h};\quad Q = \frac{(n-1)\,cc\,(c-f)\,(c+h)}{2\,nnfhh},$$

$$P-g = \frac{f(c-f)-dh}{h};\quad (n-1)P+g = \frac{ff+nh\,(f+g)-(n-1)\,dh}{h},$$

$$nP+g = \frac{cf+nfh+(n+1)\,gh-ndh}{h};$$ d'où l'on tirera

$$BG = \frac{fg\,(c-f)-dgh}{ff+nh(f+g)-(n-1)dh} - \frac{(n-1)\,ccgg\,(c-f)\,(c-h)}{2nf\,(ff+nh\,(f+g)-(n-1)\,dh)^2}\Phi\Phi$$
$$- \frac{n\,(n-1)\,(f(c-f)+h(g-d))^2\,(f(c-f)-dh)\,(cf+nfh+(n+1)\,gh-ndh)}{2\,ffg\,(ff+nh\,(f+g-(n-1)\,dh)^2}\Phi\Phi.$$

Au lieu de c nous pouvons aussi introduire la distance $EA = a$, alors ayant $c = a+f$, il devient $(n-1)\,a-f = nh$, &

Digitized by Google

$$BG = \frac{afg - dgh}{(n-1)af+ngh-(n-1)dh} - \frac{(n-1)gg(a+f)^2(a+f-h)}{2nf((n-1)af+ngh-(n-1)dh)^2}\Phi\Phi$$
$$- \frac{n(n-1)(af+h(g-d))^2(af-dh)(naf+(n+1)gh-ndh)}{2ffg((n-1)af+ngh-(n-1)dh)^3}\Phi\Phi.$$

18. Posons l'angle Φ infiniment petit pour avoir dans la premiere figure le point F, où l'image formée par les rayons infiniment proches de l'axe se trouve, & nous aurons $BF = \frac{g(af-dh)}{(n-1)af+ngh-(n-1)dh}$. Mais ayant $nh = (n-1)a-f$, cette valeur étant substituée donnera

$$BF = \frac{nafg + dfg - (n-1)adg}{n(n-1)a(f+g) - nfg + (n-1)df - (n-1)^2ad}.$$

Donc, si la distance $EA = a$ du point lumineux est supposée infinie, BF sera la distance du foyer de ce verre, laquelle sera donc

$$= \frac{nfg - (n-1)dg}{n(n-1)(f+g)-(n-1)^2d} = \frac{g}{n-1} \cdot \frac{nf-(n-1)d}{nf+ng-(n-1)d}.$$

19. Puisque la distance BF peut être regardée comme connue, posons $BF = \alpha$, de sorte que:

$$n(n-1)a\alpha(f+g) - nafg + (n-1)adg - dfg = 0.$$
$$-(n-1)^2a\alpha d \qquad -n\alpha fg + (n-1)\alpha df.$$

Ayant alors pour nos formules trouvées cy-dessus §. 16. $P = \frac{g(\alpha+g)}{g-(n-1)\alpha}$, nous trouverons pour le point G la distance

$$BG = \alpha - \frac{(n-1)a(a+f)^2(a+(n+1)f)(g-(n-1)\alpha)^2}{2nnfgg((n-1)a-f)^2}\Phi\Phi$$
$$- \frac{(n-1)\alpha(\alpha+g)^2(\alpha+(n+1)g)((n-1)a-f)^2}{2nnff(g-(n-1)\alpha)^2}\Phi\Phi,$$

&

Digitized by Google

& l'angle $BGN = \frac{g((n-1)a-f)}{f(g-(n-1)\alpha)}\varphi$, l'angle AEM étant $= \varphi$,

où il faut remarquer que ces formules ne renferment plus l'épaiſſeur du verre $AB = d$, celle-ci étant éliminée par le moyen de l'équation trouvée entre a, α, f, g & d, d'où l'on a

$$d = \frac{naf(g-(n-1)\alpha) - ng\alpha((n-1)a-f)}{((n-1)a-f)(g-(n-1)\alpha)}.$$

20. Or l'équation trouvée entre a, α, f, g & d, ſe réduit à cette forme:

$$((na+n\alpha+d)f-(n-1)a(n\alpha+d))((na+n\alpha+d)g-(n-1)\alpha(na+d)) = nn(n-1)^2 aa\alpha\alpha,$$

qui, à cauſe des facteurs, où les deux quantités f & g ſont ſéparées, eſt fort commode pour trouver ces quantités f & g, les diſtances $AE = a$ & $BF = \alpha$, avec l'épaiſſeur $BA = d$, étant données.

21. Ces formules que je viens de trouver, renferment tout ce qui régarde la Dioptrique des verres ſphériques. Mais je me borne ici principalement à chercher l'eſpace de diffuſion FG, pour en déterminer enſuite la quantité de la confuſion, dont la viſion des objets en les régardant par de tels verres ſera troublée. Mais, pour traiter cette matiere plus diſtinctement, il ſera bon de comprendre tous les articles qu'elle renferme dans les problemes ſuivans.

PROBLEME I.

22. *Tant l'épaiſſeur du verre* AB, *que la diſtance* EA *du point lumineux avant le verre, & la diſtance de l'image principale* BF *derriere le verre étant données, déterminer la ſphéricité des deux faces* PAP *&* PBP *du verre.* Fig. 1.

SOLUTION.

Soit l'épaiſſeur du verre $AB = \alpha$, la diſtance du point lumineux E avant le verre $AE = a$, & que l'image principale, qui eſt

Digitized by Google

celle que forment les rayons, qui paſſent par le milieu du verre, doive tomber au point F, ſa diſtance derriere le verre étant $BF = \alpha$. Conſidérons maintenant le verre comme convexe de ſes deux côtés, & ſoit le demi-diametre de la courbure de la face antérieure $PAP = f$, & de la face poſtérieure $PBP = g$: ce ſont donc ces deux quantités f & g, qu'il faut déterminer. Or, poſant la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction de l'air dans le verre comme $n : 1$, les quantités f & g doivent être telles, que cette équation ſoit remplie:

$$((na + n\alpha + d) f - (n - 1) a (n\alpha + d)) ((na + n\alpha + d) g - (n - 1) \alpha (na + d)) = nn (n - 1)^2 aa\alpha\alpha,$$

d'où l'on voit, que notre probleme eſt indéterminé, & que les deux demi-diametres f & g peuvent être déterminés d'une infinité de manieres différentes. Pour donner donc une ſolution générale poſons:

$$(na + n\alpha + d) f - (n - 1) a (n\alpha + d) = \frac{\mu}{\nu} n (n - 1) a\alpha,$$

$$(na + n\alpha + d) g - (n - 1) \alpha (na + d) = \frac{\nu}{\mu} n (n - 1) a\alpha,$$

d'où nous tirons:

$$f = \frac{(n - 1) a (\mu n\alpha + \nu n\alpha + \nu d)}{\nu (na + n\alpha + d)} = \frac{(n - 1) a ((\mu + \nu) n\alpha + \nu d)}{\nu (n (a + \alpha) + d)},$$

$$g = \frac{(n - 1) \alpha (\nu na + \mu na + \mu d)}{\mu (na + n\alpha + d)} = \frac{(n - 1) \alpha ((\mu + \nu) na + \mu d)}{\mu (n (a + \alpha) + d)},$$

& puiſqu'on peut prendre à volonté les nombres μ & ν, ces formules fourniſſent une infinité de verres, qui ſatisferont à la queſtion.

Corollaire.

23. Puisqu'il s'agit ici uniquement du rapport des nombres μ & ν, qui eſt arbitraire, rien n'empêche, que nous ne puiſſions poſer $\mu + \nu = 1$, & les déterminations des rayons de courbure f & g deviendront plus ſimples:

$$f =$$

Digitized by Google

$$f = \frac{(n-1)\,a\,(n\alpha+\nu d)}{\nu\,(n(a+\alpha)+d)} \;\&\; g = \frac{(n-1)\,\alpha\,(na+\mu d)}{\mu\,(n(a+\alpha)+d)}.$$

PROBLEME II.

24. *Ayant trouvé par le probleme précédent tous les verres poſſibles, dont l'épaiſſeur eſt* AB $=$ d, *qui repréſentent le point lumineux* E *par les rayons qui paſſent par le milieu du verre au point* F, *ſi l'on donne au verre une certaine ouverture* MM, *trouver l'eſpace de diffuſion de l'image* FG.

SOLUTION.

Poſant les diſtances AE $=$ a, BF $=$ α, les rayons de courbure des deux faces du verre PAP, PBP doivent être tels, qu'il ſoit

$$f = \frac{(n-1)\,a\,(n\alpha+\nu d)}{\nu\,(n(a+\alpha)+d)} \;\&\; g = \frac{(n-1)\,\alpha\,(na+\mu d)}{\mu\,(n(a+\alpha)+d)},$$

prenant pour μ & ν des nombres quelconques qu'il ſoit $\mu + \nu = 1$, ſoit maintenant le demi-diametre de l'ouverture du verre AM $=$ x, & poſant l'angle AEM $=$ Φ, nous aurons $x = a\Phi$, ou $\Phi = \frac{x}{a}$.

Or, ſubſtituant pour f & g les valeurs trouvées, à cauſe de

$$a+f = \frac{na\,(n\alpha+\nu a-\mu a+\nu d)}{\nu\,(n(a+\alpha)+d)};\; a+g = \frac{n\alpha\,(na+\mu\alpha-\nu a+\mu d)}{\mu\,(n(a+\alpha)+d)},$$

$$a+(n+1)f = \frac{na\,(nn\alpha+\nu a-\mu\alpha+n\nu d)}{\nu\,(n(a+\alpha)+d)};\; \alpha+(n+1)\,g = \frac{n\alpha\,(nna+\mu\alpha-\nu a+n\mu d)}{\mu\,(n(a+\alpha)+d)},$$

$$(n-1)a-f = \frac{n(n-1)\,a\,(\nu a-\mu\alpha)}{\nu(n(a+\alpha)+d)};\; g-(n-1)\alpha = \frac{n(n-1)\,\alpha\,(\nu a-\mu\alpha)}{\mu(n(a+\alpha)+d)},$$

nous obtiendrons :

$$BG = \alpha - \frac{na\,(n\alpha+\nu a-\mu\alpha+\nu d)^2\,(nn\alpha+\nu a-\mu\alpha+n\nu d)}{2(n-1)^2\,(n\alpha+\nu d)\,(na+\mu d)^2}\,\Phi\Phi$$

—

$$-\frac{n\alpha(n\alpha+\mu\alpha-\nu\alpha+\mu\delta)^2\,(nn\alpha+\mu\alpha-\nu\alpha+n\mu\delta)}{2\,(n-1)^2\,(n\alpha+\mu\delta)\,(n\alpha+\nu\delta)^2}\,\Phi\Phi,$$

qui étant plus petit, le point G tombera plus près du verre que le point F, & l'intervalle de diffusion sera:

$$FG=\frac{+n\alpha(n\alpha+\nu\delta)(n\alpha+\nu\alpha-\mu\alpha+\nu\delta)^2\,(nn\alpha+\nu\alpha-\mu\alpha+n\nu\delta)}{+n\alpha(n\alpha+\mu\delta)(n\alpha+\mu\alpha-\nu\alpha+\mu\delta)^2\,(nn\alpha+\mu\alpha-\nu\alpha+n\mu\delta)}\,\Phi\Phi.$$

$$2\,(n-1)^2\,(n\alpha+\mu\delta)^2\,(n\alpha+\nu\delta)$$

Corollaire 1.

25. Puisque $\Phi=\frac{x}{a}$, l'espace de diffusion sera

$$FG=\frac{+n\alpha(n\alpha+\nu\delta)(n\alpha+\nu\alpha-\mu\alpha+\nu\delta)^2\,(nn\alpha+\nu\alpha-\mu\alpha+n\nu\delta)}{+n\alpha(n\alpha+\mu\delta)(n\alpha+\mu\alpha-\nu\alpha+\mu\delta)^2\,(nn\alpha+\mu\alpha-\nu\alpha+n\mu\delta)}\cdot\frac{xx}{aa},$$

$$2\,(n-1)^2\,(n\alpha+\mu\delta)^2\,(n\alpha+\nu\delta)^2$$

il est donc proportionnel au quarré du demi-diametre de l'ouverture du verre; & partant à l'ouverture même.

Corollaire 2.

26. Si l'épaisseur du verre est si petite, qu'on la peut négliger sans une erreur sensible, il faut prendre

$$f=\frac{(n-1)\,a\alpha}{\nu\,(\alpha+\alpha)}\ \&\ g=\frac{(n-1)\,a\alpha}{\mu\,(\alpha+\alpha)},$$

& l'espace de diffusion sera

$$FG=\frac{(n\alpha+\nu\alpha-\mu\alpha)^2\cdot(nn\alpha+\nu\alpha-\mu\alpha)+(n\alpha+\mu\alpha-\nu\alpha)^2\,(nn\alpha+\mu\alpha-\nu\alpha)}{2\,nn\,(n-1)^2\,a\alpha}\cdot\frac{xx}{aa},$$

prenant μ & ν en sorte qu'il soit $\mu+\nu=1$.

Corollaire 3.

26. Pour réduire cette formule, posons $\nu\alpha-\mu\alpha=t$, pour avoir:

FG

Digitized by Google

$$FG = \frac{(n\alpha + t)^2 (nn\alpha + t) + (n\alpha - t)^2 (nn\alpha - t)}{2nn(n-1)^2 \alpha\alpha} \cdot \frac{xx}{aa},$$

qui ſe réduit à cette forme:

$$FG = \frac{(a+\alpha)xx}{2n(n-1)^2 a^3 \alpha}(n^3(a\alpha - a\alpha + \alpha\alpha) - n(2n+1)(a-\alpha)t + (n+2)tt),$$

& enſuite à celle-ci

$$FG = \frac{(a+\alpha)xx}{2n(n-1)^2 a^3 \alpha}\begin{cases} +aa(n^3 - n(2n+1)\nu + (n+2)ww) \\ -a\alpha(n^3 - n(2n+1) + 2(n+2)\mu\nu) \\ +\alpha\alpha(n^3 - n(2n+1)\mu + (n+2)\mu\mu). \end{cases}$$

COROLLAIRE 4.

28. Enfin en général, quoique l'épaiſſeur du verre ne ſoit pas évanouiſſante, nous pourrons déterminer l'angle BGN, qui eſt trouvé cy-deſſus $= \frac{g((n-1)a - f)}{f(g - (n-1)\alpha)} - \Phi$. Il ſera donc, après avoir ſubſtitué les valeurs aſſignées pour f & g:

$$BGN = \frac{n\alpha + \mu d}{n\alpha + \nu d}, \frac{x}{a},$$

& au cas de $d = 0$, on aura $BGN = \frac{x}{\alpha}$.

PROBLEME III.

29. *L'épaiſſeur du verre étant négligée, déterminer entre tous les verres* PP, *qui repréſentent le point lumineux* E, *dans le même point* F, *celui, qui produit le moindre eſpace de diffuſion* FG.

SOLUTION.

Poſant les diſtances $AE = a$, & $BF = \alpha$, les rayons des deux faces du verre doivent être pris tels, qu'il ſoit:

$$f = \frac{(n-1)a\alpha}{\nu(a+\alpha)} \quad \& \quad g = \frac{(n-1)a\alpha}{\mu(a+\alpha)},$$

Digitized by Google

où les nombres μ & ν ſont arbitraires pourvu qu'il ſoit $\mu + \nu = 1$. Il s'agit donc de trouver les valeurs de ces deux nombres, afin que l'eſpace de diffuſion FO devienne le plus petit, pendant qu'on donne au verre la même ouverture. Soit donc le demi-diametre de l'ouverture $AM = x$, & poſant $\nu a - \mu\alpha = t$, l'eſpace de diffuſion eſt trouvé:

$$FG = \frac{(a+\alpha)xx}{2n(n-1)^2a^3\alpha}\left(n^3(aa-a\alpha+\alpha\alpha)-n(2n+1)(a-\alpha)t+(n+2)tt\right),$$

où la ſeule quantité t renferme les nombres μ & ν. Cherchons donc la valeur de t, pour que cette expreſſion $n^3(aa - a\alpha + \alpha\alpha) - n(2n+1)(a-\alpha)t + (n+2)tt$, devienne la plus petite, cequi arrive en prenant $t = \frac{n(2n+1)(a-\alpha)}{2(n+2)}$: & alors cette quantité ſera

$$n^3(aa - a\alpha + \alpha\alpha) - \frac{nn(2n+1)^2(a-\alpha)^2}{4(n+2)},$$

qui ſe réduit à

$$\frac{nn}{4(n+2)}\left((4n-1)aa+2(2nn+1)a\alpha+(4n-1)\alpha\alpha\right),$$

ou bien à cette forme

$$\frac{nn}{4(n+2)}\left((4n-1)(a+\alpha)^2+4(n-1)^2a\alpha\right).$$

Donc le plus petit eſpace de diffuſion ſera

$$FG = \frac{n(a+\alpha)xx}{8(n+2)(n-1)^2a^3\alpha}\left((4n-1)(a+\alpha)^2+4(n-1)^2a\alpha\right).$$

Or, pour trouver les nombres μ & ν, puiſque $t = \nu a - \mu\alpha$, nous aurons:

$$n(2n+1)a - n(2n+1)\alpha = 2(n+2)\nu a - 2(n+2)\mu\alpha.$$

Mais, à cauſe de $\nu = 1 - \mu$, il s'enſuit

$$\mu =$$

Digitized by Google

$$\mu = \frac{n(2n+1)\,a + (4+n-2nn)\,\alpha}{2(1-2(n+2)(a+\alpha)} \quad \&$$

$$\nu = \frac{n(2n+1)\,a + (4+n-2nn)\,\alpha}{2(n+2)(a+\alpha)},$$

& de là les rayons des deux faces du verre ſeront

$$f = \frac{2(n-1)(n+2)\,a\alpha}{n(2n+1)\,a + (4+n-2nn)\,\alpha},$$

$$g = \frac{2(n-1)(n+2)\,a\alpha}{n(2n+1)\,\alpha + (4+n-2nn)\,a}.$$

COROLLAIRE 1.

30. Si la diſtance du point lumineux E eſt infinie, pour avoir le moindre eſpace de diffuſion, il faut prendre

$$f = \frac{2(n-1)(n+2)\,\alpha}{n(2n+1)} \quad \& \quad g = \frac{2(n-1)(n+2)\,\alpha}{4+n-2nn},$$

& partant le rapport des rayons des deux faces du verre ſera

$$f : g = 4 + n - 2nn : n(2n+1),$$

& l'eſpace de diffuſion ſera alors $= \frac{n(4n-1)}{8(n+2)(n-1)^2} \cdot \frac{xx}{\alpha}$.

COROLLAIRE 2.

31. Si nous ſuppoſons avec M. Huygens la raiſon de réfraction de l'air dans le verre $n : 1$ comme $3 : 2$, nous aurons comme lui pour le cas, où le point lumineux eſt éloigné à l'infini, $f : g = 1 : 6$. Mais, puisqu'il eſt plus exactement $n : 1 = 31 : 20$, le rapport entre f & g ſera $f : g = 146 : 1271 = 1 : 8\frac{103}{146}$.

SCHOLION.

32. Ayant déterminé les verres qu'il faut emploier, pour que le point lumineux E, dont la diſtance au verre eſt $EA = a$, ſoit repréſenté à la diſtance $BF = \alpha$, en négligeant l'épaiſſeur du

Digitized by Google

verre, le §. 18 nous fournit cette égalité $\alpha = \frac{afg}{(n-1)a(f+g)-fg}$. Donc, en posant la distance de l'objet EA $= a$ infinie, la distance du foyer de ces verres sera $= \frac{fg}{(n-1)(f+g)}$: or les rayons des faces f & g, doivent être tellement déterminés par les distances données a & α, qu'il soit $(n-1)a\alpha(f+g) = (a+\alpha)fg$, de sorte que $\frac{fg}{f+g} = \frac{(n-1)a\alpha}{a+\alpha}$. Par conséquent la distance de foyer de ces verres sera $= \frac{a\alpha}{a+\alpha}$, ou pour que le point lumineux E soit représenté en F, il faut employer un verre dont la distance de foyer soit $= \frac{a\alpha}{a+\alpha}$. Donc, si nous posons la distance de foyer $= p$, nous aurons $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$, ou $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$: & la distance de foyer du verre PP étant $= p$, si le point lumineux E se trouve devant le verre à la distance AE $= a$, son image sera présentée derriere le verre en F, à la distance BF $= \frac{ap}{a+p}$. Ensuite, pour que la distance de foyer du verre devienne $= p$, les rayons de ses faces doivent être pris en sorte qu'il soit $f = \frac{(n-1)p}{\nu}$ & $g = \frac{(n-1)p}{\mu}$, prenant $\mu + \nu = 1$, & alors l'espace de diffusion produit par le verre, dont le demi-diametre de l'ouverture est AM $= x$, sera

Digitized by Google

$$FG = \frac{xx}{p} \cdot \frac{1}{2n(n-1)^2 aa} \begin{cases} +\alpha\alpha(n^3 - n(2n+1)\nu + (n+2)\nu\nu) \\ -a\alpha(n^3 - n(2n+1) + (n+2)\mu\nu) \\ +aa(n^3 - n(2n+1)\mu + (n+2)\mu\mu). \end{cases}$$

Et si l'on prend:

$$\mu = \frac{n(2n+1)\alpha + (4+n-2nn)a}{2(n+2)(a+\alpha)} \text{ \& } \nu = \frac{n(2n+1)a + (4+n-2nn)\alpha}{2(n+2)(a+\alpha)}$$

pour avoir le plus petit espace de diffusion, cet espace sera alors

$$FG = \frac{xx}{p} \cdot \frac{n}{8(n+2)(n-1)^2 aa} ((4n-1)(a+\alpha)^2 + 4(n-1)^2 a\alpha,$$

d'où l'on voit que cet espace FG, soit qu'il soit le plus petit ou non, est toujours un multiple de $\frac{xx}{p}$: & partant, pour abréger, dans la suite je poserai $FG = \frac{xx}{p} A$. De même maniere, si l'on employe un autre verre, dont la distance de foyer soit $= q$, la distance du point lumineux devant lui $= b$, celle de l'image présentée derriere lui $= \mathfrak{b}$, de sorte que $q = \frac{b\mathfrak{b}}{b+\mathfrak{b}}$, & que le demi-diametre de l'ouverture soit $= y$, je marquerai l'espace de diffusion par $\frac{yy}{q} . B$: où B dépend de la même maniere des distances b & $\mathfrak{b}$ & des faces du verres, comme il a été enseigné par rapport à A.

PROBLEME IV.

33. *L'espace de diffusion* FG *étant donné, lorsqu'un oeil regarde l'image répandue par cet espace à une distance* FO, *où il voit distinctement les objets, déterminer la confusion dont la vision sera troublée.* Fig. 3.

SOLUTION.

Soit l'eſpace de diffuſion $FG = s$, & F le point où l'image formée par les rayons, qui paſſent par le milieu de quelque verre, ſera repréſentée, & G le lieu de l'image formée par les rayons qui paſſent par les bords du verre, & qui coupent l'axe GO ſous un certain angle, qui ſoit $= \omega$. — Que l'oeil ſe trouve maintenant en O, & ſoit la diſtance $OF = l$, à laquelle l'oeil voit diſtinctement les objets: or nous pouvons regarder l'oeil comme une petite chambre obſcure, formée d'un petit verre convexe oOo, dont la diſtance de foyer ſoit $= v$. — L'image F ſera donc repréſentée en f, de ſorte que $Of = \frac{lv}{l - v}$; mais l'image G renvoyant dans l'oeil les rayons Go, Go, ſuppoſé que la pupille ſoit aſſès large pour les recevoir, l'intervalle Oo ſera $= (l + s)\,\omega$, & l'image G ſera repréſentée en g, de ſorte que $Og = \frac{(l+s)v}{l+s-v}$, & partant $fg = \frac{svv}{(l-v)(l+s-v)}$. Donc, ſi la rétine ſe trouvoit en f, l'image de Gy ſeroit repréſentée par un cercle dont le rayon $f\Phi = \frac{Oo.\ fg}{OG} = \frac{s\omega v}{l-v}$. Mais, ſi la rétine étoit entre les points f & g, ce rayon $f\Phi$ deviendroit plus petit, & évanouïroit même, ſi elle étoit en g; mais alors des images moyennes entre F & Gy ſeroient exprimées par des cercles, & en cherchant le point entre f & g, où la rétine recevroit le moindre cercle, on trouve que le rayon de ce cercle ſera $= \frac{s\omega v}{4l}$, où je néglige v par rapport à la diſtance l. Poſant donc $v = 1$ pouce, le rayon de ce cercle ſera $= \frac{s\omega}{4l}$ pouce. Nous pourrons donc prendre le rayon de ce cercle pour la juſte meſure de la confuſion qui réſulte de l'eſpace de diffuſion $FG = s$, avec l'obliquité des rayons qui forment le

Digitized by Google

le point G, laquelle eſt ſuppoſée $= \omega$. Or on ſuppoſe communément la diſtance l infiniment grande, ce que je ferai auſſi dans la ſuite pour la commodité du calcul; mais de là il ne faut pas conclure, que la quantité de la confuſion $\frac{s\omega}{4l}$ ſe réduiſe à rien, car nous verrons bientôt, que dans ce cas la quantité s devient auſſi infiniment grande, de ſorte que $\frac{s\omega}{4l}$, ne laiſſe pas d'être une quantité finie.

COROLLAIRE.

34. Si l'ouverture de la pupille étoit moindre que la baſe du cone lumineux $o\,G\,o$, il n'y entreroit aucun rayon du point G, & la confuſion ſeroit cauſée par les points de l'eſpace FG, plus proches du point F; la confuſion ſeroit donc alors moindre.

PROBLEME V.

35. *Si l'on regarde par un ſeul verre* PP *un objet* E, *déterminer la confuſion cauſée par l'ouverture du verre.*

SOLUTION.

Soit la diſtance de foyer du verre PP $= p$, le rayon de ſa face antérieure PAP $= f$, de la poſtérieure PBP $= g$, & prenant $n = \frac{31}{20}$, & les nombres μ & ν à volonté, qu'il ſoit $\mu + \nu = 1$, on doit prendre en négligeant l'épaiſſeur du verre $f = \frac{(n-1)p}{\nu} = \frac{11p}{20\nu}$ & $g = \frac{(n-1)p}{\mu} = \frac{11p}{20\mu}$. Soit maintenant la diſtance de l'objet AE $= a$, & que ſon image formée par les rayons qui paſſent par le milieu du verre, tombe en F, poſant la diſtance BF $= \alpha$, & on aura $\alpha = \frac{ap}{a-p}$. Mais, en quelque point de l'axe O que l'oeil ſe trouve, il faut que la diſtance OF ſoit infinie, & partant $\alpha =$

Digitized by Google

$\alpha = \omega$ & $a = p$, dont la distance de l'objet $EA = a$ doit être égale à la distance de foyer du verre p. Posons à présent le demi-diametre de l'ouverture du verre $AM = x$, & mettons pour abréger

$$\frac{n^3 - n(2n+1)\mu + (n+2)\mu\mu}{2n(n-1)^2} = M,$$

$$\frac{n^3 - n(2n+1)\nu + (n+2)\nu\nu}{2n(n-1)^2} = N,$$

$$\frac{n^3 - n(2n+1) + 2(n+2)\mu\nu}{2n(n-1)^2} = L,$$

l'espace de diffusion sera:

$$FG = \frac{xx}{p} \cdot \frac{1}{aa}(Naa - La\alpha + M\alpha\alpha),$$

ou à cause de $\alpha = \omega$, nous aurons $FG = s = \frac{xx}{p} \cdot \frac{M\alpha\alpha}{aa}$; ensuite l'angle de l'obliquité des rayons au point G étant $= \frac{x}{\alpha} = \omega$, & la distance BO finie, on aura $l = -\alpha$, ou $l = \alpha$, puisque le signe ne fait rien dans la mesure de la confusion $\frac{s\omega}{4l}$, la confusion sera $= \frac{x^3}{p} \cdot \frac{M}{4aa}$, & à cause de $a = p$, elle sera $= \frac{1}{4} M. \frac{x^3}{p^3}$.

Corollaire 1.

36. C'est le cas des microscopes simples: & l'on voit, que pour que la confusion devienne également insensible, les verres étant semblables, il faut que les demi-diametres de leurs ouvertures soient proportionnels à leurs distances de foyer.

Corollaire 2.

37. Puisque $n = \frac{31}{20} = 1,55$, nous aurons:

$M =$

Digitized by Google

$$M = 3,971075 - 6,776960\,\mu + 3,785658\,\mu\mu,$$
$$N = 3,971075 - 6,776860\,\nu + 3,785658\,\nu\nu,$$
$$L = 3,971075 - 6,776860 + 7,571316\,\mu\nu.$$

Donc, si le verre eſt plano-convexe, & qu'il tourne ſa face plane vers l'objet, on aura $\nu = 0$, $\mu = 1$, donc $M = 0,979873$, & la confuſion $= 0,244968 \cdot \frac{x^3}{p^3}$. Mais, s'il tournoit ſa convexité vers l'objet, à cauſe de $\mu = 0$ & $\nu = 1$, il ſeroit $M = 3,971075$, & la confuſion $= 0,992769 \cdot \frac{x^3}{p^3}$, ſeroit plus de 4 fois plus grande que dans le cas précédent.

Corollaire 3.

38. Si l'on faiſoit le verre également convexe de part & d'autre, ce qui arrive en prenant $\mu = \nu = \frac{1}{2}$, on auroit $M = 1,529064$, & la confuſion ſeroit $= 0,382266 \cdot \frac{x^3}{p^3}$; elle tiendroit donc un certain milieu entre les deux cas précédens, & ſeroit à la premiere confuſion comme 3 à 2 à peu près.

Corollaire 4.

39. Mais, pour que la confuſion devienne la plus petite pour la même ouverture du verre, il faut prendre $\mu = \frac{n\,(2n+1)}{2\,(n+2)}$. $= 0,895070$ & $\nu = 0,104930$, d'où réſulte $M = 0,938192$, & la plus petite confuſion ſera $= 0,234548 \cdot \frac{x^3}{p^3}$.

PROBLEME VI.

40. *L'eſpace de diffuſion* FG *avec l'obliquité des rayons en* G *étant donné, cauſé par un verre quelconque, s'il ſe trouve en* B *un autre* Fig. 4.

ere verre QBQ, *trouver l'eſpace de diffuſion* Hh, *que cet autre verre produira.*

SOLUTION.

Soit l'eſpace de diffuſion $FG = s$, & l'obliquité des rayons en G, ou l'angle $BGM = \omega$, enſuite la diſtance $BF = b$, par rapport à laquelle l'eſpace $FG = s$ peut être conſidéré comme fort petit: ſoit de plus la diſtance de foyer du verre $QQ = q$, & l'image du point F ſera repréſentée en H, enſorte que $bH = \frac{bq}{b-q}$, qui ſoit $= \mathfrak{E}$, & partant $q = \frac{b\mathfrak{E}}{b+\mathfrak{E}}$. C'eſt donc de ces deux diſtances b & $\mathfrak{E}$, que le verre peut être déterminé d'une infinité de manieres, comme je l'ai fait voir cy-deſſus. Maintenant, ſi le point G jettoit des rayons qui paſſaſſent par le milieu du verre, ils préſenteroient ſon image en η, de ſorte que $H\eta = \frac{\mathfrak{E}\mathfrak{E}}{bb} \cdot s$; mais les rayons qui partent du point G, étant obliques, paſſeront par le verre au point M, de ſorte que $BM = b\omega$, ce qui tient lieu du demi-diametre de l'ouverture du verre: & à cauſe de cela l'image du point ſera repréſentée en h, & on aura:

$$\eta h = \frac{bb\omega\omega}{q} \cdot \frac{1}{bb} (Nbb - \mathfrak{L}b\mathfrak{E} + M\mathfrak{E}\mathfrak{E}),$$

& l'obliquité des rayons en h ſera $= \frac{b\omega}{\mathfrak{E}}$. Donc l'eſpace de diffuſion tout entier ſera:

$$Hh = \frac{\mathfrak{E}\mathfrak{E}}{bb} \cdot FG + \frac{\omega\omega}{q} (Nbb - \mathfrak{L}b\mathfrak{E} + M\mathfrak{E}\mathfrak{E}).$$

COROLLAIRE.

41. Si un oeil placé en O regardoit cette image diffuſe Hh; premierement il faudroit que la diſtance $bH = \mathfrak{E}$ fut infinie, & enſuite la quantité de confuſion ſeroit

$l\omega$

Digitized by Google

$\frac{b\omega}{\mathfrak{G}} . Hh . \frac{1}{4l} = \frac{b\omega}{4\mathfrak{G}^3} . Hh$, à cauſe de $l = \mathfrak{G}$.

Cette confuſion ſeroit donc, puisque $\mathfrak{G} = \omega$,

$$\frac{\omega}{4b} . FG + \frac{b\omega^3}{4q} . M = \frac{\omega}{4b} , FG + \tfrac{1}{4} M . \frac{b\omega^3}{q} .$$

PROBLEME VII.

42. *Si l'on regarde par deux verres* PP & QQ, *placés ſur le même axe à la diſtance* AB, *un objet* E, *déterminer la confuſion qui ſera cauſée par l'ouverture des verres,*

SOLUTION.

Que les rayons, qui paſſent par le milieu des verres, préſentent l'objet par le premier verre PP en F, & enſuite par le ſecond verre en G. Qu'on poſe les diſtances:

$EA = a$, $AF = \alpha$, $FB = b$, & $BG = \mathfrak{G}$, donc $AB = \alpha + b$, ſoit de plus la diſtance de foyer du verre $PP = p$, & du verre $QQ = q$, & on aura $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ & $q = \frac{b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}$. Poſons outre cela le demi-diametre de l'ouverture du verre $PP = x$, & du verre $QQ = \eta$: ſuppoſons maintenant que les faces des verres ſoient déterminées des diſtances a, α & b, $\mathfrak{G}$, par les nombres μ & ν, comme il eſt enſeigné cy-deſſus; & le verre PP produira l'eſpace de diffuſion:

$$Ff = \frac{xx}{aap} (Naa - \mathfrak{L}a\alpha + M\alpha\alpha),$$

& l'obliquité des rayons en f ſera $= \frac{x}{\alpha}$. Maintenant, par le probleme précédent, le ſecond verre QQ produira l'eſpace de diffuſion

$$Gg = \frac{\mathfrak{G}^3}{bb} . Ff + \frac{xx}{\alpha\alpha q} (N'bb - \mathfrak{L}'b\mathfrak{G} + M'\mathfrak{G}^3),$$

Digitized by Google

à cauſe de $\omega = \frac{x}{a}$, pourvu qu'il ſoit $\eta > \frac{bx}{a}$. J'ajoute ici aux lettres N, L, M de petites barres, pour les diſtinguer de celles qui conviennent au verre PP: car, puisque les nombres μ & ν peuvent être différens dans les deux verres, cette diſtinction eſt néceſſaire.

Maintenant, pour que l'oeil placé en O regarde ſon objet comme éloigné à l'infini, il faut qu'il ſoit $\beta = \infty$, & alors la confuſion ſera $= \frac{bx}{4\alpha\beta\beta} \cdot Gg = \frac{x}{4ab} \cdot Ff + \frac{1}{4} M' \cdot \frac{bx^3}{a^3 q}$,

où il faut remarquer qu'à cauſe de $\beta = \infty$, il y a $b = q$.

Donc la quantité de confuſion cherchée eſt:

$$\frac{x^3}{4aa\alpha bp} (Naa - \mathfrak{L}a\alpha + M\alpha\alpha) + \frac{1}{4} M' \cdot \frac{x^3}{a^3},$$ ou bien

$$\frac{x^3}{4\alpha} \left(\frac{Naa - \mathfrak{L}a\alpha + M\alpha\alpha}{aabp} + \frac{M'}{\alpha\alpha} \right).$$

Corollaire I.

43. Si les verres ont la forme qui leur convient, pour que chacun produiſe le moindre eſpace de diffuſion, il faut en ſubſtituant pour n ſa valeur $\frac{3}{2}\frac{1}{6}$, qu'il ſoit

pour le verre PP le rayon de ſa face

antérieure $= \frac{aa}{1,62740\ a + 0,19078\ \alpha}$, & de la

poſtérieure $= \frac{aa}{1,62740\ \alpha + 0,19078\ a}$;

pour le verre QQ le rayon de ſa face

antérieure $= \frac{b\mathfrak{C}}{1,62740\ b + 0,19078\ \mathfrak{C}}$, & de la

Digitized by Google

postérieure $= \frac{b\beta}{1,62740\,\beta + 0,19078\,b}$.

COROLLAIRE 2.

44. Or, donnant aux verres cette forme qui leur est la plus propre, l'espace de diffusion produit par le verre PP est

$$Ff = \frac{xx}{aap}\,(0,93819\,(a+\alpha)^2 + 0,21831\,a\alpha), \text{ ou bien}$$

$$Ff = \frac{xx}{aap}\cdot 0,93819\,((a+\alpha)^2 + 0,23269\,a\alpha).$$

Nous n'aurons donc qu'à mettre au lieu de $Naa - \mathfrak{L}a\alpha + M\alpha\alpha$ cette valeur $0,93819\,((a+\alpha)^2 + 0,23269\,a\alpha)$, de sorte que:

$$M = N = 0,93819 \quad \& \quad \mathfrak{L} = 2,09469.$$

COROLLAIRE 3.

45. Dans notre cas donc la confusion sera

$$\frac{0,23455\,x^3}{\alpha}\left(\frac{(a+\alpha)^2 + 0.23269\,a\alpha}{aabp} + \frac{1}{\alpha\alpha}\right),$$

quand on donne aux deux verres la figure marquée, qui produit le moindre espace de diffusion. Et alors la confusion causée dans la vision sera aussi la plus petite.

COROLLAIRE 4.

46. En général donc, si un verre QQ, dont la distance de foyer est $= q$, représente un objet qui se trouve devant lui à la distance $= b$, à une distance derriere lui qui est $= \mathfrak{C}$, de sorte que $q = \frac{b\mathfrak{C}}{b+\mathfrak{C}}$, & que les faces du verre soient prises comme dans le coroll. 3. le demi-diametre de son ouverture étant $= \eta$, l'espace de diffusion sera:

$\frac{0,93819\ \eta\eta}{bbq}((b+\beta)^2+0,23269\ b\beta)$.

SCHOLIE.

47. Puisque je ne conſidérerai dans la ſuite que des verres qui produiſent déjà le moindre eſpace de diffuſion, ces deux nombres 0,93819 & 0,23269 ſe rencontreront toujours, je mettrai pour abréger μ pour le premier, & ν pour l'autre, n'ayant plus beſoin de ces deux lettres pour marquer généralement les faces des verres. Ainſi, dans le cas du dernier corollaire, l'eſpace de diffuſion ſera $=$ $\frac{\mu\eta\eta}{bbq}((b+\mathfrak{G})^2+\nu b\mathfrak{G})$, poſant toujours $\mu=0,93819$ & $\nu=0,23269$: pourvu que les faces de ce verre ſoient formées ſuivant les formules données (43).

PROBLEME VIII.

Planche VI. Fig. 6.

48. *Si l'on regarde un objet* E *par trois verres* PP, QQ & RR, *rangés ſur le même axe, déterminer la confuſion cauſée par leur ouverture.*

SOLUTION.

Que les rayons qui paſſent par le milieu des verres, repréſentent ſucceſſivement l'image de l'objet en F, G & H, & qu'on nomme les diſtances:

$EA=a$, $AF=\alpha$; $FB=b$; $BG=\mathfrak{G}$; $GC=c$; & $CH=\gamma$;

& les diſtances des verres ſeront $AB=\alpha+b$ & $BC=\mathfrak{G}+c$. Soient auſſi p, q, r les diſtances de foyers des trois verres, & on aura

$$p=\frac{a\alpha}{a+\alpha};\quad q=\frac{b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}};\quad r=\frac{c\gamma}{c+\gamma}.$$

Je ſuppoſe de plus ces verres formés en ſorte, que poſant pour abréger les nombres

$1,62740=\sigma$ & $0,19078=\tau$,

les

les rayons des faces ſoyent:

Rayon de la face	Pour le verre P P	Pour le verre Q Q	Pour le verre R R
antérieure =	$\frac{aa}{\sigma a + \tau a}$	$\frac{b\mathfrak{E}}{\sigma b + \tau \mathfrak{E}}$	$\frac{c\gamma}{\sigma c + \tau \gamma}$
poſtérieure =	$\frac{aa}{\sigma a + \tau a}$	$\frac{b\mathfrak{E}}{\sigma \mathfrak{E} - \tau b}$	$\frac{c\gamma}{\sigma \gamma + \tau c}$

Cela poſé, ſoit le demi-diametre de l'ouverture du verre P P $= x$, & l'eſpace de diffuſion cauſé par le premier verre ſera: $Ff = \frac{\mu x x}{aap}((a + \alpha)^2 + \nu a\alpha)$, & l'obliquité des rayons en $f = \frac{x}{a}$. De là il s'enſuit que l'eſpace de diffuſion produit par le ſecond verre Q Q ſera

$$Gg = \frac{\mathfrak{E}\mathfrak{E}}{bb} \cdot Ff + \frac{\mu x x}{aaq}((b + \mathfrak{E})^2 + \nu b\mathfrak{E}),$$

& l'obliquité des rayons en $g = \frac{bx}{a\mathfrak{E}}$ De la même maniere nous conclurons l'eſpace de diffuſion produit par le troiſieme verre R R,

$$Hh = \frac{\gamma\gamma}{cc} \cdot Gg + \frac{\mu bbxx}{aa\mathfrak{E}\mathfrak{E}\nu}((c + \gamma)^2 + \nu c\gamma).$$

Maintenant pour procurer à l'oeil placé en O une viſion juſte il faut qu'il ſoit $\gamma = s$ & $l = s$, d'où la confuſion cauſée dans la viſion ſera $= \frac{bcx}{4a\mathfrak{E}\gamma\gamma} \cdot Hh$. Or, ſubſtituant les valeurs de Gg & Ff, nous aurons

$$Hh = \frac{\mu\beta\beta\gamma\gamma xx}{aabbccp}((a+\alpha)^2 + \nu a\alpha) + \frac{\mu\gamma\gamma xx}{aaccq}((b + \mathfrak{E})^2 + \nu b\mathfrak{E}) + \frac{\mu bbxx}{aa\beta\beta r}((c + \gamma)^2 + \nu c\gamma),$$

d'où

Digitized by Google

d'où l'on obtient à cauſe de $\gamma = \varsigma$ la confuſion cherchée

$$\frac{\mu bcx^3}{4\alpha\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon\varepsilon(a+\alpha)^2+\nu n\alpha}{aabbccp}+\frac{(b+\varepsilon)^2+\nu\beta\varepsilon}{\alpha\alpha ccq}+\frac{bb}{aa\beta\beta r}\right),$$

mais il faut pour cela qu'il ſoit:

le demi-diametre de l'ouverture $\begin{cases} \text{du verre QQ} > \frac{bx}{a}, \\ \text{du verre RR} > \frac{bcx}{a\beta}, \end{cases}$

puisque, ſans cette condition, les rayons qui paſſent par les bords du premier verre PP, ne ſeroient pas transmis par les deux autres verres.

Corollaire 1.

49. S'il n'y avoit que les deux verres PP & QQ, nous avons trouvé dans le probleme précédent, que la confuſion ſeroit

$$\frac{\mu bx^3}{4\alpha}\left(\frac{(a+\alpha)^2+\nu n\alpha}{aabbp}+\frac{1}{\alpha\alpha q}\right),$$

& cette forme peut mieux être comparée avec celle que nous venons de trouver pour trois verres, & que nous trouverons pour pluſieurs.

Corollaire 2.

50. Puisque la viſion juſte exige, qu'il ſoit $\gamma = \varsigma$, il y aura $r = e$, tout comme il doit y avoir dans le cas de deux verres $q = b$, & dans le cas d'un ſeul verre $p = n$; or, dans le cas d'un ſeul verre, la confuſion eſt $= \frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{1}{aap}$.

PROBLEME IX.

Fig. 7. 51. *Si l'on regarde un objet* E *par quatre verres* PP, QQ, RR & SS, *rangés ſur le même axe* EO, *déterminer la confuſion cauſée par l'ouverture des verres.*

Digitized by Google

SOLUTION.

Que les rayons qui paſſent par le milieu des verres repréſentent ſucceſſivement l'image de l'objet en F, G, H & I, & qu'on nomme les diſtances

EA $= a$; AF $= \alpha$; FB $= b$; BG $= \mathfrak{G}$; GC $= c$; CH $= \gamma$; HD $= d$; & DI $= \delta$,

& les intervalles entre les verres ſeront

$$AB = \alpha + b;\quad BC = \beta + c;\quad CD = \gamma + d.$$

Soient auſſi p, q, r, s les diſtances de foyer de nos quatre verres, & on aura:

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha};\quad q = \frac{b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}};\quad r = \frac{c\gamma}{c+\gamma};\quad \& \; s = \frac{d\delta}{d+\delta}.$$

Je ſuppoſe ces verres formés ſelon la regle preſcrite cy-deſſus de ſorte qu'il y ait:

Pour le verre	le rayon de la face antérieure	le rayon de la face poſtérieure
le premier PP	$\frac{a\alpha}{\sigma a + \tau\alpha}$	$\frac{a\alpha}{\sigma\alpha + \tau a}$
le ſecond QQ	$\frac{b\mathfrak{G}}{\sigma b + \tau\mathfrak{G}}$	$\frac{b\mathfrak{G}}{\sigma\mathfrak{G} + \tau b}$
le troiſieme RR	$\frac{c\gamma}{\sigma c + \tau\gamma}$	$\frac{c\gamma}{\sigma\gamma + \tau c}$
le quatrieme SS	$\frac{d\delta}{\sigma d + \tau\delta}$	$\frac{d\delta}{\sigma d + \tau\delta}$

poſant $\sigma = 1,62740$ & $\tau = 0,19078$.

Maintenant, pour trouver les eſpaces de diffuſion, nous pourrons d'abord commencer par le troiſieme Hh, qui a été trouvé dans le probleme précédent

Digitized by Google

$$Hh = \mu xx \left(\frac{\varepsilon\varepsilon\gamma\gamma((a+\alpha)^2 + v\alpha\alpha)}{aabbccp} + \frac{\gamma\gamma(b+\varepsilon)^2 + vb\varepsilon)}{\alpha\alpha ccq} + \frac{bb(c+\gamma)^2 + vc\gamma)}{\alpha\alpha bbr} \right),$$

& l'obliquité en h étant $= \frac{bcx}{a\varepsilon\gamma}$, l'eſpace quatrieme de diffuſion ſera

$$Ii = \frac{\delta\delta}{dd} Hh + \frac{\mu bbccxx}{\alpha\alpha\varepsilon\varepsilon\gamma\gamma s} ((d+\delta)^2 vd\delta).$$

Or, prenant $\delta = \omega$ en quelqu'endroit de l'axe O, derriere le verre SS; que ſe trouve l'oeil, la confuſion cauſée dans la viſion ſera $= \frac{bcdx}{4a\varepsilon\gamma\delta\delta}$. Ii: cette confuſion ſera donc

$$\frac{\mu bcdx^3}{4a\varepsilon\gamma} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\varepsilon\varepsilon\gamma\gamma((a+\alpha)^2 + v\alpha\alpha)}{aabbccddp} + \frac{\gamma\gamma((b+\varepsilon)^2 + vb\varepsilon)}{\alpha\alpha ccddq} \\ + \frac{bb((c+\gamma)^2 + vc\gamma)}{\alpha\alpha\varepsilon\varepsilon ddr} + \frac{bbcc}{\alpha\alpha\varepsilon\varepsilon\gamma\gamma s} \end{array} \right\},$$

pourvu qu'il ſoit comme je ſuppoſe

le demi-diametre de l'ouverture
- du verre QQ $> \frac{bx}{\alpha}$,
- du verre RR $> \frac{bcx}{a\varepsilon}$,
- du verre SS $> \frac{bcdx}{a\varepsilon\gamma}$.

Et puiſque $\delta = \omega$, il y aura $s = d$.

Or pour le probleme ſuivant nous aurons l'eſpace de diffuſion

$$Ii = \mu xx \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\varepsilon\varepsilon\gamma\gamma\delta\delta((a+\alpha)^2 + v\alpha\alpha)}{aabbccddp} + \frac{\gamma\gamma\delta\delta((b+\varepsilon)^2 + vb\varepsilon)}{\alpha\alpha ccddq} \\ + \frac{bb\delta\delta((c+\gamma)^2 + vc\gamma)}{\alpha\alpha bbddr} + \frac{bbcc((d+\delta)^2 + vd\delta)}{\alpha\alpha\varepsilon\varepsilon\gamma\gamma s} \end{array} \right\}.$$

PRO-

Digitized by Google

PROBLEME X.

52. *Si l'on regarde un objet* E *par 5 verres* PP, QQ, RR, SS & TT *rangés ſur le même axe* EO, *déterminer la confuſion cauſée par l'ouverture de ces verres.* Fig. 8.

SOLUTION.

Que les rayons qui paſſent par le milieu des verres, repréſentent ſucceſſivement l'image de l'objet dans les points F, G, H, I & K, & qu'on nomme les diſtances

$$EA = a;\ FB = b;\ GC = c;\ HD = d;\ IE = e,$$
$$AF = \alpha;\ BG = \mathfrak{G};\ CH = \gamma;\ DI = \delta;\ EK = \varepsilon.$$

Soient auſſi p, q, r, s, t les diſtances de foyer de ces cinq verres de ſorte que

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha};\ q = \frac{b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}};\ r = \frac{c\gamma}{c+\gamma};\ s = \frac{d\delta}{d+\delta};\ t = \frac{e\varepsilon}{e+\varepsilon},$$

& ſi nous ſuppoſons que les faces de chaque verre ſoient formées ſelon nos formules trouvées pour qu'elles produiſent le moindre eſpace de diffuſion, nous déterminerons aiſément la confuſion dont la viſion ſera troublée. Pour cet effet la diſtance ε doit être infinie, & partant $t = e$; & alors la confuſion cauſée dans la viſion ſera:

$$\frac{\mu bcdex^3}{4\alpha\mathfrak{G}\gamma\delta}\left\{\begin{array}{l} +\ \dfrac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}\gamma\gamma\delta\delta\,((a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{aabbccddeep}, \\ +\ \dfrac{\gamma\gamma\delta\delta\,((b+\mathfrak{G})^2+\nu b\mathfrak{G})}{\alpha\alpha ccddeeq}, \\ +\ \dfrac{bb\delta\delta\,((c+\gamma)^2+\nu c\gamma)}{\alpha\alpha\mathfrak{G}\mathfrak{G}ddeer}, \\ +\ \dfrac{bbcc\,(d+\delta)^2+\nu d\delta)}{\alpha\alpha\mathfrak{G}\mathfrak{G}\gamma\gamma ees}, \\ +\ \dfrac{bbccdd}{\alpha\alpha\mathfrak{G}\mathfrak{G}\gamma\gamma\delta\delta t}, \end{array}\right.$$

pour-

Digitized by Google

pourvu que ces conditions ayent lieu, que

le demi-diametre de l'ouverture
- du verre QQ $> \frac{bx}{a}$,
- du verre RR $> \frac{bcx}{a\mathfrak{G}}$,
- du verre SS $> \frac{bcdx}{a\mathfrak{G}\gamma}$,
- du verre TT $> \frac{bcdex}{a\mathfrak{G}\gamma\delta}$.

CONCLUSIONS.

53. Donc, ſi le nombre des verres eſt quelconque, on aura les diſtances de foyer p, q, r, s, t, u &c. puiſque chacune eſt déterminée par la diſtance de l'image, dont ce verre reçoit les rayons, & par la diſtance de l'image qui eſt préſentée par ce verre, ſavoir ces diſtances étant

$EA = n$; $FB = b$; $GC = c$; $HD = d$; $IE = e$ &c.

$AF = \alpha$; $BG = \mathfrak{G}$; $CH = \gamma$; $DI = \delta$; $EK = \varepsilon$ &c.

les diſtances de foyer ſeront

$$p = \frac{n\alpha}{n+\alpha}; q = \frac{b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}; r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}; s = \frac{d\delta}{d+\delta}; t = \frac{e\varepsilon}{e+\varepsilon} \text{ &c.}$$

& les intervalles entre les verres

$AB = \alpha + b$; $BC = \mathfrak{G} + c$; $CD = \gamma + d$; $DE = \delta + e$ &c.

Or, pour les faces de chaque verre, je ſuppoſe qu'elles ſont formées en ſorte qu'elles produiſent le moindre eſpace de diffuſion. Ainſi, poſant $\sigma = 1,52740$ & $\tau = 0,19078$, les verres doivent être conſtruits en ſorte.

Pour

Digitized by Google

Pour le	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face postérieure
premier verre PP	$\frac{n\alpha}{\sigma n + \tau\alpha}$	$\frac{n\alpha}{\sigma\tau + \tau n}$
second verre QQ	$\frac{b\mathfrak{G}}{\sigma b + \tau\mathfrak{G}}$	$\frac{b\mathfrak{G}}{\sigma\mathfrak{G} + \tau b}$
troisieme verre RR	$\frac{c\gamma}{\sigma c + \tau\gamma}$	$\frac{c\gamma}{\sigma\gamma + \tau c}$
quatrieme verre SS	$\frac{d\delta}{\sigma d + \tau\delta}$	$\frac{d\delta}{\sigma\delta + \tau d}$
&c.	&c.	&c.

Enſuite le demi-diametre de l'ouverture du premier verre PP étant poſé AP $=$ x, je ſuppoſe

le demi-diametre de l'ouverture

du verre QQ $>$ $\frac{bx}{\alpha}$,

du verre RR $>$ $\frac{bcx}{\alpha\beta}$,

du verre SS $>$ $\frac{bcdx}{\alpha\mathfrak{G}\gamma}$,

du verre TT $>$ $\frac{bcdex}{\alpha\mathfrak{G}\gamma\delta}$,

&c.

Cela poſé, en marquant pour abréger les nombres

$0,93819 = \mu$ & $0,23269 = \nu$,

la confuſion pour chaque nombre de verres cauſée dans la viſion ſera, comme les cas ſuivans la marquent.

Digitized by Google

I. Cas.

54. Lorsqu'il n'y a qu'un seul verre PP; on aura $\alpha = \omega$ & $p = a$; & la confusion sera:

$$\frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{1}{aap}.$$

II. Cas.

55. Lorsqu'il y a deux verres PP & QQ; on aura $\mathfrak{G} = \omega$ & $q = b$; & la confusion sera:

$$\frac{\mu b x^3}{4a}\left\{\begin{array}{l} + \dfrac{(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha}{aabbp} \\ + \dfrac{1}{a\alpha q} \end{array}\right\}.$$

III. Cas.

56. Lorsqu'il y a trois verres PP, QQ & RR; on aura $\gamma = \omega$ & $r = c$; & la confusion sera:

$$\frac{\mu bcx^3}{4a\mathfrak{G}}\left\{\begin{array}{l} + \dfrac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}((a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccp}, \\ + \dfrac{(b+\mathfrak{G})^2 + \nu b\mathfrak{G}}{aaccq}, \\ + \dfrac{bb}{aa\beta\beta r}. \end{array}\right.$$

IV. Cas.

57. Lorsqu'il y a quatre verres PP, QQ, RR & SS; on aura $\delta = o$ & $s = d$; & la confusion sera:

μbc

Digitized by Google

$$\frac{\mu bcdx^3}{4\alpha\zeta\gamma}\left\{\begin{array}{l} +\dfrac{\zeta\zeta\gamma\gamma\,((a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{aabbccddp}, \\ +\dfrac{\gamma\gamma\,((b+\zeta)^2+\nu b\zeta}{aaccddq}, \\ +\dfrac{bb\,((c+\gamma)^2+\nu c\gamma)}{aa\zeta\zeta ddr}, \\ +\dfrac{bbcc}{aa\zeta\zeta\gamma\gamma s}. \end{array}\right.$$

V. Cas.

57. Lorsqu'il y a cinq verres PP, QQ, RR, SS & TT, on aura $\varepsilon = 0$, $t = e$; & la confusion sera:

$$\frac{\mu bcdex^3}{4\alpha\zeta\gamma\delta}\left\{\begin{array}{l} +\dfrac{\zeta\zeta\gamma\gamma\delta\delta\,((a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{aabbccddeep}, \\ +\dfrac{\gamma\gamma\delta\delta\,((b+\zeta)^2+\nu b\zeta)}{aaccddeeq}, \\ +\dfrac{bb\delta\delta\,((c+\gamma)^2+\nu c\gamma}{aa\zeta\zeta ddeer}, \\ +\dfrac{bbcc\,((d+\delta)^2+\nu d\delta)}{aa\zeta\zeta\gamma\gamma ees}, \\ +\dfrac{bbccdd}{aa\zeta\zeta\gamma\gamma\delta\delta t}. \end{array}\right.$$

VI. Cas.

59. Lorsqu'il y a six verres PP, QQ, RR, SS, TT & VV; on aura $\zeta = 0$, & $v = f$; & la confusion sera exprimée en sorte:

Digitized by Google

$$\frac{\mu bcdefx^3}{4\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}\left\{\begin{array}{l} +\dfrac{\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,((a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{aabbccddeeffp}, \\ +\dfrac{\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,((b+\beta)^2+\nu b\beta)}{aaccddeeffq}, \\ +\dfrac{bb\delta\delta\varepsilon\varepsilon((c+\gamma)^2+\nu c\gamma)}{aa\beta\beta ddeeffr}, \\ +\dfrac{bbcc\varepsilon\varepsilon\,((d+\delta)^2+\nu d\delta)}{aa\beta\beta\gamma\gamma eeffs}, \\ +\dfrac{bbccdd\,((e+\varepsilon)^2+\nu e\varepsilon)}{aa\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta fft}, \\ +\dfrac{bbccddee}{aa\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon v}. \end{array}\right.$$

SCHOLIE.

60. Ces formules ſuffiſent pour nous faire connoître la loi, par le moyen de laquelle on les pourra continuer à de plus grands nombres de verres. Or ces formules ſont de la derniere importance dans la Théorie des Téleſcopes & Microſcopes, puiſqu'on en peut déterminer d'abord la confuſion, avec laquelle ces inſtrumens nous repréſentent les objets: or je ne parle ici que de la confuſion, qui eſt cauſée par l'ouverture des verres. Cette confuſion eſt donc proportionnelle au cube du demi-diametre de l'ouverture du premier verre, qu'on nomme l'objectif; de ſorte que, ſi l'on doubloit ce demi-diametre dans le même inſtrument, la diſpoſition des verres demeurant auſſi la même, la confuſion deviendroit huit fois plus grande. Ainſi réciproquement, en rétréciſſant le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif à la moitié, on rendra par ce moyen la confuſion huit fois plus petite.

61. Mais, en rétréciſſant le diametre de l'ouverture de l'objectif, la clarté dont on voit les objets en devient plus petite ſelon la raiſon

Digitized by Google

ſon quarrée; par cette raiſon on eſt obligé de ſouffrir quelque petite confuſion pour ne pas perdre trop de la clarté. L'expérience nous a donc donné à connoitre un certain degré de confuſion, que nous pouvons aiſément admettre, ſans que la viſion en ſoit ſenſiblement troublée. Pour connoitre ce degré, il ſuffit que nous ſachions pour un ſeul inſtrument l'ouverture du verre objectif qui peut être admiſe. Mr. Huygens a remarqué que, dans une lunette à deux verres, où la diſtance de foyer de l'objectif étoit de 30 pieds, ou de 360 pouces, & celui de l'oculaire de trois pouces, l'objectif peut bien admettre une ouverture, dont le demi-diametre eſt $1\frac{1}{2}$ pouce. Nous n'avons donc qu'à mettre dans notre formule du II. Cas, $a = \infty$, $\alpha = p = 360$, $b = 3$, $q = 3$, & $x = 1\frac{1}{2}$, & l'expreſſion de la confuſion devient $= \frac{\mu}{460000}$ pouces, à peu près. Mais, puisque la diſtance de foyer de l'objectif étoit ſi grande, peut-être que ce verre a eu quelque petit défaut, qui a été cauſe qu'il n'a pas admis une plus grande ouverture. Examinons donc encore un autre exemple d'une bonne lunette à deux verres, dont l'objectif avoit 144 pouces de foyer, & l'oculaire 3 pouces, le demi-diametre de l'ouverture de celui-là étant 1 pouce: ces valeurs étant ſubſtituées donnent la confuſion $= \frac{\mu}{250000}$, presque deux fois plus grande que dans la lunette précédente. D'où je conclus que dans les lunettes on peut bien ſouffrir une confuſion, qui étant exprimée ſelon notre maniere ne ſurpaſſe pas $\frac{\mu}{300000}$ pouce.

62. Or dans les Microſcopes on ſouffre ordinairement une beaucoup plus grande confuſion; car, dans un microſcope ſimple, on ne doute pas de donner au verre une ouverture, dont le demi-diametre ſoit la dixieme partie de la diſtance de foyer du verre, & on le fait ordinairement encore plus grand. Or poſant dans notre formule du premier cas $\frac{x}{a}$, ou $\frac{x}{p} = \frac{1}{10}$, la confuſion ſera $= \frac{\mu}{4000}$, de ſorte

te que dans les Microſcopes nous ſouffrons une confuſion à peu près 100 fois plus grande que dans les Téleſcopes: d'où l'on voit qu'il s'en faut beaucoup, que les Microſcopes ſoient encore portés au même dégré de perfection que les Téleſcopes. Mais, comme j'ai ſuppoſé dans les formules qui expriment pour chaque cas la confuſion, que tous les verres ayent la forme qui leur convient pour que chacun produiſe déjà le moindre eſpace de diffuſion, & que dans les exemples examinés les verres n'ont pas eu cette forme avantageuſe, la confuſion qu'on y ſouffre actuellement y ſera plus grande: d'où il ſemble que faiſant uſage de cette figure dans les Téleſcopes, nous pourrons bien admettre une confuſion, dont la quantité ne ſurpaſſe pas le terme $\frac{\mu}{200000}$: & ſi l'on pouvoit ramener au même terme la confuſion des Microſcopes, il n'y a aucun doute que ces inſtrumens ne fuſſent portés à un beaucoup plus haut dégré de perfection.

63. Les formules que je viens de trouver pour la confuſion, peuvent auſſi ſervir à découvrir dans chaque cas de pluſieurs verres la plus avantageuſe diſpoſition, afin qu'il en réſulte la moindre confuſion du côté de leur ouverture. Car, ayant déjà donné à chaque verre la figure qui produit le moindre eſpace de diffuſion, on peut outre cela, ſurtout lorsqu'il y a pluſieurs verres, trouver un tel arrangement, que quelques unes des parties dont l'expreſſion de la confuſion eſt compoſée, deviennent négatives, & qu'elles diminuent par conſéquent la quantité de celles qui ſont poſitives: ou peut-être même ſera-t-il quelquefois poſſible que par ce moyen l'expreſſion tout entiere de la confuſion fut réduite à rien: ce qui ſeroit ſans doute la plus haut dégré de perfection dont ces inſtrumens ſont ſuſceptibles. Mais on ne ſauroit entreprendre cette recherche ſans qu'on ait égard aux autres qualités que tant les Téleſcopes que les Microſcopes doivent avoir.

RE-

Digitized by Google

RECHERCHES
SUR LES MOYENS
DE
DIMINUER OU DE RÉDUIRE MEME A RIEN
LA CONFUSION CAUSÉE PAR L'OUVERTURE
DES VERRES.

PAR M. EULER.

I.

Dans mon Mémoire précédent sur la confusion des verres dioptriques causée par leur ouverture, les premieres recherches rouloient sur l'espace de diffusion FG, qui est produit par un verre quelconque PP, qui représente en F l'image du point lumineux E par les rayons, qui passent par le milieu du verre. J'y ai considéré d'abord comme données tant la distance du point lumineux E devant le verre AE $= a$, que la distance de l'image principale F derriere le verre BF $= \alpha$: ensuite j'ai remarqué que cette représentation peut être produite par une infinité de verres, dont j'ai déterminé la figure des deux faces PAP & PBP, en sorte que posant le rayon de courbure de la face antérieure PAP $= f$, & celui de la face postérieure PBP $= g$, ces deux rayons doivent avoir les grandeurs suivantes en négligeant l'epaisseur du verre

Planche V. Fig. 1.

$$f = \frac{(n-1)\,a\alpha}{\nu\,(a+\alpha)} \;\&\; g = \frac{(n-1)\,a\alpha}{\mu\,(a+\alpha)},$$

où n est $= \frac{3}{2}\frac{1}{0}$, & μ & ν sont deux nombres pris à volonté, en sorte que $\mu + \nu = 1$.

Digitized by Google

2. Enſuite, pour trouver l'eſpace de diffuſion FG, que ce verre produit à cauſe de ſon ouverture, je poſe le demi-diametre de ſon ouverture $= x$, & pour abréger ſoit $\nu\alpha - \mu\alpha = A$. Cela poſé, j'ai trouvé que l'eſpace de diffuſion ſera

$$FG = \frac{(a+\alpha)\,xx}{2n(n-1)^2a^3\alpha}(n^3(aa-a\alpha+\alpha\alpha)-n(2n+1)(a-\alpha)A+(n+2)A^2),$$

lequel devient le plus petit, ſi l'on prend $A = \frac{n(2n+1)\,(a-\alpha)}{2\,(n+2)}$, d'où il s'enſuit:

$$\mu = \frac{n(2n+1)\alpha+(4+n-2nn)a}{2\,(n+2)\,(a+\alpha)} \;\&\; \nu = \frac{n(2n+1)a+(4+n-2nn)\alpha}{2\,(n+2)\,(a+\alpha)}.$$

Or ces valeurs étant ſubſtituées donnent

$$f = \frac{2\,(n-1)\,(n+2)\,a\alpha}{n(2n+1)a+(4+n-2nn)\alpha} \;\&\; g = \frac{2\,(n-1)\,(n+2)\,a\alpha)}{n(2n+1)\alpha+(4+n-2nn)a},$$

& alors l'eſpace de diffuſion le plus petit ſera:

$$FG = \frac{n\,(a+\alpha)\,xx}{8\,(n+2)(n-1)^2a^3\alpha}\,((4n-1)(a+\alpha)^2+4\,(n-1)^2a\alpha).$$

3. Il n'eſt donc pas poſſible de rendre cet eſpace de diffuſion plus petit, que lorsqu'on donne aux faces du verre les courbures que je viens d'indiquer; & puiſqu'il eſt très important, dans tous les inſtrumens dioptriques, de donner aux verres la figure qui produiſe le moindre eſpace de diffuſion par rapport à leur ouverture, cette figure que j'ai aſſignée, ſera celle qu'on doit tâcher de donner à tous les verres. Mais on peut combiner deux ou pluſieurs verres en ſorte que, tant dans la Théorie que dans la pratique, on les puiſſe regarder comme un verre ſimple, pourvu que les épaiſſeurs de ces verres priſes enſemble ſoient encore aſſès petites, pour qu'on les puiſſe négliger à l'égard des autres quantités qui entrent dans le calcul. Je me propoſe donc de chercher l'eſpace de diffuſion qui convient à de tels verres compoſés

Digitized by Google

ſés, pour voir s'il n'eſt pas poſſible de joindre en ſorte deux ou pluſieurs verres, que l'eſpace de diffuſion devienne encore plus petit, que dans le cas d'un verre ſimple; ce qui fourniroit ſans doute les moyens les plus ſurs pour porter les verres à un plus haut dégré de perfection.

4. Or je ferai voir, qu'en combinant deux ou pluſieurs verres enſemble, on peut non ſeulement très conſidérablement diminuer l'eſpace de diffuſion, mais auſſi le réduire ſouvent abſolument à rien. Pour entreprendre cette recherche, je commencerai par la combinaiſon de deux verres, & leur ſuppoſant d'abord une figure quelconque, pour ſatisfaire aux deux diſtances propoſées tant du point lumineux E que de ſon image principale, je chercherai l'eſpace de diffuſion; en ſuite j'enſeignerai, quelles figures on doit donner à ces deux verres, pour que l'eſpace de diffuſion devienne le plus petit, d'où je tirerai la conſtruction des verres compoſés de deux, qui ſera la plus parfaite. Enſuite je traiterai de la même maniere les verres qui ſeront compoſés de trois ou quatre, pour en tirer tous les avantages pour la conſtruction tant des Téleſcopes que des Microſcopes.

PROBLEME I.

5. *Lorsque deux verres étant joints enſemble en* A *repréſentent le point lumineux* E, *par l'image principale en* G, *trouver l'eſpace de diffuſion qui répond à leur ouverture.* Fig. 5.

SOLUTION.

Conſidérons d'abord les deux verres comme éloignés l'un de l'autre de l'intervalle AB, pour avoir le cas traité dans le ſeptieme probleme du Mémoire précédent, & poſant les diſtances

$$EA = a,\ AF = \alpha,\ FB = b,\ \&\ AG = \beta,$$

nous aurons la diſtance de foyer du premier verre $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$, & celle de l'autre $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$, & l'eſpace de diffuſion

Digitized by Google

$$Gg = \frac{\beta\beta}{bb} \cdot \frac{xx}{aap} (Naa - \mathfrak{L}a + Maa) + \frac{xx}{aaq} (N'bb - \mathfrak{L}'b\beta + M'\beta\beta).$$

Mais introduiſons plutôt la forme employée cy-deſſus, & ſoyent f, g, les rayons des faces du premier verre PP, & f', g', ceux de l'autre QQ; de ſorte que nous ayons:

$$f = \frac{(n - 1)\, a\alpha}{\nu\,(a + \alpha)}; \quad g = \frac{(n - 1)\, a\alpha}{\mu\,(a + \alpha)},$$

$$f' = \frac{(n - 1)\, b\beta}{\nu'\,(b + \beta)}; \quad g' = \frac{(n - 1)\, b\beta}{\mu'\,(b + \beta)},$$

prenant $\mu + \nu = 1$ & $\mu' + \nu' = 1$. Soit enſuite $\nu a - \mu\alpha = A$, & $\nu' b - \mu' b = B$, & marquant par x le demi-diametre de l'ouverture du verre PP, l'eſpace de diffuſion ſera

$$Gg = \frac{\beta\beta}{bb} \cdot \frac{(a+\alpha)xx}{2n(n-1)^2 a^3 \alpha} (n^3(aa - a\alpha + \alpha\alpha) - n(2n+1)(a+\alpha)A + (n+2)AA)$$

$$+ \frac{b+\beta)xx}{2n(n-1)^2 \alpha\alpha b\beta} (n^3(bb - b\beta + \beta\beta) - n(2n+1)(b-\beta)B + (n+2)BB).$$

Faiſons maintenant évanouir la diſtance des verres $AB = a + b$, & poſons $b = -a$, & dans ce cas l'eſpace de diffuſion ſera:

$$Gg = \frac{(a+\alpha)}{2n(n-1)^2 a^3 \alpha^3} \frac{\beta\beta xx}{} (n^3(aa - a\alpha + \alpha\alpha) - n(2n+1)(a-\alpha)A + (n+2)AA)$$

$$+ \frac{(\alpha - \beta)\, xx}{2n\,(n-1)^2 a^3 \beta} (n^3(\alpha\alpha + \alpha\beta + \beta\beta) + n(2n+1)(\alpha+\beta)B + (n+2)BB).$$

Les quantités qui nous ſont ici préſcrites, ſont 1°. la diſtance de l'objet devant le verre $AE = a$, & la diſtance de l'image principale derriere le verre, qui eſt $= \beta$; de ſorte que nous ayons encore dans le calcul trois quantités arbitraires α, A, & B, qui recevant une infinité de déterminations, il y aura une infinité de combinaiſons de deux verres, qui étant poſés en A, repréſentent l'image principale de l'objet E,

au

Digitized by Google

au même point G: Mais l'eſpace de diffuſion Gg dépend principalement des valeurs arbitraires a, A, B.

COROLLAIRE 1.

6. Si l'on prenoit $\alpha = \beta$, ou $b + \beta = 0$, le ſecond verre deviendroit plan des deux côtés, & ne changeroit rien dans la réfraction du premier verre. Nous aurions donc le cas d'un ſeul verre expliqué cy-deſſus, & l'eſpace de diffuſion ſeroit le même que j'y ai rapporté.

COROLLAIRE 2.

7. Nous parviendrons encore au cas d'un ſeul verre en prenant $\alpha = -a$; car alors le premier verre PP deviendra plan des deux côtés: & l'eſpace de diffuſion ſera déterminé par le ſeul verre ſecond par la formule rapportée cy-deſſus.

COROLLAIRE 3.

8. Si l'on prenoit α fort petit, il eſt évident que l'eſpace de diffuſion deviendroit fort grand, puisque le cube de α ſe trouve dans le dénominateur. Il n'eſt donc pas avantageux de prendre $\alpha < \beta$, car, quoique le ſecond membre de notre expreſſion devienne négatif, le premier en devient d'autant plus grand.

COROLLAIRE 4.

9. Or poſons $\alpha = \omega$, & à cauſe de $A = -\mu\alpha$ & $B = -\nu'\alpha$, l'expreſſion pour l'eſpace de diffuſion deviendra

$$Gg = \frac{\beta\beta xx}{2n(n-1)^2a^3}(n^3 - n(2n+1)\mu + (n+2)\mu\mu),$$

$$+ \frac{xx}{2n(n-1)^2\beta}(n^3 - n(2n+1)\nu' + (n+2)\nu'\nu'),$$

laquelle ſera la plus petite, quand on prendra les nombres μ & ν' tels, que l'un & l'autre membre ſéparément obtienne la plus petite valeur; puisque aucun ne ſauroit devenir négatif.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEME II.

10. *Trouver la figure des deux verres, qui étant joints enſemble en* A *repréſentent l'image principale du point* E *en* G, *& qui produiſent en même tems le plus petit eſpace de diffuſion* Gg.

SOLUTION.

Ayant déterminé dans le probleme précédent en général l'eſpace de diffuſion Gg, de quelque figure que ſoient les deux verres, nous n'avons qu'à conſidérer l'expreſſion qui y a été trouvée. Elle eſt compoſée de deux membres, & renferme trois quantités arbitraires α, A & B, qui ne dépendent point l'une de l'autre: d'où il eſt d'abord clair, qu'on peut ſéparément chercher les valeurs de A & de B, qui rendent cette expreſſion la plus petite. Or cette détermination nous montre que chaque verre doit ſéparément avoir la figure la plus avantageuſe, que j'ai décrite cy-deſſus. Savoir le verre PP doit avoir une telle figure, qu'il ſoit

$$f = \frac{2(n-1)(n+2)a\alpha}{n(2n+1)a+(4+n-2nn)\alpha}; \quad g = \frac{2(n-1)(n+2)a\alpha}{n(2n+1)\alpha+(4+n-2nn)a},$$

$$f' = \frac{2(n-1)(n+2)b\beta}{n(2n+1)b+(4+n-2nn)\beta}; \quad g' = \frac{2(n-1)(n+2)b\beta}{n(2n+1)\beta+(4+n-2nn)b},$$

où il faut remarquer qu'il eſt $b = -\alpha$: Alors l'eſpace de diffuſion ſera exprimé en ſorte

$$Gg = \frac{n(a+\alpha)\beta\beta xx}{8(n+2)(n-1)^2a^3\alpha^3}\left((4n-1)(a+\alpha)^2+4(n-1)^2a\alpha\right)$$

$$+\frac{n(\alpha-\beta)xx}{8(n+2)(n-1)^2\alpha^3\beta}\left((4n-1)(\alpha-\beta)^2-4(n-1)^2\alpha\beta\right),$$

& maintenant il s'agit encore de déterminer la quantité α en ſorte que cette expreſſion devienne la plus petite.

Pour abréger cette formule, poſons ſuivant le §. 47 du Mém. précédent

$\mu =$

Digitized by Google

$\mu = 0{,}93819$ & $\nu = 0{,}23269$,

ſans confondre ces lettres avec celles qui ſont employées au commencement; & l'eſpace de diffuſion ſera

$$Gg = \frac{\mu\beta\beta xx\,(a+\alpha)}{a^3\alpha^3}((a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)$$

$$+ \frac{\mu xx\,(\alpha-\beta)}{a^3\beta}((b+\beta)^2 + \nu b\beta), \text{ ou}$$

$$Gg = \mu xx\left(\frac{\beta\beta(a+\alpha)^3}{a^3\alpha^3} + \frac{\nu\beta\beta(a+\alpha)}{aa\alpha\alpha} + \frac{(\alpha-\beta)^3}{a^3\beta} - \frac{\nu(\alpha-\beta)}{aa\alpha}\right)$$

Il faut donc déterminer α en ſorte que cette quantité développée devienne un *minimum*

$$\frac{\beta\beta}{a^3} + \frac{3\beta\beta}{aa\alpha} + \frac{3\beta\beta}{a\alpha\alpha} + \frac{1}{\beta} - \frac{3}{\alpha} + \frac{3\beta}{\alpha\alpha} + \nu\left(\frac{\beta\beta}{aa\alpha} + \frac{\beta\beta}{a\alpha\alpha} - \frac{1}{\alpha} + \frac{\beta}{\alpha\alpha}\right),$$

d'où par la différentiation réſulte cette équation:

$$\frac{-3\beta\beta}{aa\alpha\alpha} - \frac{6\beta\beta}{a\alpha^3} + \frac{3}{\alpha\alpha} - \frac{6\beta}{\alpha^3} + \nu\left(\frac{-\beta\beta}{aa\alpha\alpha} - \frac{2\beta\beta}{a\alpha^3} + \frac{1}{\alpha\alpha} - \frac{2\beta}{\alpha^3}\right) = 0,$$

qui étant diviſée par $\nu + 3$, donne

$$\frac{1}{\alpha\alpha}\left(1 - \frac{\beta\beta}{aa}\right) = \frac{2\beta}{\alpha^3}\left(1 + \frac{\beta}{a}\right), \text{ ou}$$

$$\alpha\left(1 - \frac{\beta}{a}\right) = 2\beta, \text{ de ſorte que } \alpha = \frac{2a\beta}{a-\beta}.$$

De là nous aurons: $a + \alpha = \frac{a(a+\beta)}{a-\beta}$, $\alpha - \beta = \frac{\beta(a+\beta)}{a-\beta}$,

& partant $\frac{a\alpha}{a+\alpha} = p = \frac{2a\beta}{a+\beta}$; $\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta} = \frac{2a\beta}{a+\beta} = q$.

Or puiſque $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2\beta} - \frac{1}{2a}$; la quantité, par laquelle μxx eſt multipliée ſera

Digitized by Google

$$\frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}}{a^3} + \frac{3\mathfrak{G}}{2aa} - \frac{3\mathfrak{G}\mathfrak{G}}{2a^3} + \frac{3}{4a} - \frac{3\mathfrak{G}}{2aa} + \frac{3\mathfrak{G}\mathfrak{G}}{4a^3} + \frac{1}{\mathfrak{G}} - \frac{3}{2\mathfrak{G}} + \frac{3}{2a}$$
$$+ \frac{3}{4\mathfrak{G}} - \frac{3}{2a} + \frac{3\mathfrak{G}}{4aa}$$
$$+ \nu\left(\frac{\mathfrak{G}}{2aa} - \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}}{2a^3} + \frac{1}{4a} - \frac{\mathfrak{G}}{2aa} + \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}}{4a^2} - \frac{1}{2\mathfrak{G}} + \frac{1}{2a} + \frac{1}{4\mathfrak{G}} - \frac{1}{2a} + \frac{\mathfrak{G}}{4aa}\right)$$

qui se réduit à:

$$\frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}}{4a^3} + \frac{3\mathfrak{G}}{4aa} + \frac{1}{4\mathfrak{G}} + \frac{3}{4a} + \nu\left(\frac{1}{4a} - \frac{1}{4\mathfrak{G}} + \frac{\mathfrak{G}}{4aa} - \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}}{4a^3}\right),$$

ou bien à

$$\frac{(a+\mathfrak{G})^3}{4a^3\mathfrak{G}} - \frac{\nu\,(a+\mathfrak{G})\,(aa-2a\mathfrak{G}+\mathfrak{G}\mathfrak{G})}{4a^3\mathfrak{G}},$$

& partant l'espace de diffusion sera:

$$Gg = \frac{\mu\,(a+\mathfrak{G})\,xx}{4a^3\mathfrak{G}}\,((a+\mathfrak{G})^2 - \nu\,(a-\mathfrak{G})^2).$$

Mais, puisque $(a-\mathfrak{G})^2 = (a+\mathfrak{G})^2 - 4a\mathfrak{G}$, il sera

$$Gg = \frac{\mu\,(a+\mathfrak{G})\,xx}{a^3\mathfrak{G}}\left(\frac{1-\nu}{4}\,(a+\mathfrak{G})^2 + \nu a\mathfrak{G}\right).$$

Or, posant $1,62740 = \sigma$, & $0,19078 = \tau$, nous avons

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{\alpha} + \frac{\tau}{a};\ \frac{1}{g} = \frac{\sigma}{a} + \frac{\tau}{\alpha};\ \frac{1}{f'} = \frac{\sigma}{\mathfrak{G}} - \frac{\tau}{\alpha};\ \frac{1}{g'} = \frac{\sigma}{\alpha} + \frac{\tau}{\mathfrak{G}}.$$

Donc, à cause de $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2\mathfrak{G}} - \frac{1}{2a}$, nous aurons pour les rayons des faces de nos deux verres à joindre

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{2\beta} + \frac{2\tau-\sigma}{2a};\ \frac{1}{g} = \frac{2\sigma-\tau}{2a} + \frac{\tau}{2\beta};\ \frac{1}{f'} = \frac{2\sigma\tau}{2\beta} + \frac{\tau}{2a};\ \frac{1}{g'} = \frac{\sigma}{2a} + \frac{2\tau\sigma}{2\beta},$$

ou

Digitized by Google

ou $f = \frac{2\alpha\beta}{\sigma\alpha + (2\tau - \sigma)\beta}$; $g = \frac{2\alpha\beta}{\tau\alpha + (2\sigma - \tau)\beta}$;

$f' = \frac{2\alpha\beta}{\tau\beta + (2\sigma - \tau)\alpha}$; $g' = \frac{2\alpha\beta}{\sigma\beta + (2\tau - \sigma)\alpha}$.

COROLLAIRE 1.

11. Donc, si la distance de l'objet au verre est $= a$, & la distance de l'image derriere le verre $= \alpha$, qui est nommée β dans la solution, le verre composé de deux, qui produit le moindre espace de diffusion, doit être formé en sorte qu'il soit

	le rayon de sa face antérieure	le rayon de sa face postérieure
pour le premier verre	$\frac{2a\alpha}{1{,}62740a - 1{,}24584\alpha}$	$\frac{2a\alpha}{0{,}19078a + 3{,}06402\alpha}$
pour le second verre	$\frac{2a\alpha}{0{,}19078\alpha + 3{,}06402a}$	$\frac{2a\alpha}{1{,}62740\alpha - 1{,}24584a}$

& alors, le demi-diametre de l'ouverture étant $= x$, l'espace de diffusion sera:

$\frac{\mu(a+\alpha)xx}{a^3\alpha}\left(\frac{1-\nu}{4}(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha\right)$ ou puisque $\nu = 0{,}23269$

$\frac{\mu(a+\alpha)xx}{a^3\alpha}(0{,}19183\,(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)$.

COROLLAIRE 2.

12. Mais, pour les mêmes distances a & α, si l'on n'employoit qu'un verre simple, qui produisit le moindre espace de diffusion, en prenant

	le rayon de la face antérieure	le rayon de la face postérieure
de ce verre	$\frac{a\alpha}{1{,}62740a + 0{,}19078\alpha}$	$\frac{a\alpha}{1{,}62740\alpha + 0{,}19078a}$,

Digitized by Google

l'eſpace de diffuſion ſera

$$\frac{\mu\,(a+\alpha)\,xx}{a^3\alpha}\,((a+\alpha)^2+\nu a\alpha),$$

d'où l'on voit qu'en employant le verre double, la confuſion eſt très conſidérablement diminuée.

Corollaire 3.

13. Il eſt remarquable que les deux verres, qui joints enſemble produiſent la moindre confuſion, doivent avoir la même diſtance de foyer, qui eſt double de celle qui convient à un verre ſimple, qui repréſenteroit l'objet au même endroit.

SCHOLIE I.

14. Pour rendre la recherche du *minimum* plus aiſée, il ſera à propos de comparer d'abord enſemble les diſtances de nos deux verres. Poſons donc $\frac{a\alpha}{a+\alpha}=\frac{u\alpha\beta}{\alpha-\beta}$, & nous aurons $\alpha=\frac{(1+u)a\beta}{a-u\beta}$; de là $a+\alpha=\frac{a\,(a+\beta)}{a-u\beta}$; d'où il ſuit $\frac{a\alpha}{a+\alpha}=\frac{(1+u)\,a\beta}{a+\beta}$ & $\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta}=\frac{(1+u)\,a\beta}{u\,(a+\beta)}$.

Or l'expreſſion pour l'eſpace de diffuſion étant réduite à cette forme

$$+\frac{\mu\beta\beta xx\,(a+\alpha)}{a\alpha}\left(\frac{(a+\alpha)^2}{aa\alpha\alpha}+\frac{\nu}{a\alpha}\right),$$

$$+\frac{\mu\beta\beta xx\,(a-\beta)}{a\beta}\left(\frac{(\alpha-\beta)^2}{\alpha\alpha\beta\beta}-\frac{\nu}{\alpha\beta}\right),$$

notre ſubſtitution donne

$$\frac{\mu\beta xx\,(a+\beta)}{(1+u)\,a}\left(\frac{(a+\beta)^2}{(1+u)^2\,aa\beta\beta}+\frac{\nu\,(a-u\beta)}{(1+u)\,aa\beta}\right)$$

$$+$$

Digitized by Google

$$+\frac{\mu\varsigma x x.u(a+\varepsilon)}{(1+u)a}\left(\frac{uu(a+\varepsilon)^2}{(1+u)^2 aa\varepsilon\varepsilon}-\frac{\nu(a-u\varepsilon)}{(1+u)a\varepsilon\varepsilon}\right),$$

qui se réduit à

$$\frac{\mu x x(a+\varepsilon)}{a^3\varepsilon}\left(\frac{(1+u^3)(a+\varepsilon)^2}{(1+u)^3}+\frac{\nu(a-u\varepsilon)(\varepsilon-ua)}{(1+u)^2}\right).$$

Il faut donc chercher u, pour que cette quantité

$$\frac{(1-u+uu)(a+\varepsilon)^2+\nu(a-u\varepsilon)(\varepsilon-ua)}{(1+u)^2},$$

devienne un *minimum*; or cette recherche demeure la même, quoique nous ajoutions à cette quantité une constante quelconque: soutrayons donc $\nu a\varepsilon$, pour avoir cette formule à rendre un *minimum*:

$$\frac{(1-u+uu)(a+\varepsilon)^2-\nu u(a+\varepsilon)^2}{(1+u)^2},$$

ou, en divisant par $(a+\varepsilon)^2$ celle-cy:

$$\frac{1-u+uu-\nu u}{(1+u)^2}=1-\frac{(\nu+3)u}{(1+u)^2}.$$

Tout revient donc à rendre un *maximum* cette formule $\frac{u}{(1+u)^2}$, ce qui arrive évidemment en prenant $u=1$, tout comme nous l'avons trouvé.

SCHOLIE II.

15. On peut encore plus promtement arriver à ce *minimum* en remarquant que $(a-u\varepsilon)(\varepsilon-ua)=-u(a+\varepsilon)^2+(1+u)^2 a\varepsilon$, d'où l'espace de diffusion devient exprimé en sorte:

$$\frac{\mu x x(a+\varepsilon)}{a^3\varepsilon}\left(\frac{1-(\nu+1)u+uu}{(1+u)^2}(a+\varepsilon)^2+\nu a\varepsilon\right).$$

Or, si l'on n'employoit qu'un seul verre, l'espace de diffusion seroit:

Digitized by Google

$$\frac{\mu xx\,(a+\mathfrak{G})}{a^3\mathfrak{G}}\,((a+\mathfrak{G})^2+\nu a\mathfrak{G}),$$

d'où l'on voit qu'en joignant deux verres, l'eſpace de diffuſion ne devient plus petit, qu'entant que l'expreſſion $\frac{1-(\nu+1)u+uu}{(1+u)^2}$ ou $1-\frac{(\nu+3)u}{(1+u)^2}$, pourra être rendue moindre que l'unité, ce qui arrive, quand cette expreſſion $\frac{u}{(1+u)^2}$ ſera un *maximum*, ou celle-cy $\frac{(1+u)^2}{u}$, ou bien $\frac{1}{u}+u$ un *minimum*. Or, pour cet effet, il faut qu'il ſoit $u=1$. Cette forme nous donne encore à connoitre, qu'il eſt impoſſible de rendre le cöefficient $\frac{1-(\nu+1)u+uu}{(1+u)^2}$ égal à zéro, puisque $\nu=0,23269$: donc, à moins que $\mathfrak{G}$ ne ſoit une quantité négative, il eſt impoſſible que l'eſpace de diffuſion évanouiſſe entierement; en ne joignant que deux verres. Cette forme que nous venons de donner à l'expreſſion pour l'eſpace de diffuſion, nous rendra plus aiſées les recherches ſuivantes ſur les verres triples & quadruples.

PROBLEME III.

Fig. 6. 16. *Lorsque trois verres joints enſemble en* A *repréſentent l'objet* E, *par l'image principale en* H, *trouver l'eſpace de diffuſion* Hh, *que produit une ouverture donnée de ces verres.*

SOLUTION.

Conſidérons d'abord les trois verres comme éloignés entr'eux, pour avoir le cas traité dans le VIII Probleme du Mémoire précédent; & poſons comme là les diſtances

$$EA=a;\quad FB=b;\quad GC=c;$$
$$AF=\alpha;\quad BG=\mathfrak{G};\quad CH=\gamma;$$

&

Digitized by Google

& nous n'aurons qu'à ſuppoſer $\alpha + b = o$, & $\mathfrak{C} + c = o$. Or, puiſque nos recherches aboutiſſent principalement à chercher de tels verres, qui produiſent le moindre eſpace de diffuſion, il faut donner à chaque verre une telle figure, qu'il ſoit

Pour le verre	le rayon de la face antérieure	le rayon de la face poſtérieure
PP - - -	$\frac{a\alpha}{\sigma a + \tau\alpha}$;	$\frac{a\alpha}{\sigma\alpha + \tau a}$,
QQ - - -	$\frac{b\mathfrak{C}}{\sigma b + \tau\mathfrak{C}}$;	$\frac{b\mathfrak{C}}{\sigma\mathfrak{C} + \tau b}$,
RR - - -	$\frac{c\gamma}{\sigma c + \tau\gamma}$;	$\frac{c\gamma}{\sigma\gamma + \tau c}$;

ſoient de plus les diſtances de foyer du verre

$$PP = p = \frac{a\alpha}{a+\alpha};\ QQ = q = \frac{b\mathfrak{C}}{b+\mathfrak{C}};\ RR = r = \frac{c\gamma}{c+\gamma},$$

& poſant le demi-diametre de l'ouverture $= x$, l'eſpace de diffuſion a été trouvé exprimé en ſorte:

$$Hh = \mu x x \left(\frac{\mathfrak{C}\mathfrak{C}\gamma\gamma((a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccp} + \frac{\gamma\gamma((b+\mathfrak{C})^2 + \nu b\mathfrak{C})}{\alpha\alpha cccq} + \frac{bb((c+\gamma)^2 + \nu c\gamma)}{\alpha\alpha\mathfrak{C}\mathfrak{C}r} \right).$$

Poſons maintenant la diſtance de foyer qui conviendroit à un ſeul verre rapporté aux diſtances a & γ. $= \pi$, de ſorte que $\pi = \frac{a\gamma}{a+\gamma}$, & ſuppoſons:

$$p = A\pi;\quad q = B\pi;\quad \& \ r = C\pi.$$

Ayant donc

$$\frac{a\alpha}{a+\alpha} = A\pi;\ \frac{b\mathfrak{C}}{b+\mathfrak{C}} = B\pi;\ \frac{c\gamma}{c+\gamma} = C\pi,$$

l'eſpace de diffuſion ſera exprimé en ſorte

Digitized by Google

$$Hh = \frac{\mu rx}{aa\pi}\left(\frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}\gamma\gamma((a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{Abbcc}+\frac{aa\gamma\gamma((b+\mathfrak{G})^2+\nu b\mathfrak{G})}{Baacc}+\frac{aabb((c+\gamma)^2+\nu c\gamma)}{Caa\mathfrak{G}\mathfrak{G}}\right).$$

Mais, puisque $\alpha = -b$ & $\mathfrak{G} = -c$, nous aurons

$$\frac{-ab}{a-b} = \frac{Aa\gamma}{a+\gamma}, \quad \text{donc } b = \frac{Aa\gamma}{(A-1)\gamma - a},$$

$$\frac{-bc}{b-c} = \frac{Ba\gamma}{a+\gamma}, \text{ donc } c = \frac{Ba\gamma b}{Ba\gamma - ab - b\gamma} = \frac{ABa\gamma}{(AB-A-B)\gamma-(A+B)a}$$

$$\frac{c\gamma}{c+\gamma} = \frac{Ca\gamma}{a+\gamma}, \quad \text{donc } c = \frac{Ca\gamma}{\gamma-(C-1)a},$$

& partant les nombres A, B, C, doivent être tels, qu'il soit:

$$ABC - AB - AC - BC = 0, \text{ ou } 1 = \frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}.$$

Posons donc $\frac{1}{A} = \mathfrak{A}$; $\frac{1}{B} = \mathfrak{B}$, & $\frac{1}{C} = \mathfrak{C}$, de sorte que:

$$\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C} = 1; \text{ \& } b = \frac{a\gamma}{(1-\mathfrak{A})\gamma - \mathfrak{A}a}, \; c = \frac{a\gamma}{\mathfrak{C}\gamma-(1-\mathfrak{C})a},$$

& à cause de $\alpha = -b$; & $b = -c$, l'espace de diffusion sera

$$Hh = \frac{\mu xx}{aa\pi}\left(\frac{\mathfrak{A}\gamma\gamma((a-b)^2-\nu ab)}{bb}+\frac{\mathfrak{B}aa\gamma\gamma((b-c)^2-\nu bc)}{bbcc}+\frac{\mathfrak{C}aa((c+\gamma)^2+\nu c\gamma)}{cc}\right).$$

Or ayant

$$\frac{a}{b} = 1-\mathfrak{A}-\frac{\mathfrak{A}a}{\gamma}, \; \frac{\gamma}{c} = \frac{\mathfrak{C}\gamma}{a}-1+\mathfrak{C}, \text{ \& } b-c = \frac{-\mathfrak{B}bc(a+\gamma)}{a\gamma},$$

notre expression prendra cette forme:

$$Hh = \frac{\mu xx}{aa\pi}\left(\mathfrak{A}\gamma\gamma\left(\left(\frac{a}{b}-1\right)^2-\frac{\nu a}{b}\right)+\mathfrak{B}^3(a+\gamma)^2\right.$$

$$\left.-\frac{\nu\mathfrak{B}aa\gamma\gamma}{bc}+\mathfrak{C}aa\left(\left(1+\frac{\gamma}{c}\right)^2+\frac{\nu\gamma}{c}\right)\right),$$

qui

Digitized by Google

qui ſe réduit à celle-cy:

$$Hh = \frac{\mu x x}{aa\pi}\left((\mathfrak{A}^3+\mathfrak{B}^3+\mathfrak{C}^3)(a+\gamma)^2+\nu(\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}+\mathfrak{A}\mathfrak{A}+\mathfrak{A}\mathfrak{C}+\mathfrak{C}\mathfrak{C}-\mathfrak{A}-\mathfrak{C})(a+\gamma)^2+\nu a\gamma\right),$$

ou à cette autre

$$Hh = \frac{\mu x x}{aa\pi}(a+\gamma)^2-(\nu+3)(\mathfrak{A}\mathfrak{A}\mathfrak{C}+\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{C}-\mathfrak{A}\mathfrak{A}-2\mathfrak{A}\mathfrak{C}-\mathfrak{C}\mathfrak{C}+\mathfrak{A}+\mathfrak{C})(a+\gamma)^2+\nu a\gamma).$$

Mais, pour la conſtruction des verres qui produiſent cet eſpace de confuſion, puiſque nous avons

$$\frac{1}{a}=\frac{\mathfrak{A}}{\gamma}+\frac{\mathfrak{A}-1}{a};\ \frac{1}{b}=\frac{-\mathfrak{A}}{\gamma}-\frac{\mathfrak{A}+1}{a};\ \frac{1}{c}=\frac{1-\mathfrak{C}}{\gamma}-\frac{\mathfrak{C}}{a};\ \frac{1}{c}=\frac{\mathfrak{C}-1}{\gamma}+\frac{\mathfrak{C}}{a},$$

ſi nous nommons les rayons des faces antérieures de nos trois verres f, f', f'', & des poſtérieures g, g', g'', nous aurons

$$\frac{1}{f}=\frac{\sigma\mathfrak{A}}{\gamma}+\frac{\sigma\mathfrak{A}-\sigma+\tau}{a};\ \frac{1}{g}=\frac{\sigma+\tau\mathfrak{A}-\tau}{a}+\frac{\tau\mathfrak{A}}{\gamma},$$

$$\frac{1}{f'}=\frac{\sigma-\sigma\mathfrak{C}-\tau\mathfrak{A}}{\gamma}-\frac{\sigma\mathfrak{C}-\tau\mathfrak{A}+\tau}{a};\ \frac{1}{g'}=\frac{\tau-\sigma\mathfrak{A}-\tau\mathfrak{C}}{\gamma}-\frac{\sigma\mathfrak{A}+\sigma-\tau\mathfrak{C}}{a},$$

$$\frac{1}{f''}=\frac{\sigma-\tau+\tau\mathfrak{C}}{\gamma}+\frac{\tau\mathfrak{C}}{a};\ \frac{1}{g''}=\frac{\sigma\mathfrak{C}-\sigma+\tau}{\gamma}+\frac{\sigma\mathfrak{C}}{a}.$$

Corollaire I.

17. Puisque $\pi = \frac{a\gamma}{a+\gamma}$, l'eſpace de diffuſion pourra être exprimé de cette façon:

$$Hh=\frac{\mu x x(a+\gamma)}{a^3 g}((1-(\nu+3)(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})(\mathfrak{A}\mathfrak{C}-\mathfrak{A}-\mathfrak{C}+1))(a+\gamma^2+\nu a\gamma),$$

ou bien

Digitized by Google

$$Hh = \frac{\mu x x (a+\gamma)}{a^3 \gamma}((1-(\nu+3)(1-\mathfrak{A})(1-\mathfrak{C})(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})(a+\gamma)^2 + \nu a\gamma),$$

d'où l'on voit, que si l'on prenoit ou $\mathfrak{A} = 1$, ou $\mathfrak{C} = 1$, ou $\mathfrak{A} = -\mathfrak{C}$, on auroit le même espace de diffusion que dans le cas d'un verre simple.

COROLLAIRE 2.

18. Or l'espace de diffusion deviendra plus petit que dans le cas d'un verre simple, si l'on prend pour $\mathfrak{A}$ & $\mathfrak{C}$ des nombres positifs moindres que l'unité: & dans ce cas ledit espace deviendra le plus petit, en prenant $\mathfrak{A} = \mathfrak{C} = \frac{1}{3}$, de sorte que $\mathfrak{B} = \frac{1}{3}$; & partant $p = q = r = 3\pi$. Or alors l'espace de diffusion sera

$$Hh = \frac{\mu x x (a+\gamma)}{a^3 \gamma}\left(\left(\frac{1}{9} - \frac{8\nu}{27}\right)(a+\gamma)^2 + \nu a\gamma\right), \text{ ou}$$

$$Hh = \frac{\mu x x (a+\gamma)}{a^3 \gamma}(0,04217\,(a+\gamma)^2 + \nu a\gamma),$$

& partant plus petit que dans le cas de deux verres.

COROLLAIRE 3.

19. Mais, posant $\mathfrak{A} = \frac{1}{3}$ & $\mathfrak{C} = \frac{1}{3}$, nous aurons pour les rayons des faces de nos trois verres:

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{3\gamma} + \frac{3\tau - 2\sigma}{3a}, \text{ ou } f = \frac{3a\gamma}{\sigma a + (3\tau - 2\sigma)\gamma},$$

$$\frac{1}{g} = \frac{3\sigma - 2\tau}{3a} + \frac{\tau}{3\gamma}, \text{ ou } g = \frac{3a\gamma}{(3\sigma - 2\tau)\gamma + \tau a},$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{2\sigma - \tau}{3\gamma} + \frac{2\tau - \sigma}{3a}, \text{ ou } f' = \frac{3a\gamma}{(2\sigma-\tau)a + (2\tau-\sigma)\gamma},$$

$$\frac{1}{g'} = \frac{2\sigma - \tau}{3a} + \frac{2\sigma - \tau}{3\gamma}, \text{ ou } g' = \frac{3a\gamma}{(2\sigma-\tau)\gamma + (2\tau-\sigma)a},$$

$$\frac{1}{f''}$$

Digitized by Google

$$\frac{1}{f''} = \frac{3\sigma - 2\tau}{3\gamma} + \frac{\tau}{3a}, \text{ ou } f'' = \frac{3a\gamma}{(3\sigma - 2\tau)a + 3\gamma};$$

$$\frac{1}{g''} = \frac{\sigma}{3a} + \frac{3\tau - 2\sigma}{3\gamma}, \text{ ou } g'' = \frac{3a\gamma}{\sigma\gamma + (3\tau - 2\sigma)a};$$

COROLLAIRE 4.

20. Donc, si la distance de l'objet avant le verre est $= a$, & celle de l'image derriere le verre $= \alpha$, le verre triple qui produit la moindre confusion, doit être composé de trois verres simples, dont les faces soient formées en sorte:

	le rayon de la face antérieure	le rayon de la face postérieure
pour le premier verre	$\frac{3a\alpha}{1,62740a - 2,68246\alpha}$;	$\frac{3a\alpha}{4,50064\alpha + 0,19078a}$
pour le second verre	$\frac{3a\alpha}{3,06402a - 1,24584\alpha}$;	$\frac{3a\alpha}{3,06402\alpha - 1,24584a}$
pour le troisieme verre	$\frac{3a\alpha}{4,50064a + 0,19078\alpha}$;	$\frac{3a\alpha}{1,62740\alpha - 2,68246a}$;

& alors l'espace de diffusion sera

$$\frac{\mu(a+\alpha)xx}{a^3\alpha}\left(\frac{3-8\nu}{27}(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha\right), \text{ ou à cause de } \nu = 0,23269,$$

$$\frac{\mu(a+\alpha)xx}{a^3\alpha}\,(0,04217\,(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha).$$

PROBLEME IV.

21. *L'espace de diffusion, en employant un verre triple, ayant été trouvé exprimé en sorte dans le probleme précédent:*

$$\frac{\mu xx(a+\gamma)}{a^3\gamma}((1-(\nu+3)(1-\mathfrak{A})(1-\mathfrak{C})(\mathfrak{A}+\mathfrak{C}))(a+\gamma)^2 + \nu a\gamma),$$

Digitized by Google

trouver les cas où le coefficient de $(a+\gamma)^2$ *dans cette expreſſion évanouit entierement.*

SOLUTION.

Il s'agit donc de trouver les nombres $\mathfrak{A}$ & $\mathfrak{C}$, qui ſatisfaſſent à cette équation :

$$1 = (\nu + 3)(1 - \mathfrak{A})(1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{A} + \mathfrak{C}).$$

Poſons pour cet effet $\mathfrak{A} + \mathfrak{C} = 2\eta$, & $\mathfrak{A}\mathfrak{C} = z$, pour avoir

$$\mathfrak{A} = \eta + \sqrt{(\eta\eta - z)}, \text{ \& } \mathfrak{C} = \eta - \sqrt{(\eta\eta - z)}.$$

Or alors notre équation prendra cette forme :

$$1 = 2(\nu + 3)\eta(1 - 2\eta + z), \text{ d'où l'on tire}$$

$$z = 2\eta - 1 + \frac{1}{2(\nu+3)\eta}, \text{ \& partant}$$

$$\eta\eta - z = (\eta - 1)^2 - \frac{1}{2(\nu+3)\eta}.$$

Il faut donc prendre pour η un tel nombre que cette formule $(\eta - 1)^2 - \frac{1}{2(\nu+3)\eta}$, obtienne une valeur poſitive.

Cherchons d'abord la valeur pour η, qui rendra cette quantité égale à zéro, ou ſoit

$$\eta(\eta - 1)^2 = \frac{1}{2(\nu+3)} = 0{,}15467,$$

& il eſt évident que η doit être un nombre poſitif.

Soit I. η un nombre > 1, & ſa valeur, qui ſatisfait à cette équation, ſe trouve $\eta = 1{,}33966$, & ce ſera auſſi la valeur de $\mathfrak{A}$ & de $\mathfrak{C}$; d'où l'on aura $\mathfrak{B} = -1{,}67932$.

Soit II. η moindre que 1, & poſons $\eta = 1 - v$, pour avoir à réſoudre cette équation $vv - v^3 = 0{,}154\,67$: or cela eſt impoſſible, car la plus grande valeur que $vv - v^3$ puiſſe recevoir eſt

Digitized by Google

eſt $= 0,14815$, & partant notre équation n'a qu'une racine, qui eſt $\eta = 1,33966$, auquel cas $(\eta - 1)^2 - \frac{1}{2(\nu + 3)\eta}$ évanouit.

Mais, puisque $\mathfrak{A} + \mathfrak{C} = 1 - \mathfrak{B}$, & que l'équation à réſoudre a cette forme: $1 = (\nu + 3)(1 - \mathfrak{A})(1 - \mathfrak{B})(1 - \mathfrak{C})$, il eſt évident que les trois nombres $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$ peuvent être changés entr'eux à volonté, de ſorte qu'ayant trouvé trois nombres pour $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$, ces mêmes nombres pourront être pris, en quelqu'autre ordre qu'on mette les lettres $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$; ainſi le cas trouvé fournit d'abord trois ſolutions:

I. $\mathfrak{A} = 1,33966$; $\mathfrak{B} = -1,67932$; $\mathfrak{C} = 1,33966$,
II. $\mathfrak{A} = 1,33966$; $\mathfrak{B} = 1,33966$; $\mathfrak{C} = -1,67932$,
III. $\mathfrak{A} = -1,67932$; $\mathfrak{B} = 1,33966$; $\mathfrak{C} = 1,33966$,

& ſi les valeurs de $\mathfrak{A}$ & $\mathfrak{C}$ n'avoient pas été égales entr'elles, on en auroit pu tirer ſix ſolutions différentes. Or il eſt clair que la formule $V(\eta\eta - z) = V\left((\eta - 1)^2 - \frac{0,15467}{\eta}\right)$, ſera toujours réelle, quand on prend ou η négatif ou poſitif, mais plus grand que $1,33966$.

Prenons donc, pour donner un exemple du dernier cas, $\eta = \frac{3}{2}$, & ayant alors $V(\eta\eta - z) = V(\frac{1}{4} - 0,10311) = 0,38323$, on trouvera $\mathfrak{A} = 1,88323$; $\mathfrak{C} = 1,11677$; & $\mathfrak{B} = -2$, & partant on aura de là ſix ſolutions, ſelon les diverſes combinaiſons des lettres $\mathfrak{A}, \mathfrak{C}, \mathfrak{B}$, avec les trois nombres trouvés.

Prenons auſſi pour η un nombre négatif. & ſoit $\eta = -\frac{1}{4}$: donc $\mathfrak{A} + \mathfrak{C} = -\frac{1}{2} = 1 - \mathfrak{B}$, & partant $\mathfrak{B} = \frac{3}{2}$. De là on aura

$$V(\eta\eta - z) = V(\tfrac{25}{16} + 0,61868) = 1,47828,$$

donc $\mathfrak{A} = 1,22828$, & $\mathfrak{C} = -1,72828$, & $\mathfrak{B} = 1,50000$: ſoit $\eta = -\frac{1}{3}$, & partant $\mathfrak{A} + \mathfrak{C} = -\frac{1}{3} = 1 - \mathfrak{B}$, donc $\mathfrak{B} = 1\frac{1}{3}$. Or $V(\eta\eta - z) = V(\frac{49}{36} + 0,92802) = 1,51298$,

Digitized by Google

donc $\mathfrak{A} = 1,34632$, & $\mathfrak{C} = -1,67964$, & $\mathfrak{B} = 1,33333$, & cette ſolution approche fort de la premiere. Or la premiere a cet avantage qu'aucun des trois nombres trouvés n'eſt auſſi grand, que dans les autres ſolutions: ce qui eſt un avantage réel, puisque les faces des verres deviennent alors le moins courbes, & ſont par conſéquent ſuſceptibles d'une plus grande ouverture.

Corollaire 1.

22. Donc, ſi nous poſons la diſtance de l'objet avant le verre $= a$, & celle de l'image après le verre $= \alpha$, nous pourrons fournir une infinité de verres triples, qui produiſent l'eſpace de diffuſion $= \frac{\mu x x (a+\alpha)}{a^3 \alpha} \cdot \nu a\alpha = \frac{\mu \nu x x (a+\alpha)}{aa}$; dont voici la conſtruction

I. Verre Triple.

23.

	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face poſtérieure
du verre premier	$\frac{a\alpha}{+2,18016a+0,74354\alpha}$;	$\frac{a\alpha}{1,69220\alpha+0,25558a}$
ſecond	$\frac{a\alpha}{-0,80834a-2,24496\alpha}$;	$\frac{a\alpha}{-0,80834\alpha-2,24496a}$
troiſieme	$\frac{a\alpha}{+1,69220a+0,25558\alpha}$;	$\frac{a\alpha}{+2,18016\alpha+0,74354a}$

II. Verre Triple.

24.

	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face poſterieure
du verre premier	$\frac{a\alpha}{+2,18016a+0,74354\alpha}$;	$\frac{a\alpha}{+1,69220\alpha+0,25558a}$
ſecond	$\frac{a\alpha}{+4,10475a+2,66813\alpha}$;	$\frac{a\alpha}{-0,23238\alpha-1,66900a}$
troiſieme	$\frac{a\alpha}{+1,11624a-0,32038\alpha}$;	$\frac{a\alpha}{-2,73293\alpha-4,16955a}$

III.

Digitized by Google

III. Verre Triple.

25.

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face postérieure
premier	$\frac{aa}{-2,73293a-4,16955\alpha}$;	$\frac{aa}{+1,11624\alpha-0,32038a}$
second	$\frac{aa}{-0,23238a-1,66900\alpha}$;	$\frac{aa}{+4,10475\alpha+2,66813a}$
troisieme	$\frac{aa}{+1,69220a+0,25558\alpha}$;	$\frac{aa}{+2,18016\alpha+0,74354a}$

IV. Verre Triple.

26.

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face postérieure
premier	$\frac{aa}{+1,99890a+0,56228\alpha}$;	$\frac{aa}{1,67095\alpha+0,23433a}$
second	$\frac{aa}{-1,04803a-2,48465\alpha}$;	$\frac{aa}{-0,65767\alpha-2,09429a}$
troisieme	$\frac{aa}{+1,72279a+0,28617\alpha}$;	$\frac{aa}{+2,44110\alpha+1,00448a}$

V. Verre Triple.

27.

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face postérieure
premier	$\frac{aa}{1,99890a+0,56228\alpha}$;	$\frac{aa}{+1,67095\alpha+0,23433a}$
second	$\frac{aa}{+4,20567a+2,76905\alpha}$;	$\frac{aa}{-0,04177\alpha-1,47839a}$
troisieme	$\frac{aa}{+1,10689a+0,32973\alpha}$;	$\frac{aa}{-2,81260\alpha-4,24922a}$

VI.

Digitized by Google

VI. Verre Triple.

28.

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face postérieure
premier	$\frac{aa}{+2,44110a+1,00448a}$;	$\frac{aa}{+1,72279a+0,28617a}$
second	$\frac{aa}{+4,15383a+2,71721a}$;	$\frac{aa}{-0,48397a-1,92059a}$
troisieme	$\frac{aa}{+1,10689a-0,32973a}$;	$\frac{aa}{-2,81260a-4,24922a}$

VII. Verre Triple.

29.

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face postérieure
premier	$\frac{aa}{-2,81260a-4,24922a}$;	$\frac{aa}{+1,10689a-0,32973a}$
second	$\frac{aa}{-0,48397a-1,92059a}$;	$\frac{aa}{+4,15383a+2,71721a}$
troisieme	$\frac{aa}{+1,72279a+0,28617a}$;	$\frac{aa}{+2,44110a+1,00448a}$

VIII. Verre Triple.

30.

du verre	Rayon de la Face antérieure	Rayon de la Face postérieura
premier	$\frac{aa}{-2,81260a-4,24922a}$;	$\frac{aa}{+1,10689a-0,32973a}$
second	$\frac{aa}{-0,04177a-1,47839a}$;	$\frac{aa}{+4,20567a+2,76905a}$
troisieme	$\frac{aa}{+1,67095a+0,23433a}$;	$\frac{aa}{+1,99890a+0,56228a}$

IX.

Digitized by Google

IX. Verre Triple.

31.

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face postérieure
premier	$\frac{aa}{+2,44110a+1,00448a}$	$\frac{aa}{+1,72279a+0,28617a}$
ſecond	$\frac{aa}{-0,65767a-2,09429a}$	$\frac{aa}{-1,04803a-2,48465a}$
troiſieme	$\frac{aa}{+1,67095a+0,23433a}$	$\frac{aa}{+1,99890a+0,56228a}$

SCHOLIE I.

32. Voilà donc IX verres triples, qui produiſent l'effet ſouhaité; dont les trois premiers ſont tirés des valeurs 1,33966, 1,33966 & — 1,67932 trouvées pour les lettres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, & les ſix autres des valeurs

1,22828, 1,50000, & — 1,72828.

Parmi les trois verres de tous ces cas, il y en a toujours un qui eſt concave, ou dont la diſtance de foyer eſt négative, celle des deux autres étant poſitive. Ainſi le premier verre, qui regarde l'objet, eſt concave dans les cas: I, IV, & IX: & le troiſieme verre eſt concave dans les cas: II, V, & VI. Enſuite il eſt auſſi bon de remarquer, que les cas I & II ont le premier verre commun, & le troiſieme eſt commun aux cas I & III: or les cas II & III n'ont aucun verre commun. De même, dans les ſix autres cas, le premier verre eſt commun aux cas IV & V; & auſſi aux cas VII & VIII; & encore aux cas VI & IX; or le troiſieme verre eſt commun aux cas IV & VII, & auſſi aux cas V & VI: & encore aux cas VIII & IX.

SCHOLIE II.

33. Ayant dans ce probleme déterminé le cas, où dans l'eſpace de diffuſion

Digitized by Google

$$\frac{\mu x x (a+\gamma)}{a^3 \gamma} ((1-(\nu+3)(1-\mathfrak{A})(1-\mathfrak{B})(1-\mathfrak{C})(a+\gamma)^2 + \nu a \gamma),$$

le cöefficient du terme $(a+\gamma)^2$ évanouir, nous avons trouvé que des trois nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, deux ſont toujours poſitifs & le troiſieme négatif. De là nous pourrons aiſément réſoudre les cas où le cöefficient de $(a+\gamma)^2$ deviendra même négatif. Car cela arrivera, ou ſi un des nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, qui eſt poſitif, eſt plus petit qu'il n'a été trouvé dans notre probleme, ou ſi celui qui eſt négatif, eſt pris plus grand. Or il eſt ſouvent bon d'avoir de tels verres, qui produiſent un eſpace de diffuſion dans l'expreſſion duquel le cöefficient de $(a+\gamma)^2$, ou de $(a+\alpha)^2$, à laquelle forme je réduis toujours les expreſſions, ſoit un nombre négatif, mais très petit: il ſera donc toujours fort aiſé de remplir cette condition, en prenant ou un des nombres poſitifs $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, un peu plus grand qu'il ne doit être pour le cas, où le cöefficient de $(a+\alpha)^2$ doit entierement évanouir.

PROBLEME IV.

Fig 7. 34. *Lorsque quatre verres joints enſemble en* A *repréſentent l'objet* E *par l'image principale en* I, *trouver l'eſpace de diffuſion* Ii, *que produit une ouverture donnée des verres.*

SOLUTION.

Conſidérons d'abord les quatre verres comme éloignés entr'eux, pour avoir le cas traité dans le IX Probleme du Mémoire précédent, & poſons comme là

$$EA = a;\ FB = b;\ GC = c;\ HD = d,$$
$$AF = \alpha;\ BG = \beta;\ CH = \gamma;\ DI = \delta,$$

& nous n'aurons qu'à ſuppoſer $\alpha + b = 0$; $\beta + c = 0$ & $\gamma + d = 0$, ou $\alpha = -b$; $\beta = -c$, & $\gamma = -d$. Enſuite, ſuppoſons comme auparavant les quatre verres tels, que chacun produiſe déjà le plus petit eſpace de diffuſion, & partant leurs faces ſeront telles.

La

Digitized by Google

du verre	Le rayon de la face antérieure	Le rayon de la face postérieure
premier	$\frac{a\alpha}{\sigma a + \tau\alpha}$;	$\frac{a\alpha}{\sigma\alpha + \tau a}$,
ſecond	$\frac{b\mathfrak{G}}{\sigma b + \tau\mathfrak{G}}$;	$\frac{b\mathfrak{G}}{\sigma\mathfrak{G} + \tau b}$,
troiſieme	$\frac{c\gamma}{\sigma c + \tau\gamma}$;	$\frac{c\gamma}{\sigma\gamma + \tau c}$,
quatrieme	$\frac{d\delta}{\sigma d + \tau\delta}$;	$\frac{d\delta}{\sigma\delta + \tau d}$.

Soient de plus les diſtances de foyer de ces verres

du premier $p = \frac{a\alpha}{a + \alpha}$; du ſecond $q = \frac{b\mathfrak{G}}{b + \mathfrak{G}}$;

du troiſieme $r = \frac{c\gamma}{c + \gamma}$; & du quatrieme $= \frac{d\delta}{d + \delta}$,

& poſant le demi-diametre de l'ouverture du verre $= x$, l'eſpace de diffuſion ſera:

$$I = \frac{\mu x x}{aa}\left\{\begin{array}{l} + \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}\gamma\gamma\delta\delta((a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{bbccddp} + \frac{aa\gamma\gamma\delta\delta((b+\mathfrak{G})^2 + \nu b\mathfrak{G})}{\alpha\alpha ccddq} \\ + \frac{aabb\delta\delta((c+\gamma)^2 + \nu c\gamma)}{\alpha\alpha\mathfrak{G}\mathfrak{G}ddr} + \frac{aabbcc((d+\delta)^2 + \nu\delta\delta)}{\alpha\alpha\mathfrak{G}\mathfrak{G}\gamma\gamma s} \end{array}\right\}.$$

Soit maintenant la diſtance de foyer qui conviendroit à un ſeul verre rapporté aux diſtances a & δ, $= \pi$, de ſorte que $\pi = \frac{a\delta}{a + \delta}$, & ſuppoſons

$$p = \frac{\pi}{\mathfrak{A}}; \quad q = \frac{\pi}{\mathfrak{B}}; \quad r = \frac{\pi}{\mathfrak{C}}; \text{ \& } s = \frac{\pi}{\mathfrak{D}},$$

& à cauſe de $\frac{bb}{\alpha\alpha} = 1$; $\frac{cc}{\mathfrak{E}\mathfrak{E}} = 1$; $\frac{dd}{\gamma\gamma} = 1$, l'eſpace de diffuſion ſera exprimé ainſi:

$$Ii = \frac{\mu xx}{aa\pi}\left\{\begin{array}{l} +\frac{\mathfrak{A}\delta\delta}{bb}((a+\alpha)^2+\nu a\alpha)+\frac{\mathfrak{B}aa\delta\delta}{bbcc}((b+\mathfrak{E})^2+\nu b\mathfrak{E}) \\ +\frac{\mathfrak{C}aa\delta\delta}{ccdd}((c+\gamma)^2+\nu c\gamma)+\frac{\mathfrak{D}aa}{dd}((d+\delta)^2+\nu d\delta) \end{array}\right\}.$$

Or les équations

$$\frac{\mathfrak{A}ab}{b-a} = \frac{a\delta}{a+\delta};\ \frac{\mathfrak{B}bc}{c-b} = \frac{a\delta}{a+\delta};\ \frac{\mathfrak{C}cd}{d-c} = \frac{a\delta}{a+\delta};\ \frac{\mathfrak{D}d\delta}{d+\delta} = \frac{a\delta}{a+\delta},$$

donnent

$$\frac{a}{b} = 1 - \mathfrak{A} - \frac{\mathfrak{A}a}{\delta},\ \text{ou}\ \frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{\mathfrak{A}(a+\delta)}{a\delta},$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{b} - \frac{\mathfrak{B}(a+\delta)}{a\delta} = \frac{1}{a} - \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})(a+\delta)}{a\delta},$$

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{c} - \frac{\mathfrak{C}(a+\delta)}{a\delta} = \frac{1}{a} - \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C})(a+\delta)}{a\delta};$$

or on trouve auſſi $\frac{1}{d} = \frac{\mathfrak{D}(a+\delta)}{a\delta} - \frac{1}{\delta}$,

d'où il ſuit $\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D} = 1$.

Mais, poſant $\alpha = -b$; $\mathfrak{E} = -c$, & $\gamma = -d$, l'expreſſion de Ii prendra cette forme:

$$Ii = \frac{\mu xx}{aa\pi}\left\{\begin{array}{l} +\mathfrak{A}\delta\delta\left(\left(\frac{a}{b}-1\right)^2-\frac{\nu a}{b}\right)+\mathfrak{B}aa\delta\delta\left(\frac{1}{cc}-\frac{2}{bc}+\frac{1}{bb}-\frac{\nu}{bc}\right) \\ +\mathfrak{C}aa\delta\delta\left(\frac{1}{dd}-\frac{2}{cd}+\frac{1}{cc}-\frac{\nu}{cd}\right)+\mathfrak{D}aa\left(\left(1+\frac{\delta}{d}\right)^2+\frac{\nu\delta}{d}\right), \end{array}\right.$$

ou bien celle-cy:

$Ii =$

Digitized by Google

$$Li = \frac{\mu\delta\delta x}{\pi}\left\{\begin{array}{l} +\mathfrak{A}\left(\frac{1}{aa}-\frac{\nu-2}{ab}+\frac{1}{bb}\right)+\mathfrak{B}\left(\frac{1}{bb}-\frac{\nu-2}{bc}+\frac{1}{cc}\right) \\ +\mathfrak{C}\left(\frac{1}{cc}-\frac{\nu-2}{cd}+\frac{1}{dd}\right)+\mathfrak{D}\left(\frac{1}{dd}+\frac{\nu+2}{d\delta}+\frac{1}{\delta\delta}\right). \end{array}\right.$$

Or, faiſant ici les ſubſtitutions, on parviendra à cette expreſſion

$$Li = \frac{\mu x x(a+\delta)}{a^3\delta}-((1-(\nu+3)(1-\mathfrak{A})(1-\mathfrak{B})(1-\mathfrak{C})(1-\mathfrak{D}))(a+\delta)^2+\nu a\delta).$$

Et en introduiſant ces lettres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, dont la ſomme doit être égale à l'unité, les faces des verres doivent être faites conformément aux formules ſuivantes:

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face poſtérieure
premier	$\frac{a\delta}{\sigma\mathfrak{A}a+\tau(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\delta-\sigma(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\delta}$	
premier	$\frac{a\delta}{\sigma\mathfrak{A}a+\tau\mathfrak{A}\delta-(\sigma-\tau)(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\delta}$	$\frac{a\delta}{\sigma\mathfrak{A}\delta+(\sigma-\tau)(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\delta+\tau\mathfrak{A}a}$
ſecond	$\frac{a\delta}{\sigma\mathfrak{B}a+(\sigma-\tau)\mathfrak{A}a+\tau\mathfrak{B}\delta-(\sigma-\tau)(\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\delta}$	$\frac{a\delta}{\sigma\mathfrak{B}\delta+(\sigma-\tau)(\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\delta+\tau\mathfrak{B}a-(\sigma-\tau)\mathfrak{A}a}$
troiſieme	$\frac{a\delta}{\sigma\mathfrak{C}a+(\sigma-\tau)(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})a+\tau\mathfrak{C}\delta-(\sigma-\tau)\mathfrak{D}\delta}$	$\frac{a\delta}{\sigma\mathfrak{C}\delta+(\sigma-\tau)\mathfrak{D}\delta+\tau\mathfrak{C}a-(\sigma-\tau)(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})a}$
quatrieme	$\frac{a\delta}{\sigma\mathfrak{D}a+(\sigma-\tau)(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C})a+\tau\mathfrak{D}\delta}$	$\frac{a\delta}{\sigma\mathfrak{D}\delta+\tau\mathfrak{D}a-(\sigma-\tau)(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C})a}$

Or les nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ ſont tels, que poſant $\frac{a\delta}{a+\delta}=\pi$, il ſoit

$$p=\frac{\pi}{\mathfrak{A}};\ q=\frac{\pi}{\mathfrak{B}};\ r=\frac{\pi}{\mathfrak{C}};\ \&\ s=\frac{\pi}{\mathfrak{D}};$$

Digitized by Google

& on pourra prendre pour $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$, tels nombres qu'on voudra, pourvu qu'il ſoit $\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} = 1$.

COROLLAIRE I.

35. Donc, ſi la diſtance de l'objet avant le verre eſt $= a$, & celle de l'image derriere le verre $= \alpha$, & qu'on veuille employer un verre quadruple, en ſorte que poſant $\frac{a\alpha}{a+\alpha} = \pi$, les diſtances de foyer des quatre verres ſoient

$$p = \frac{\pi}{\mathfrak{A}}; \quad q = \frac{\pi}{\mathfrak{B}}; \quad r = \frac{\pi}{\mathfrak{C}}; \quad s = \frac{\pi}{\mathfrak{D}};$$

de ſorte qu'il ſoit $\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} = 1$.

Les faces des quatre verres doivent être travaillées en ſorte, qu'il ſoit:

La face — Pour le premier verre

$$\text{antérieure} = \frac{a\alpha}{\sigma\mathfrak{A}a - \sigma(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha + \tau(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha}$$

$$\text{poſtérieure} = \frac{a\alpha}{\tau\mathfrak{A}a - \tau(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha + \sigma(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha}$$

La face — Pour le ſecond verre

$$\text{antérieure} = \frac{a\alpha}{\sigma(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})a - \tau\mathfrak{A}a - \sigma(\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha + \tau(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha}$$

$$\text{poſtérieure} = \frac{a\alpha}{\tau(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})a - \sigma\mathfrak{A}a - \tau(\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha + \sigma(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha}$$

Lr face — Pour le troiſieme verre

$$\text{antérieure} = \frac{a\alpha}{\sigma(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C})a - \tau(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})a - \sigma\mathfrak{D}\alpha + \tau(\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha}$$

$$\text{poſtérieure} = \frac{a\alpha}{\tau(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C})a - \sigma(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})a - \tau\mathfrak{D}\alpha + \sigma(\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha}$$

La

Digitized by Google

La face antérieure = $\frac{\alpha\alpha}{\sigma(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha-\tau(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C})\alpha+\tau\mathfrak{D}\alpha'}$

Pour le quatrieme verre

poſtérieure = $\frac{\alpha\alpha}{\tau(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})\alpha-\sigma(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C})\alpha+\sigma\mathfrak{D}\alpha'}$

& alors, ſi l'on donne à ce verre une ouverture dont le demi-diametre eſt = x, l'eſpace de diffuſion ſera:

$$\frac{\mu x x(\alpha+\alpha)}{\alpha^3\alpha}((1-(\nu+3)(1-\mathfrak{A})(1-\mathfrak{B})(1-\mathfrak{C})(1-\mathfrak{D})(\alpha+\alpha)^2+\nu\alpha\alpha).$$

Corollaire 2.

36. Si l'on met $\mathfrak{D}=0$, les faces du dernier verre deviennent paralleles entr'elles, & ce verre ne produiſant aucune réfraction, on aura le cas des verres triples expliqué auparavant: & ſi l'on met $\mathfrak{C}=0$ & $\mathfrak{D}=0$, on aura le cas de deux verres, ou des verres doubles expliqué cy-deſſus; & poſant $\mathfrak{B}=0$, $\mathfrak{C}=0$ & $\mathfrak{D}$, il en réſulte le cas d'un verre ſimple, auquel à cauſe de $\mathfrak{A}=1$ l'eſpace de diffuſion devient = $\frac{\mu x x(\alpha+\alpha)}{\alpha^3\alpha}((\alpha+\alpha)^2+\nu\alpha\alpha)$.

Corollaire 3.

37. Si un ſeul des quatre nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, eſt pris égal à l'unité, de ſorte que la ſomme des trois autres ſoit = 0, l'eſpace de diffuſion ſera le même que dans le cas d'un ſeul verre, & partant on ne gagnera rien pour la diminution de la confuſion.

Corollaire 4.

38. L'évolution du cas des verres quadruples nous met en état d'aſſigner aiſément les formules pour la conſtruction des verres quintuples & ſextuples, & de tous les ſuivans: & de déterminer en même tems l'eſpace de diffuſion qu'une ouverture quelconque produira.

Co-

Digitized by Google

COROLLAIRE 5.

39. Si l'on prend les nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, positifs & moindres que l'unité, le cöefficient de $(a + \alpha)^2$ deviendra plus petit que l'unité. Or il sera le plus petit en prenant ces nombres égaux entr'eux. Posons donc pour ce cas

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} = \mathfrak{D} = \tfrac{1}{4},$$

& l'espace de diffusion que ce verre quadruple, produira sera

$$\frac{\mu x x (a+\alpha)}{a^3 \alpha} ((1 - \frac{3^4}{4^4}(\nu + 3)(a+\alpha)^2 + \nu a \alpha), \text{ ou bien}$$

$$\frac{\mu x x (a+\alpha)}{a^3 \alpha} (-0{,}02284\,(a+\alpha)^2 + \nu a \alpha).$$

Or pour ce cas les quatre verres doivent être formés en sorte.

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face postérieure
premier	$= \frac{4a\alpha}{\sigma a - (3\sigma - 4\tau)\alpha}$;	$\frac{4a\alpha}{\tau a + (4\sigma - 3\tau)\alpha}$;
second	$= \frac{4a\alpha}{(2\sigma - \tau)a - (2\sigma - 3\tau)\alpha}$;	$\frac{4a\alpha}{(2\tau - \sigma)a + (3\sigma - 2\tau)\alpha}$;
troisieme	$= \frac{4a\alpha}{(3\sigma - 2\tau)a - (\sigma - 2\tau)\alpha}$;	$\frac{4a\alpha}{(3\tau - 2\sigma)a + (2\sigma - \tau)\alpha}$;
quatrieme	$= \frac{4a\alpha}{(4\sigma - 3\tau)a + \tau\alpha}$;	$\frac{4a\alpha}{(4\tau - 3\sigma)a + \sigma\alpha}$,

ou, en substituant pour σ & τ leurs valeurs,

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face postérieure
premier	$= \frac{4a\alpha}{1{,}62740a - 4{,}11908\alpha}$;	$\frac{4a\alpha}{5{,}93726\alpha + 0{,}19078a}$;

second

Digitized by Google

$$\text{ſecond} = \frac{4na}{3{,}06402a - 2{,}68246a}; \quad \frac{4na}{4{,}50064a - 1{,}24584a};$$

$$\text{troiſieme} = \frac{4na}{4{,}50064a - 1{,}24584a}; \quad \frac{4na}{3{,}06402a - 2{,}68246a};$$

$$\text{quatrieme} = \frac{4na}{5{,}93726a + 0{,}19078a}; \quad \frac{4na}{1{,}62740a - 4{,}11908a}.$$

PROBLEME V.

40. *Ayant trouvé l'eſpace de diffuſion pour les verres quadruples en général, déterminer les cas où, dans l'expreſſion de l'eſpace de diffuſion, le cöefficient du membre $(a + \alpha)^2$ évanouiſſe.*

SOLUTION.

Pour que l'eſpace de diffuſion devienne $= \frac{\mu\nu xx\,(a+\alpha)}{aa}$, il faut déterminer les nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, en ſorte qu'il ſoit

$$(1-\mathfrak{A})\,(1-\mathfrak{B})\,(1-\mathfrak{C})\,(1-\mathfrak{D}) = \frac{1}{\nu+3} = 0{,}30934,$$

ce qui ſe peut faire d'une infinité de manieres, de ſorte pourtant qu'il ſoit $\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} = 1$. Or, afin que les rayons des faces ne deviennent pas trop petits, il faut que ces nombres ſoient auſſi petits qu'il eſt poſſible; & il eſt évident qu'il y aura des cas où ces nombres ſeront à peu près égaux: poſons donc

$$\mathfrak{A} = \tfrac{1}{4} + z;\ \mathfrak{B} = \tfrac{1}{4} + z;\ \mathfrak{C} = \tfrac{1}{4} + z,\ \&\ \mathfrak{D} = \tfrac{1}{4} - 3z,$$

pour avoir

$$(\tfrac{3}{4} - z)^3\ (\tfrac{3}{4} + 3z) = 0{,}30934, \text{ ou}$$

$$0{,}00715 = \tfrac{27}{8}zz - 6z^3 + 3z^4,$$

d'où nous tirons à peu près

$$\text{ou } z = 0{,}04787, \text{ ou } z = -0{,}04419,$$

& la premiere valeur donne

Digitized by Google

$\mathfrak{A} = 0,29787$; $\mathfrak{B} = 0,29787$; $\mathfrak{C} = 0,29787$; $\mathfrak{D} = 0,10639$.

Or ces nombres approcheront encore plus de l'égalité, ſi nous poſons

$\mathfrak{A} = \frac{1}{4} + z$; $\mathfrak{B} = \frac{1}{4} - z$; $\mathfrak{C} = \frac{1}{4} + z$; $\mathfrak{D} = \frac{1}{4} - z$,

d'où l'on trouve $z = 0,07962$, & partant

$\mathfrak{A} = 0,32962$; $\mathfrak{B} = 0,17038$; $\mathfrak{C} = 0,32962$; $\mathfrak{D} = 0,17038$;

& puiſqu'il eſt permis de changer l'ordre de ces nombres à plaiſir, ces valeurs nous fourniront la conſtruction des verres quadruples ſuivans.

I. Verre Quadruple.

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face poſtérieure
premier	$\frac{4aa}{2,14569a - 3,60079\alpha}$;	$\frac{4aa}{5,99802\alpha + 0,25154a}$;
ſecond	$\frac{4aa}{3,00326a - 2,74322\alpha}$;	$\frac{4aa}{3,96235\alpha - 1,76413a}$;
troiſieme	$\frac{4aa}{5,01893a - 0,72755\alpha}$;	$\frac{4aa}{3,12478\alpha - 2,62170a}$;
quatrieme	$\frac{4aa}{5,87650a + 0,13002\alpha}$;	$\frac{4aa}{1,10911\alpha - 4,63737a}$.

II. Verre Quadruple.

du verre	Rayon de la face antérieure	Rayon de la face poſtérieure
premier	$\frac{4aa}{1,10911a - 4,63737\alpha}$;	$\frac{4aa}{5,87650\alpha + 0,13002a}$;
ſecond	$\frac{4aa}{3,12478a - 2,62170\alpha}$;	$\frac{4aa}{5,01893\alpha - 0,72755a}$;
troiſieme	$\frac{4aa}{3,96235a - 1,76413\alpha}$;	$\frac{4aa}{3,00326\alpha - 2,74322a}$;

qua-

Digitized by Google

quatrieme $\frac{4na}{5,99802a + 0,25154\alpha}$; $\frac{4na}{2,14569\alpha - 3,60079a}$.

CONCLUSION.

41. Puiſque je ſuppoſe que ces verres multiples ſont joints immédiatement enſemble, de ſorte que tant leur épaiſſeur que leurs diſtances entr'elles puiſſent être négligées dans le calcul, on pourra dans la compoſition de pluſieurs verres, dont j'ai déterminé la confuſion dans le Mémoire précédent, regarder ces verres multiples comme des verres ſimples, & les ſubſtituer à leur place, entant qu'ils ſont rapportés aux mêmes deux diſtances a, α, ou b, β, ou c, γ &c. auxquelles les ſimples ont été rapportés. Par ce moyen, il y aura beaucoup à gagner, puisque ces verres multiples produiront une beaucoup plus petite confuſion, laquelle peut même quelquefois être réduite à rien. Or le calcul, pour déterminer la quantité de la confuſion, ne devient pas pour cela plus difficile, & pourra même reſter le même comme il eſt détaillé vers la fin du Mémoire précédent, pourvu qu'on y faſſe quelques petits changemens, lorsqu'on fait uſage de quelque verre multiple au lieu d'un verre ſimple. Car, de quelque verre qu'on ſe ſerve, ſoit qu'il ſoit ſimple ou multiple, lorsqu'il eſt déterminé par les deux diſtances a & α, & que le demi-diametre de ſon ouverture eſt $= x$, l'eſpace de diffuſion eſt toujours contenu dans cette forme

$$\frac{\mu x x (a+\alpha)}{a^3 \alpha} (\lambda (a+\alpha)^2 + \nu a\alpha),$$

& toute la différence ſe trouve dans le ſeul caractere λ, lequel devient $= 1$, lorsque le verre eſt ſimple: or, pour les verres doubles les plus parfaits, on doit mettre $\lambda = 0,19183$, ſuivant le §. 11. Quand le verre eſt triple de la conſtruction du §. 20, on aura $\lambda = 0,04217$; mais, quand il eſt de la conſtruction décrite au §. 22. alors il y aura $\lambda = 0$. Quand on fera uſage d'un verre quadruple de la conſtruction du §. 39, on mettra $\lambda = -0,02289$, mais les verres quadruples de la derniere conſtruction §. 40 auront $\lambda = 0$. Cela remarqué,

qué, les formules données dans les §§. 54. 55. 56 &c. ſeront rendues plus générales pour s'étendre auſſi à des verres multiples quelconques, quand on multipliera les formules $(a+\alpha)^2$, $(b+\mathfrak{G})^2$, $(c+\gamma)^2$ &c. par les nombres λ, λ', λ'' &c. dont chacun obtiendra ſa valeur déterminée par la nature du verre auquel il ſe rapporte. Enſuite, les derniers membres de chaque cas doivent auſſi être multipliés par un ſemblable nombre λ; ainſi, pour le cas d'un ſeul verre, la confuſion ſera $\frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{\lambda}{aap}$, pour le cas de deux verres, elle ſera:

$$\frac{\mu b x^3}{4a}\left(\frac{\lambda(a+\alpha)^2+\nu a\alpha}{aabbp}+\frac{\lambda'}{a\alpha q}\right),$$

pour le cas de trois verres:

$$\frac{\mu bcx^3}{4a\mathfrak{G}}\left(\frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}(\lambda(a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{aabbccp}+\frac{\lambda'(b+\mathfrak{G})^2+\nu b\mathfrak{G}}{a\alpha ccq}+\frac{\lambda'' bb}{aa\mathfrak{G}\mathfrak{G}r}\right),$$

où λ ſe rapporte au premier verre, λ' au ſecond, λ'' au troiſieme &c. Il ſeroit ſuperflu de répéter ici avec cette correction les formules pour les cas de 4, 5 & 6 verres.

NOU-

Digitized by Google

NOUVELLE MANIERE DE PERFECTIONNER LES VERRES OBJECTIFS DES LUNETTES.

PAR M. EULER.

1.

La perfection des verres objectifs dépend uniquement de l'ouverture qu'ils admettent, & de deux verres qui ont la même distance de foyer; celui-là est le plus excellent, qui souffre une plus grande ouverture, sans qu'il produise une plus grande confusion. Car c'est la confusion qui met des bornes à l'ouverture des verres, comme nous avons vu que l'espace de diffusion est proportionnel au quarré du diametre de l'ouverture: ainsi, quand un verre produit une trop grande confusion, il en faut rétrecir l'ouverture: mais par ce moyen on perd autant de la clarté, qui est un article presque aussi essentiel que la distinction. C'est donc toujours aux dépens de la clarté qu'on diminue la confusion, & réciproquement aux dépens de la distinction qu'on augmente la clarté. D'où l'on doit conclure, qu'un verre est d'autant plus parfait, qu'il fournit plus de clarté, le degré de confusion étant le même. Or, puisqu'il est presque impossible de delivrer les verres de toute la confusion, on a fixé par l'expérience un certain dégré de confusion, dont l'effet dans la vision est insensible: & de là il faut diminuer l'ouverture des verres, jusqu'à ce que la confusion qu'ils produisent soit portée à ce degré.

2. Ce degré fixé de confusion détermine donc l'ouverture des verres objectifs; & chaque verre acquiert par là sa juste ouverture.

Digitized by Google

Or on trouve que, plus le foyer d'un verre en eſt éloigné, plus auſſi eſt grande l'ouverture qu'il admet: & c'eſt la raiſon, pourquoi on eſt obligé d'employer des verres objectifs d'une grande diſtance de foyer, quand on veut groſſir beaucoup les objets, & les grandes multiplications ne demandent des verres objectifs d'une grande diſtance de foyer, qu'entant que ces verres admettent une plus grande ouverture. Car, plus on veut groſſir les objets, plus il faut de lumiere pour procurer un ſuffiſant degré de clarté; or la quantité de lumiere dépend de l'ouverture du verre objectif: de là il eſt clair, que ſi l'on avoit deux verres qui admettroient une égale ouverture, quoique leurs diſtances de foyer fuſſent différentes, ils pourroient être employés à produire la même multiplication.

3. Donc, pour perfectionner les verres objectifs, il s'agit de trouver de tels verres, qui admettent la plus grande ouverture, ou ce qui revient au même, qui ayant une ouverture donnée produiſent la moindre confuſion. Or cela doit s'entendre des verres d'une égale diſtance de foyer, car ſi l'on vouloit augmenter la diſtance de foyer, il ne ſeroit pas difficile d'obtenir une auſſi grande ouverture qu'on voudroit. Le plus grand avantage ſera donc de trouver de tels verres, qui ayant, une petite diſtance de foyer, admettent une ouverture auſſi grande que les verres ordinaires, dont la diſtance de foyer eſt fort grande. Par ce moyen on parviendroit à des lunettes aſſés courtes, qui produiroient le même effet que les grandes lunettes ordinaires; ce qui ſeroit le plus grand avantage qu'on puiſſe ſouhaiter. On a remarqué, que ſi l'on veut groſſir cinquante fois le diametre des objets, il faut employer un verre objectif qui admette une ouverture de trois pouces en diametre; pour cet effet, en ſe ſervant des verres ordinaires, l'objectif doit avoir 30 pieds de foyer. On gagneroit donc beaucoup ſi l'on pouvoit trouver un verre d'une moindre diſtance de foyer, qui admît la même ouverture, & le profit ſeroit d'autant plus grand que la diſtance de ce verre ſeroit plus petite.

4. Ayant donc déterminé non ſeulement les verres ſimples qui produiſent la plus petite confuſion, mais ayant auſſi donné la conſtruc-

Digitized by Google

ſtruction des verres doubles, triples & quadruples, qui peuvent être ſubſtitués à la place des ſimples, & qui produiſent encore une beaucoup plus petite confuſion, il ſera aiſé de tirer de là tout ce qu'il faut pour la perfection des verres objectifs des lunettes. On pourra même donner des verres objectifs triples & quadruples, qui ne produiſent point du tout de confuſion; & puisque ces verres admettront une auſſi grande ouverture que leur figure le permet, ils nous fourniront les verres objectifs les plus parfaits qu'on peut ſouhaiter.

5. Il eſt donc clair que la perfection des lunettes dépend de la ſolution de ce probleme: *de trouver parmi tous les verres tant ſimples que multiples, qui ont la même diſtance de foyer, celui qui admet la plus grande ouverture.* Or je parle ici des verres dont les faces ſont exactement ſphériques, puisque c'eſt la figure qu'il eſt le moins difficile de donner aux verres. Cependant on s'écarte bien ſouvent de cette figure, ſurtout les artiſtes qui n'apportent pas tous les ſoins poſſibles à leur travail; & de là vient qu'un verre n'admet pas ſouvent une auſſi grande ouverture qu'il devroit admettre ſuivant le calcul. Mais, puisque la figure ſphérique n'eſt pas la plus convenable pour les verres dioptriques, il pourroit bien quelquefois arriver que l'ouvrier s'écartât ſi heureuſement de la figure ſphérique, que le verre admettroit encore une plus grande ouverture, ce qui ſeroit ſans doute un grand avantage; mais, puiſqu'on ne peut pas conter ſur un hazard ſi heureux, & qu'il ſemble même impoſſible de donner aux verres une autre figure preſcrite avec exactitude que la ſphérique, on eſt obligé dans la théorie de s'arrêter uniquement à cette figure.

6. Je commencerai donc par les verres ſimples, & je remarque d'abord, que l'expérience a déjà donné à connoitre, qu'il y a une grande différence entre les verres d'une même diſtance de foyer. Cette diſtance étant donnée, on peut faire des verres qui ſont, ou plano-convexes, ou convexes des deux côtés, ou enfin des ménisques. Or on a obſervé, que les ménisques n'admettent qu'une très petite ouverture, ſurtout quand la concavité eſt conſidérable; & un verre plano-convexe

vexe admet à peu près la plus grande ouverture, quand on tourne ſa face convexe vers l'objet. Mais, par ce que j'ai expliqué cy-deſſus, on peut conclure qu'un verre convexe des deux côtés, dont un rayon eſt à l'autre dans la raiſon de 2 à 17, eſt le plus propre pour ce deſſein, quand on tourne vers l'objet la face la plus convexe. Mr. Huygens avoit mis ce rapport comme 1 à 6, ayant ſuppoſé la raiſon de réfraction de l'air dans le verre comme 3 à 2; mais, puisque ce rapport eſt plus exactement comme 31 à 20, il s'enſuit de là le rapport comme 2 à 17 à peu près.

7. Quand je traitai cette matiere en général, pour la pouvoir appliquer à tous les verres, j'ai nommé la diſtance de l'objet devant le verre $= a$, & la diſtance de l'image après le verre $= \alpha$, & en poſant le demi-diametre de l'ouverture du verre $= x$, l'eſpace de diffuſion a été trouvé exprimé en ſorte:

$$\frac{\mu x x\,(a + \alpha)}{a^3 \alpha}\,(\lambda\,(a + \alpha)^2 + \nu a \alpha),$$

où j'ai mis pour abréger $\mu = 0{,}93819$, & $\nu = 0{,}23269$; mais la lettre λ dépend de la nature du verre, ſelon qu'il eſt ſimple ou multiple. Or à préſent, comme il s'agit ſeulement des verres objectifs, il faut poſer la diſtance de l'objet $a = \infty$, & partant l'eſpace de diffuſion ſera $= \frac{\lambda \mu x x}{\alpha}$. Dans ce cas, la diſtance de l'image α eſt égale à la diſtance de foyer du verre: donc, ſi nous nommons la diſtance de foyer du verre $= p$, l'eſpace de diffuſion ſera en général $= \frac{\lambda \mu x x}{p}$, d'où je tire la conſtruction des verres ſuivans, qui ſont les plus parfaits dans leur eſpece.

I. *Des verres objectifs ſimples.*

8. Les plus parfaits de cet ordre donnent $\lambda = 1$, & l'eſpace de diffuſion $= \frac{\mu x x}{p}$. Or la diſtance de foyer étant donnée

$= f$,

Digitized by Google

$= p$, les deux faces de ce verre doivent être formées en ſorte.

Le rayon de la face $\begin{cases} \text{antérieure} = \dfrac{p}{1{,}62740} = 0{,}61448\,p, \\ \text{poſtérieure} = \dfrac{p}{0{,}19078} = 5{,}24164\,p. \end{cases}$ Fig. 9.

II. *Des verres objectifs doubles.*

9. Les plus parfaits de cet ordre donnent $\lambda = 0{,}19183$, & partant l'eſpace de diffuſion $= 0{,}19183\,\dfrac{\mu x x}{p}$, qui eſt plus que 5 fois plus petit que dans le cas des verres ſimples. Et ſi la diſtance de foyer eſt $= p$, les faces doivent être formées en ſorte:

Le rayon de la face

du premier verre $\begin{cases} \text{antérieure} = \dfrac{2p}{1{,}62740} = 1{,}22896\,p, \\ \text{poſtérieure} = \dfrac{2p}{0{,}19078} = 10{,}48328\,p, \end{cases}$ Fig. 10.

du ſecond verre $\begin{cases} \text{antérieure} = \dfrac{2p}{3{,}06402} = +\,0{,}65274\,p, \\ \text{poſtérieure} = \dfrac{-\,2p}{1{,}24584} = -\,1{,}60534\,p. \end{cases}$

III. *Des verres objectifs triples.*

10. Conſidérons premierement ces verres triples, qui produiſent encore un eſpace de diffuſion, mais qui eſt le plus petit dans ſon eſpece. Pour ces verres nous avons $\lambda = 0{,}04217$, & l'eſpace de diffuſion $= 0{,}04217 \cdot \dfrac{\mu x x}{p}$, qui eſt preſque 24 fois plus petit,

Digitized by Google

que ſi l'on employoit un verre ſimple. Or les faces de ces verres doivent être formées en ſorte :

Fig. 11.

Le rayon de la face

du premier verre { antérieure $= \frac{3p}{1,62740} = + 1,84344\,p$,
poſtérieure $= \frac{3p}{0,19078} = + 15,72492\,p$,

du ſecond verre { antérieure $= \frac{3p}{3,06402} = + 0,97211\,p$,
poſtérieure $= \frac{-3p}{1,24584} = - 2,40801\,p$,

du troiſieme verre { antérieure $= \frac{3p}{4,50064} = + 0,66657\,p$,
poſtérieure $= \frac{-3p}{2,68246} = - 1,11838\,p$.

IV. *Des verres objectifs triples qui ne produiſent aucune confuſion.*

11. J'ai trouvé pluſieurs eſpeces de verres triples, qui ne produiſent point de confuſion, puisque la valeur de λ y eſt égale à zéro. En voici donc les 3 premieres eſpeces, que j'ai développées dans le précédent Mémoire, comme les plus propres à la pratique.

Premiere Espece.

Fig. 12.

Le rayon de la face

du premier verre { antérieure $= \frac{p}{2,18016} = + 0,45868\,p$,
poſtérieure $= \frac{p}{0,25558} = + 3,91267\,p$,

du

du ſecond verre { antérieure $= \frac{-p}{0,80834} = -1,23710\,p$, poſtérieure $= \frac{-p}{2,24496} = -0,44544\,p$,

du troiſieme verre { antérieure $= \frac{p}{1,69220} = +0,59094\,p$, poſtérieure $= \frac{p}{0,74354} = +1,34493\,p$.

SECONDE ESPECE.

Le rayon de la face

du premier verre { antérieure $= \frac{p}{2,18016} = +0,45868\,p$, poſtérieure $= \frac{p}{0,25558} = +3,91267\,p$, Fig. 13.

du ſecond verre { antérieure $= \frac{p}{4,10475} = +0,24362\,p$, poſtérieure $= \frac{-p}{1,66900} = -0,59916\,p$,

du troiſieme verre { antérieure $= \frac{p}{1,11624} = +0,89586\,p$, poſtérieure $= \frac{-p}{4,16955} = -0,23984\,p$.

TROISIEME ESPECE.

Le rayon de la face

du premier verre { antérieure $= \frac{-p}{2,73293} = -0,36591\,p$, Fig. 14 poſtérieure $= \frac{-p}{0,32038} = -3,12130\,p$,

Digitized by Google

$$\text{du second verre}\begin{cases}\text{antérieure} = \dfrac{-p}{0,23238} = -4,30330\,p,\\ \text{postérieure} = \dfrac{p}{2,66813} = +0,37479\,p,\end{cases}$$

$$\text{du troisieme verre}\begin{cases}\text{antérieure} = \dfrac{p}{1,69220} = +0,59094\,p,\\ \text{postérieure} = \dfrac{p}{0,74354} = +1,34802\,p.\end{cases}$$

V. *Des verres objectifs quadruples qui ne produisent aucune confusion.*

12. Puisque nous avons déjà des verres triples, qui sont délivrés de toute confusion, il semblera superflu de rapporter des quadruples. Mais, puisque dans les triples il y a des faces dont le rayon est fort petit, on fera souvent mieux de se servir plutôt des quadruples, desquels je n'ai rapporté que les especes qui ont des faces le moins courbes. En voici donc les deux especes que j'y ai développées; accommodées à notre dessein.

Premiere Espece.

Le rayon de la face

Fig. 15.

$$\text{du premier verre}\begin{cases}\text{antérieure} = \dfrac{p}{0,53642} = +1,86421\,p,\\ \text{postérieure} = \dfrac{p}{0,06288} = +15,90367\,p,\end{cases}$$

$$\text{du second verre}\begin{cases}\text{antérieure} = \dfrac{p}{0,75081} = +1,33190\,p,\\ \text{postérieure} = \dfrac{-p}{0,44103} = -2,26742\,p,\end{cases}$$

du

Digitized by Google

du troiſieme verre { antérieure $= \frac{p}{1,25473} = + 0,79700\ p$, ; poſtérieure $= \frac{-p}{0,65542} = - 1,52576\ p$, :

du quatrieme verre { antérieure $= \frac{p}{1,46912} = + 0,68069\ p$, ; poſtérieure $= \frac{-p}{1,15934} = - 0,86257\ p$.

SECONDE ESPECE.

Le rayon de la face

du premier verre { antérieure $= \frac{p}{0,27728} = + 3,60647\ p$, ; poſtérieure $= \frac{p}{0,03250} = + 30,76923\ p$,

Fig. 16.

du ſecond verre { antérieure $= \frac{p}{0,78119} = + 1,28010\ p$, ; poſtérieure $= \frac{-p}{0,18189} = - 5,49783\ p$,

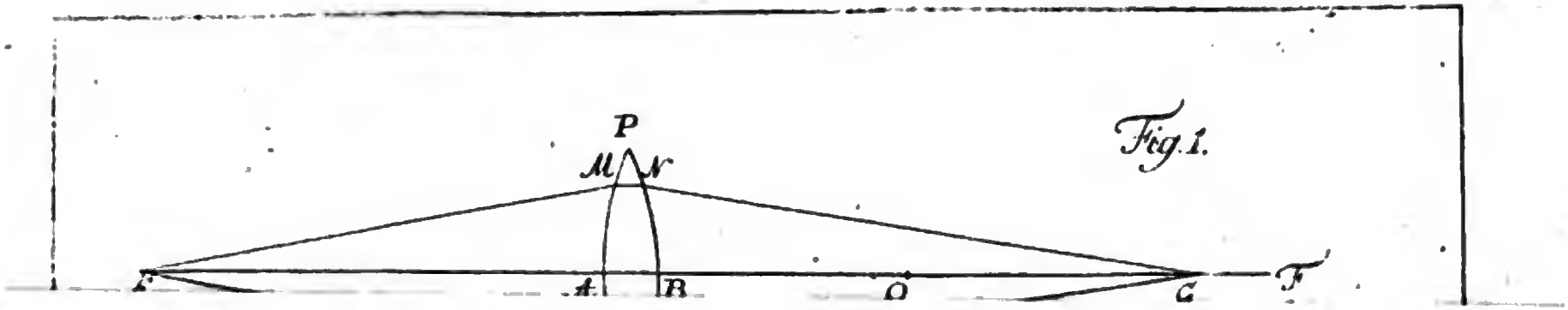
du troiſieme verre { antérieure $= \frac{p}{0,99059} = + 1,00950\ p$, ; poſtérieure $= \frac{-p}{0,68580} = - 1,45817\ p$,

du quatrieme verre { antérieure $= \frac{p}{1,49950} = + 0,66689\ p$, ; poſtérieure $= \frac{-p}{0,90020} = - 1,11085\ p$.

Digitized by Google

13. Voici donc cinq verres objectifs qui ne produiſent aucune confuſion, trois triples & deux quadruples. Si la pluralité des verres ne ſemble pas convenable, les triples mériteront la préférence, mais, ſi l'on demande une grande ouverture, on employera avec plus de ſuccès les quadruples. Car, ſi l'on ne veut admettre qu'une ouverture, qui ne comprenne que 60 dégrés de la face la plus courbée, le demi-diametre de l'ouverture de la premiere eſpece des verres triples ſera $= 0,2227\,p$, ou $= \frac{2}{9}\,p$; & de la ſeconde eſpece $= 0,1199\,p$, ou $\frac{1}{8}\,p$; & de la troiſieme eſpece $= 0,1830\,p$, ou $\frac{1}{6}\,p$. Or, en ſe ſervant des verres quadruples, la premiere eſpece admettra une ouverture, dont le demi-diametre ſera $= 0,340\,p$, & de la ſeconde eſpece $= 0,3334\,p$, ou de l'une & de l'autre à peu près $= \frac{1}{3}\,p$. Or, dans les lunettes qui doivent groſſir beaucoup, il y a encore d'autres circonſtances auxquelles on peut ſatisfaire par une moindre ouverture, & dans ces cas on pourra ſe ſervir avec le même ſuccès des objectifs triples.

Digitized by Google


P
M
N
Fig. 1.
F
A
B
O
C
T

DÉTERMINATION
DU
CHAMP APPARENT QUE DÉCOUVRENT,
TANT LES TÉLESCOPES QUE LES MICROSCOPES.

PAR M. L. EULER.

I.

Les Téleſcopes & Microſcopes découvrent à la fois un eſpace circulaire, qu'on nomme leur champ apparent, & qu'on meſure par le demi-diametre dudit eſpace circulaire. Il y a pourtant une différence dans la meſure de ce champ, lorsqu'il s'agit des Téleſcopes & des Microſcopes. Dans ces derniers inſtrumens on meſure la quantité de la partie de l'objet, qu'on découvre à la fois en exprimant ſon demi-diametre en pouces & en parties de pouce: pendant que pour les Téleſcopes on meſure l'arc du Ciel, que le champ apparent renferme, en exprimant ſon demi-diametre par dégrés & minutes, comme il eſt de coûtume de faire dans l'Aſtronomie. Cependant l'une & l'autre maniere peut être compriſe ſous une même meſure: car, en ſuppoſant la diſtance des objets $= a$, & le demi-diametre de l'eſpace circulaire auquel s'étend la vûe, $= e$, cette quantité e donne le demi-diametre du champ apparent pour les Microſcopes: or la fraction $\frac{e}{a}$ donne celui pour les Téleſcopes.

2. La recherche du champ apparent renferme auſſi celle du lieu le plus propre pour l'oeil; qui eſt un point dans l'axe de l'inſtrument, d'où l'on découvre le plus grand champ, de ſorte que ſi l'oeil étoit placé hors de cet endroit, il verroit un moindre eſpace. Ainſi

ces

Digitized by Google

ces deux recherches ſont tellement liées entr'elles, qu'on ne ſauroit déterminer le plus grand champ apparent, ſans aſſigner à l'oeil le lieu néceſſaire pour voir ce champ tout entier. Je vais donc déterminer l'un & l'autre, ſans aucune diſtinction tant pour les Téleſcopes que les Microſcopes, afin qu'on puiſſe enſuite appliquer le réſultat de mes recherches à l'une & à l'autre eſpece de ces inſtrumens. Puiſqu'un ſeul verre ne limite pas le champ apparent, je commencerai d'abord par les inſtrumens qui ſont compoſés de deux verres.

PROBLEME I.

3. *L'inſtrument dioptrique étant compoſé de deux verres* PP & QQ, *rangés ſur le même axe* EO, *trouver le champ apparent & le lieu de l'oeil* O.

SOLUTION.

Planche VII. Fig. 1. Soit $Ee = e$ le demi-diametre de l'eſpace viſible, & Ff ſon image préſentée par le premier verre PP. Nommons les diſtances: $EA = a$, $AF = \alpha$, $FB = b$, & $BO = k$; ſoit de plus la diſtance de foyer du verre $PP = p$, & du verre $QQ = q$, & l'on aura

$$p = \frac{a\alpha}{a + \alpha}, \text{ \& } q = b; \text{ \& } Ff = \frac{\alpha}{a} e.$$

Cela poſé j'obſerve que l'ouverture du verre objectif PP, ne contribue rien au champ apparent; car quoiqu'un point de l'objet au delà de e puiſſe être vu par des rayons qui ne paſſent pas par le centre A du verre objectif, il paroitra plus obſcurément, & par cette raiſon je n'étens le champ apparent que juſqu'à ce point e, qui eſt le dernier de ceux qu'on peut appercevoir par des rayons qui paſſent par le milieu A du verre objectif. Je regarderai donc ici l'ouverture du verre objectif PP, comme infiniment petite, mais pour le verre oculaire QQ, puiſque ſon ouverture dépend de ſa diſtance de foyer, j'en marquerai le demi-diametre par ϑq, qui ſera donc $= \vartheta b$. Le rayon donc qui paſſe du point e, par le milieu A, du verre objectif, rencontrera le verre

Digitized by Google

verre oculaire en Q de ſorte que $a : e = \alpha + b : BQ$, donc $BQ = \frac{\alpha + b}{a} e$; mais, ſi e eſt le dernier point de l'objet qui puiſſe être vu, il faut que BQ ſoit égal au demi-diametre de l'ouverture du verre QQ, qui eſt $= \theta b$, d'où nous trouvons le demi-diametre du champ apparent:

$$e = \frac{\theta a b}{\alpha + b}, \text{ \& } \frac{e}{a} = \frac{\theta b}{\alpha + b}.$$

Mais le verre QQ repréſentera ce point dans la droite Bf à une diſtance infinie, & le rayon qui en eſt transmis, paſſant par le point Q, ſera parallele à la droite Bf, & rencontrera l'axe en O, de ſorte que $Ff : BF = BQ : BO$, d'où l'on tire $BO = BQ \cdot \frac{ab}{\alpha e} = \frac{(\alpha + \mathfrak{G})b}{\alpha}$.

Donc, pour que l'oeil reçoive ce rayon, puisqu'il doit être placé dans l'axe BO derriere le verre oculaire QQ, ſon lieu ſera au point O, & partant ſa diſtance derriere le verre oculaire $BO = k = \frac{(\alpha + b)b}{\alpha}$,

ou $\frac{k}{b} = \frac{\alpha + b}{\alpha}$.

PROBLEME II.

4. *L'inſtrument dioptrique étant compoſé de trois verres* PP, QQ & RR, *rangés ſur le même axe* EO, *trouver le champ apparent & le lieu de l'oeil* O. Fig 1.

SOLUTION.

Soit $Ee = e$ le demi-diametre viſible de l'objet, Ff ſa premiere image, & Gg la ſeconde. Nommons les diſtances:

$EA = a$; $AF = \alpha$; $BF = b$; $BG = \mathfrak{G}$; $GC = c$ & $CO = k$,

& de là nous aurons pour la grandeur des images:

$$Ff = \frac{\alpha}{a} e, \text{ \& } Gg = \frac{\alpha \mathfrak{G}}{ab} e.$$

Digitized by Google

Soient de plus les distances de foyer des verres PP $= p$; QQ $= q$, & RR $= r$, & on aura

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}; \quad q = \frac{b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}, \text{ \& } r = c.$$

Que l'ouverture du verre objectif PP soit regardée comme évanouissante, mais soit le demi-diametre de l'ouverture du verre QQ $= \theta q$ $= \frac{\theta l \mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}$, & du verre RR $= \theta' r = \theta' e$. Maintenant le rayon $eAfb$ du point e de l'objet rencontrera le second verre en b, de sorte que $Bb = \frac{a+b}{a} e$, de là il passera par le point g & tombera sur le troisieme verre en R. Pour trouver ce point, on a cette proportion $BG : Bb + Gg = BC : Bb + CK$, d'où l'on tire:

$$CR + Bb = \frac{\mathfrak{G}+c}{\mathfrak{G}} (Bb + Gg), \text{ ou bien:}$$

$$CR = \frac{e}{\mathfrak{G}} \cdot \frac{a+b}{\alpha} e + \frac{\mathfrak{G}+c}{\mathfrak{G}} \cdot \frac{a\mathfrak{G}}{ab} e = \left(\frac{c(a+b)}{\mathfrak{G}} + \frac{a(\mathfrak{G}+c)}{b} \right) \cdot \frac{e}{a}.$$

Mais, si e est le dernier point qui puisse être vu, il faut qu'il soit ou $Bb = \frac{\theta b \mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}$, ou $CR = \theta' c$; de ces deux équations on tirera deux valeurs pour e, lesquelles, si elles sont inégales, ce sera la plus petite qui donnera la juste valeur pour e, nous aurons donc pour le demi-diametre du champ apparent ces deux déterminations.

I. $\frac{e}{a}(a+b) = \frac{\theta b \mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}$.

II. $\frac{e}{a}\left(\frac{c(a+b)}{\mathfrak{G}} + \frac{a(\mathfrak{G}+c)}{b} \right) = \theta' c$,

dont la plus petite doit être prise pour la juste valeur de e.

En-

Digitized by Google

Enſuite, le point g tenant lieu de l'objet par rapport au verre RR, ſera repréſenté dans la droite Cg prolongée à l'infini; donc le rayon qui paſſe par R étant parallele à Cg, concourra avec l'axe en O, de ſorte que

$$Gg : CG = CR : CO, \text{ donc } CO = \frac{abc}{a\mathfrak{G}e} . CR,$$

d'où nous tirons pour le lieu de l'oeil O

$$CO = k = \frac{bc}{a\mathfrak{G}}\left(\frac{c(a+b)}{\mathfrak{G}} + \frac{a(\mathfrak{G}+c)}{b}\right).$$

PROBLEME III.

5. *L'inſtrument dioptrique étant compoſé de quatre verres* PP, QQ, RR & SS, *rangés ſur le même axe* EO, *trouver le champ apparent & le lieu de l'oeil.* Fig. 3.

SOLUTION.

Soit E$e = e$, le demi-diametre viſible de l'objet: & Ff, Gg, Hh, ſes images ſucceſſivement repréſentées par les verres. Nommons les diſtances:

$$EA = a;\ FB = b;\ GC = c;\ HD = d,$$
$$AF = \alpha;\ BG = \mathfrak{G};\ CH = \gamma;\ \&\ DO = k,$$

& la grandeur des images ſera

$$Ff = \frac{\alpha}{a}e;\ Gg = \frac{\alpha\mathfrak{G}}{ab}e;\ Hh = \frac{\alpha\mathfrak{G}\gamma}{abc}e.$$

enſuite les diſtances de foyer

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha};\ q = \frac{b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}};\ r = \frac{c\gamma}{c+\gamma},\ \&\ s = d.$$

Poſons le demi-diametre de l'ouverture des verres

$$BQ = \theta q = \frac{\theta b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}};\ CR = \theta' r = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma};\ DS = \theta'' s = \theta'' d,$$

Digitized by Google

& considérant le rayon eAb, qui par la réfraction est continué en bc, cS, nous aurons comme auparavant

$$Bb = \frac{e}{a}(a+b); \text{ \& } Cc = \frac{e}{a}\left(\frac{c(a+b)}{\mathfrak{C}} + \frac{a(\mathfrak{C}+c)}{b}\right),$$

& pour trouver DS cette proportion:

$CH : Cc + Hh = CD : Cc + DS$, d'où résulte

$$DS = \frac{DH}{CH} \cdot Cc + \frac{CD}{CH} \cdot Hh, \text{ \& partant}$$

$$DS = \frac{e}{a}\left(\frac{cd}{\mathfrak{C}\gamma}(a+b) + \frac{ad}{b\gamma}(\mathfrak{C}+c) + \frac{a\mathfrak{C}}{bc}(\gamma+d)\right).$$

Nous aurons donc, pour trouver le demi-diametre du champ apparent e, ces trois équations:

I. $$\frac{e}{a}(a+b) = \frac{\theta b \mathfrak{C}}{b+\mathfrak{C}}.$$

II. $$\frac{e}{a}\left(\frac{c}{\mathfrak{C}}(a+b) + \frac{a}{b}(\mathfrak{C}+c)\right) = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}.$$

III. $$\frac{e}{a}\left(\frac{cd}{\mathfrak{C}\gamma}(a+b) + \frac{ad}{b\gamma}(\mathfrak{C}+c) + \frac{a\mathfrak{C}}{bc}(\gamma+d)\right) = \theta'' d.$$

Or, des trois valeurs de e qu'on tire de ces trois équations, ce n'est que la plus petite qui aura lieu.

Pour le lieu de l'œil O, la ligne SO étant parallele à Dh, nous aurons $Hh : HD = DS : DO$, & partant $DO = \frac{HD}{Hh} \cdot DS = \frac{bcd}{a\mathfrak{C}\gamma} \cdot \frac{a}{e} \cdot DS$, d'où nous tirons:

$$DO = k = \frac{bcd}{a\mathfrak{C}\gamma}\left(\frac{cd}{\mathfrak{C}\gamma}(a+b) + \frac{ad}{\mathfrak{C}\gamma}(\mathfrak{C}+c) + \frac{a\mathfrak{C}}{bc}(\gamma+d)\right).$$

PRO-

Digitized by Google

PROBLEME IV.

6. *L'inſtrument dioptrique étant compoſé de cinq verres* PP, QQ, RR, SS & TT, *rangés ſur le même axe* EO, *trouver le champ apparent & le lieu de l'oeil* O. Fig. 4.

SOLUTION.

Soit $Ee = e$ le demi-diametre viſible de l'objet; & Ff, Gg, Hh & Ii, les images préſentées ſucceſſivement par les verres. Poſons donc les diſtances:

$EA = a$; $FB = b$; $GC = c$; $HD = d$; $IE = e$,

$AF = \alpha$; $BG = \mathfrak{G}$; $CH = \gamma$; $DI = \delta$, & $EO = k$,

où il ne faut pas confondre la diſtance $IE = e$ avec l'eſpace $Ee = e$. De là la grandeur des images ſera:

$$Ff = \alpha \cdot \frac{e}{a}; \quad Gg = \frac{\alpha\mathfrak{G}}{b} \cdot \frac{e}{a}; \quad Hh = \frac{\alpha\mathfrak{G}\gamma}{bc} \cdot \frac{e}{a}; \quad Ii = \frac{\alpha\mathfrak{G}\gamma\delta}{bcd} \cdot \frac{e}{a}.$$

Enſuite, pour les diſtances de foyer des verres, nous avons:

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}; \quad q = \frac{b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}; \quad r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}; \quad s = \frac{d\delta}{d+\delta} \text{ \& } t = e.$$

Or, pour les demi-diametres de l'ouverture de chacun, poſons:

$$BQ = \theta q = \frac{\theta b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}; \quad CR = \theta' r = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}; \quad DS = \theta'' s = \frac{\theta'' d\delta}{d+\delta}; \quad ET = \theta''' t = \theta''' e.$$

Cela poſé, nous aurons pour les endroits, où le rayon du point e paſſe par chaque verre comme auparavant:

$$Bb = \frac{e}{a}(\alpha + b); \quad Cc = \frac{e}{a}\left(\frac{c}{\mathfrak{G}}(\alpha + b) + \frac{\alpha}{b}(\mathfrak{G} + c)\right),$$

$$Dd = \frac{e}{a}\left(\frac{cd}{\mathfrak{G}\gamma}(\alpha + b) + \frac{\alpha d}{b\gamma}(\mathfrak{G} + c) + \frac{\alpha\mathfrak{G}}{bc}(\gamma + d)\right).$$

Or, pour le dernier verre, nous trouvons $ET = \frac{EI}{DI} \cdot Dd + \frac{DE}{DI} \cdot Ii$,

& partant

Digitized by Google

$$ET = \frac{e}{a}\left(\frac{cde}{\mathfrak{E}\gamma\delta}(a+b) + \frac{ade}{b\gamma\delta}(\mathfrak{E}+c) + \frac{a\mathfrak{E}e}{bc\delta}(\gamma+d) + \frac{a\mathfrak{E}\gamma}{bcd}(\delta+e)\right),$$

d'où nous tirons ces quatre équations pour trouver le demi-diametre du champ apparent e:

$$\text{I.}\quad \frac{e}{a}(a+b) = \frac{\theta b\mathfrak{E}}{b+\mathfrak{E}}.$$

$$\text{II.}\quad \frac{e}{a}\left(\frac{c}{\mathfrak{E}}(a+b) + \frac{a}{b}(\mathfrak{E}+c)\right) = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}.$$

$$\text{III.}\quad \frac{e}{a}\left(\frac{cd}{\mathfrak{E}\gamma}(a+b) + \frac{ad}{b\gamma}(\mathfrak{E}+c) + \frac{a\mathfrak{E}}{bc}(\gamma+d)\right) = \frac{\theta'' d\delta}{d+\delta}.$$

$$\text{IV.}\quad \frac{e}{a}\left(\frac{cde}{\mathfrak{E}\gamma\delta}(a+b) + \frac{ade}{b\gamma\delta}(\mathfrak{E}+c) + \frac{a\mathfrak{E}e}{bc\delta}(\gamma+d) + \frac{a\mathfrak{E}\gamma}{bcd}(\delta+e)\right) = \theta''' e.$$

Or, de ces quatre équations il n'y a que celle qui donne pour e la plus petite valeur, qui aura lieu.

Enfin, pour le lieu de l'oeil O, on trouvera

$$k = \frac{bcde}{a\mathfrak{E}\gamma\delta}\left(\frac{cde}{\mathfrak{E}\gamma\delta}(a+b) + \frac{ade}{b\gamma\delta}(\mathfrak{E}+c) + \frac{a\mathfrak{E}e}{bc\delta}(\gamma+d) + \frac{a\mathfrak{E}\gamma}{bcd}(\delta+e)\right).$$

PROBLEME V.

7. *L'inſtrument dioptrique étant compoſé d'autant de verres qu'on voudra, tous rangés ſur le même axe* EO, *trouver tant le champ apparent, que le lieu de l'oeil* O.

SOLUTION.

Poſons le demi-diametre de l'eſpace viſible $Ee = z$, & ſuppoſant les images, qui en ſont ſucceſſivement repréſentées en Ff, Gg, Hh &c. ſoient les diſtances

$EA = a$; $FB = b$; $GC = c$; $HD = d$; $IE = e$ &c.

$AF = \alpha$; $BG = \mathfrak{E}$; $CH = \gamma$; $DI = \delta$; $EK = \varepsilon$ &c.

&

Digitized by Google

& la distance de l'oeil depuis le dernier verre soit $= k$. Ensuite, soient p, q, r, s, t &c. les distances de foyer des verres PP, QQ, RR, SS &c. & les demi-diametres de leurs ouvertures:

$x; \theta q; \theta' r; \theta'' s; \theta''' t$ &c.

dont celui du premier verre x n'entre pas ici en considération: & on aura

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}; \; q = \frac{b\mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}; \; r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}; \; s = \frac{d\delta}{d+\delta}; \; t = \frac{e\varepsilon}{e+\varepsilon} \text{ &c.}$$

Posons maintenant pour abréger:

$$\mathfrak{a} = a + b,$$

$$\mathfrak{b} = \mathfrak{G} + c + \frac{bc}{a\mathfrak{G}}\mathfrak{a},$$

$$\mathfrak{c} = \gamma + d + \frac{cd}{\mathfrak{G}\gamma}\mathfrak{b},$$

$$\mathfrak{d} = \delta + e + \frac{de}{\gamma\delta}\mathfrak{c},$$

&c.

& les verres, excepté l'objectif, fourniront les équations suivantes pour le champ apparent:

I. $\frac{z}{a} \cdot \mathfrak{a} = \frac{\theta b \mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}}$ ou $z = \frac{\theta b \mathfrak{G}}{b+\mathfrak{G}} \cdot \frac{a}{\mathfrak{a}}$,

II. $\frac{z}{a} \cdot \frac{\alpha}{b} \cdot \mathfrak{b} = \frac{\theta' c \gamma}{c+\gamma}$, ou $z = \frac{\theta' c \gamma}{c+\gamma} \cdot \frac{a b}{\alpha \mathfrak{b}}$,

III. $\frac{z}{a} \cdot \frac{a\mathfrak{G}}{bc} \cdot \mathfrak{c} = \frac{\theta'' d \delta}{d+\delta}$, ou $z = \frac{\theta'' d \delta}{d+\delta} \cdot \frac{abc}{a\mathfrak{G}\mathfrak{c}}$,

IV. $\frac{z}{a} \cdot \frac{a\mathfrak{G}\gamma}{bcd} \cdot \mathfrak{d} = \frac{\theta''' e \varepsilon}{e+\varepsilon}$, ou $z = \frac{\theta''' e \varepsilon}{e+\varepsilon} \cdot \frac{abcd}{a\mathfrak{G}\gamma\mathfrak{d}}$,

&

Digitized by Google

& de ces valeurs de z celle qui ſera la plus petite, donnera le véritable demi-diamètre du champ apparent.

Or, pour la diſtance de l'œil k depuis le dernier verre oculaire, il faut conſidérer ſéparément chaque nombre de verres, & il ſera évident, que nous aurons

pour le cas d'un verre: $\frac{k}{a} = o$,

pour le cas de 2 verres: $\frac{k}{b} = \frac{\mathfrak{a}}{\alpha}$,

pour le cas de 3 verres: $\frac{k}{c} = \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{G}}$,

pour le cas de 4 verres: $\frac{k}{d} = \frac{\mathfrak{c}}{\gamma}$,

pour le cas de 5 verres: $\frac{k}{e} = \frac{\mathfrak{d}}{\delta}$,

pour le cas de 6 verres: $\frac{k}{f} = \frac{\mathfrak{e}}{\varepsilon}$.

Corollaire.

8. Les valeurs de ces lettres allemandes $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, $\mathfrak{d}$ &c. ſeront donc:

$$\mathfrak{a} = \alpha + b,$$

$$\mathfrak{b} = \mathfrak{G} + c + \frac{bc}{a\mathfrak{G}}(\alpha + b),$$

$$\mathfrak{c} = \gamma + d + \frac{cd}{\mathfrak{G}\gamma}(\mathfrak{G} + c) + \frac{bccd}{a\mathfrak{G}\mathfrak{G}\gamma}\cdot(\alpha + b),$$

$$\mathfrak{d} = \delta + e + \frac{de}{\gamma\delta}(\gamma + d) + \frac{cdde}{\mathfrak{G}\gamma\gamma\delta}(\mathfrak{G} + c) + \frac{bccdde}{a\mathfrak{G}\mathfrak{G}\gamma\gamma\delta}(\alpha + b),$$

&c.

REG-

Digitized by Google

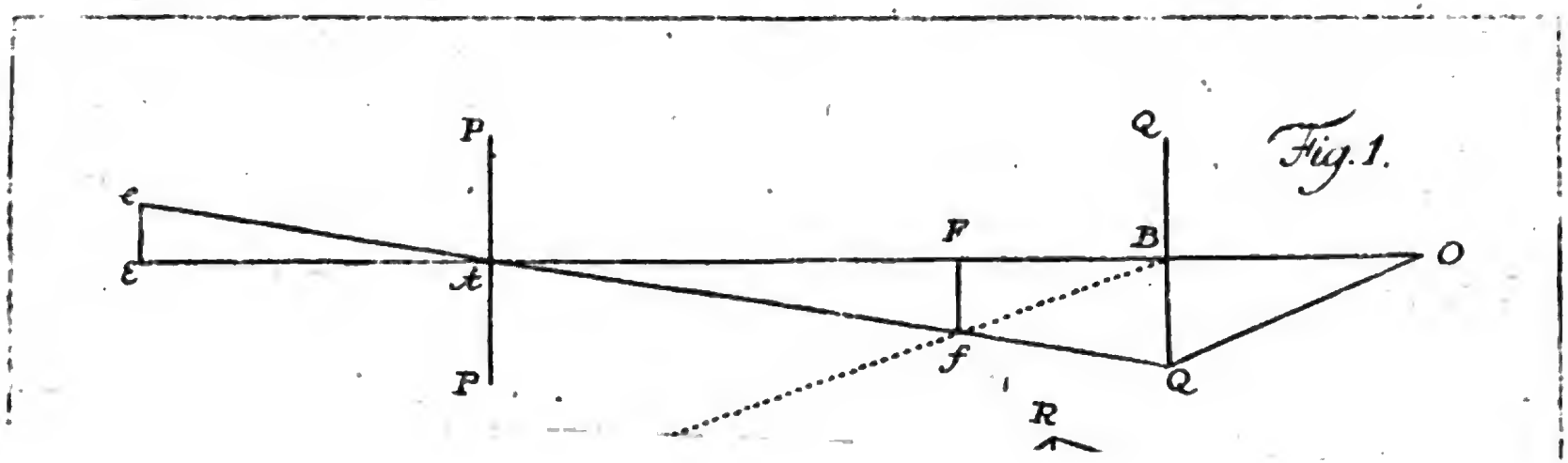


Fig. 1.

REGLES GÉNÉRALES POUR LA CONSTRUCTION DES TÉLESCOPES ET DES MICROSCOPES *)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir expliqué toutes les conditions qui doivent être observées dans la conſtruction des Téleſcopes & des Microſcopes, de quelque nombre de verres qu'ils ſoient compoſés; nous pourrons donner des regles auxquelles il faut ſatisfaire, ſi l'on veut porter ces inſtrumens au plus haut dégré de perfection dont ils ſont ſuſceptibles. Poſons donc, quelque grand que ſoit le nombre des verres, les diſtances:

$EA = a$; $FB = b$; $GC = c$; $HD = d$; $IE = e$ &c.

$AF = \alpha$; $BG = \beta$; $CH = \gamma$; $DI = \delta$; $EK = \varepsilon$ &c.

les diſtances de foyer des verres

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha};\ q = \frac{b\beta}{b+\beta};\ r = \frac{c\gamma}{c+\gamma};\ s = \frac{d\delta}{d+\delta};\ t = \frac{e\varepsilon}{e+\varepsilon}\ \&c.$$

le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif $= x$, celui du ſecond verre $= \theta q$, du troiſieme $= \theta' r$, du quatrieme $= \theta'' s$, du cinquieme $= \theta''' t$ &c.

Enſuite la multiplication $= m$, le demi-diametre du champ apparent $= z$; le demi-diametre du cylindre lumineux qui entre dans l'oeil

*) Lu en 1756.

Digitized by Google

l'oeil $= y$; la diſtance à laquelle nous rapportons la multiplication $= l$; & enfin, ſoit la diſtance de l'oeil derriere le dernier verre $= k$. Cela poſé, les conditions à remplir pour chaque nombre de verres ſeront.

I. Cas *d'un ſeul verre.*

2. Pour ce cas nous avons $\alpha = \omega$ & $p = a$: & les autres conditions ſont

I. La multiplication - - - - $m = \frac{l}{a}$.

II. Le degré de clarté - - - - - $y = x$.

III. Le champ apparent eſt indéterminé.

IV. Le champ apparent exige - - - $k = 0$.

V. Pour éviter la confuſion des couleurs $k = 0$.

VI. La confuſion cauſée par l'ouverture $= \frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{\lambda}{aap}$.

3. Ici la valeur de μ eſt $= 0,93819$, & pour la ſuite $\nu = 0,23269$. Or λ eſt un nombre expliqué cy-deſſus, qui dépend de la nature du verre, ſelon qu'il eſt ſimple ou multiple. Enſuite, pour abréger, j'ai poſé

$$\mathfrak{a} = \alpha + b, \qquad \mathfrak{A} = 1 + \frac{\alpha}{a},$$

$$\mathfrak{b} = \mathfrak{G} + c + \frac{bc}{a\mathfrak{G}}\mathfrak{a}, \qquad \mathfrak{B} = 1 + \frac{\mathfrak{G}}{b} + \frac{a\mathfrak{G}}{bb}\mathfrak{A},$$

$$\mathfrak{c} = \gamma + d + \frac{cd}{\mathfrak{G}\gamma}\mathfrak{b}, \qquad \mathfrak{C} = 1 + \frac{\gamma}{c} + \frac{\mathfrak{G}\gamma}{cc}\mathfrak{B},$$

$$\mathfrak{d} = \delta + e + \frac{de}{\gamma\delta}\mathfrak{c}, \qquad \mathfrak{D} = 1 + \frac{\delta}{d} + \frac{\gamma\delta}{dd}\mathfrak{C},$$

$$\mathfrak{e} = \varepsilon + f + \frac{ef}{\delta\varepsilon}\mathfrak{d}, \qquad \mathfrak{E} = 1 + \frac{\varepsilon}{e} + \frac{\delta\varepsilon}{ee}\mathfrak{D}.$$

&c. &c.

II.

Digitized by Google

II. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de deux verres.

4. Pour ce cas nous avons $\mathfrak{G} = s$ & $q = b$, les autres conditions ſont:

I. La multiplication - - - - - - $m = \mp \frac{al}{ab}$.

II. Le degré de clarté - - - - - $y = \frac{bx}{a}$.

Condition requiſe pour cela $\theta > \frac{x}{a}$.

III. Le champ apparent - - - - - $z = \theta b \cdot \frac{a}{a}$.

IV. Il exige - - - - - - $\frac{k}{b} = \frac{a}{a}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs $\frac{k}{b} = \frac{(1+\frac{a}{b})\,\mathfrak{A}}{1+\frac{a}{b}\,\mathfrak{A}}$.

VI. La confuſion cauſée par l'ouverture eſt

$$\frac{\mu b}{4a} x^3 \left(\frac{\lambda\,(a+a)^2}{aabbp} + \frac{\nu a a}{} + \frac{\lambda'}{aa_1} \right).$$

III. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de trois verres.

5. Pour ce cas nous avons $\gamma = s$ & $r = c$: les autres conditions ſont

I. La multiplication - - - - $m = \mp \frac{a^2 l}{abc}$.

II. Le degré de clarté - - - - $y = \frac{bcx}{a\mathfrak{G}}$.

Digitized by Google

Conditions requiſes pour cela:

$$\theta > \frac{x\,(b + \mathfrak{C})}{a\mathfrak{C}}, \quad \& \quad \theta' > \frac{bx}{a\mathfrak{C}}.$$

III. Le champ apparent ſe détermine par celle de ces deux égalités qui donne la plus petite valeur de z

$$z = \frac{\theta b \mathfrak{C}}{b + \mathfrak{C}} \cdot \frac{a}{a}, \quad \& \quad z = \theta' e \cdot \frac{ab}{a\mathfrak{b}}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{c} = \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{C}}$.

V. Pour éviter les couleurs $\frac{k}{c} = \frac{(1 + \frac{a}{b})\mathfrak{A} + (1 + \frac{\mathfrak{C}}{c}\mathfrak{B}}{1 + \frac{\mathfrak{C}}{c}\mathfrak{B}}$.

VI. La confuſion cauſée par l'ouverture eſt

$$\frac{\mu b c}{4\alpha\beta} x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\,(\lambda\,(a + \alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccp} \\ + \frac{\lambda'\,(b + \beta)^2\,\nu b\beta)}{aaccq} \\ + \frac{\lambda'' bb}{aa\beta\beta r}. \end{array} \right.$$

IV. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de quatre verres.

6. Pour ce cas nous avons $\delta = s$ & $s = d$

I. La multiplication - - - $m = \mp \frac{\alpha\beta\gamma l}{abcd}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma}$.

Conditions requiſes pour cela

$\theta >$

Digitized by Google

$\theta > \frac{x(b+\beta)}{a\beta}$; $\theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{a\beta\gamma}$; $\theta'' > \frac{bcx}{a\beta\gamma}$.

III. Des trois valeurs ſuivantes de z la plus petite donne le champ apparent:

$z = \frac{\theta b\beta}{b+\beta} \cdot \frac{a}{a}$; $z = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma} \cdot \frac{ab}{a\mathfrak{b}}$; $z = \theta'' d \cdot \frac{abc}{a\beta\mathfrak{c}}$.

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{d} = \frac{\mathfrak{c}}{\gamma}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{d} = \frac{(1+\frac{\alpha}{b})\mathfrak{A} + (1+\frac{\beta}{c})\mathfrak{B} + (1+\frac{\gamma}{d})\mathfrak{C}}{1+\frac{\gamma}{d}\mathfrak{C}}.$$

VI. Enfin la confuſion cauſée par l'ouverture eſt

$$\frac{\mu bcd}{4a\beta\gamma} \cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\gamma\gamma\,(\lambda\,(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccddp}, \\ + \frac{\gamma\gamma\,(\lambda'\,(b+\beta)^2 + \nu' b\beta)}{aacc ddq}, \\ + \frac{bb\,(\lambda''\,(c+\gamma)^2 + \nu'' c\gamma)}{aa\beta\beta ddr}, \\ + \frac{\lambda''' bbcc}{aa\beta\beta\gamma\gamma s}. \end{array} \right.$$

V. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de cinq verres.

7. Pour ce cas nous avons $\varepsilon = \omega$ & $t = e$.

I. La multiplication - - - $m = \pm \frac{\alpha\beta\gamma\delta l}{abcde}$.

Digitized by Google

II. Le degré de clarté . . . . $y = \frac{bcdex}{\alpha\beta\gamma\delta}$.

Conditions requiſes pour cela

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{\alpha\beta}; \quad \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{\alpha\beta\gamma}; \quad \theta'' > \frac{bcx(d+\delta)}{\alpha\beta\gamma\delta}; \quad \theta''' > \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma\delta}.$$

III. Des quatre valeurs ſuivantes de z la plus petite donne le demi-diametre du champ apparent:

$$z = \frac{\theta b\beta}{b+\beta} \cdot \frac{a}{\alpha}; \quad z = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma} \cdot \frac{ab}{\alpha b}; \quad z = \frac{\theta'' d\delta}{d+\delta} \cdot \frac{abc}{\alpha\beta c}; \quad z = \theta''' e \cdot \frac{abcd}{\alpha\beta\gamma\delta}.$$

IV. Le champ apparent exige . . . $\frac{k}{e} = \frac{\mathfrak{d}}{\delta}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs:

$$\frac{k}{e} = \frac{(1+\frac{\alpha}{b})\mathfrak{A} + (1+\frac{\beta}{c})\mathfrak{B} + (1+\frac{\gamma}{d})\mathfrak{C} + (1+\frac{\delta}{e})\mathfrak{D}}{1 + \frac{\delta}{e}\mathfrak{D}}$$

VI. Enfin la confuſion cauſée par l'ouverture eſt exprimée ainſi:

$$\frac{\mu bcde}{4\alpha\beta\gamma\delta} \cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\,(\lambda(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccddeep}, \\ + \frac{\gamma\gamma\delta\delta\,(\lambda'(b+\beta)^2 + \nu b\beta)}{aaccddeeq}, \\ + \frac{bb\delta\delta\,(\lambda''(c+\gamma)^2 + \nu c\gamma)}{aa\beta\beta ddeer}, \\ + \frac{bbcc\,(\lambda'''(d+\delta)^2 + \nu d\delta)}{aa\beta\beta\gamma\gamma ees}, \\ + \frac{\lambda^{IV} bbccdd}{aa\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta t}. \end{array} \right.$$

VI

VI. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de ſix verres.

8. Pour ce cas nous avons $\zeta = s$ & $u = f$.

I. La multiplication . . . . . $m = \mp \frac{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon l}{abcdef}$.

II. Le degré de clarté . . . . . $y = \frac{bcdefx}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon} = \frac{lx}{m\alpha}$.

Les conditions requiſes pour cela ſont:

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{\alpha\beta};\ \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{\alpha\beta\gamma};\ \theta'' > \frac{bcx(d+\delta)}{\alpha\beta\gamma\delta};\ \theta''' > \frac{bcdx(e+\varepsilon)}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon};\ \theta'^{V} > \frac{bcdex}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}.$$

III. Des cinq valeurs ſuivantes de z la plus petite donne le demi-diametre du champ apparent:

$$z = \frac{\theta b\beta}{b+\beta}\cdot\frac{a}{\alpha};\quad z = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}\cdot\frac{ab}{\alpha\mathfrak{b}}$$

$$z = \frac{\theta'' d\delta}{d+\delta}\cdot\frac{abc}{\alpha\beta\mathfrak{c}};\ z = \frac{\theta''' e\varepsilon}{e+\varepsilon}\cdot\frac{abcd}{\alpha\beta\gamma\mathfrak{d}};\ z = \theta'^{V} f\cdot\frac{abcde}{\alpha\beta\gamma\delta\mathfrak{e}}.$$

IV. Le champ apparent exige . $\frac{k}{f} = \frac{e}{\varepsilon}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{f} = \frac{(1+\frac{\alpha}{b})\mathfrak{A}+(1+\frac{\mathfrak{e}}{c})\mathfrak{B}+(1+\frac{\gamma}{\delta})\mathfrak{C}+(1+\frac{\delta}{e})\mathfrak{D}+(1+\frac{\varepsilon}{f})\mathfrak{E}}{1+\frac{\varepsilon}{f}\mathfrak{E}}.$$

VI. Enfin la confuſion cauſée par l'ouverture eſt:

Digitized by Google

$$\frac{\mu bcdef}{4\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}\cdot x^3\left\{\begin{array}{l} +\dfrac{\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,(\lambda(\pi+\alpha)^2+\nu\alpha\alpha)}{aabbccddeeffp},\\ +\dfrac{\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,(\lambda'(b+\beta)^2+\nu b\beta)}{aaccddeeffq},\\ +\dfrac{bb\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,(\lambda''(c+\gamma)^2+\nu c\gamma)}{aa\beta\beta ddeeffr},\\ +\dfrac{bbcc\varepsilon\varepsilon\,(\lambda'''(d+\delta)^2+\nu d\delta)}{aa\beta\beta\gamma\gamma eeffs},\\ +\dfrac{bbccdd\,(\lambda^{IV}(e+\varepsilon)^2+\nu e\varepsilon)}{aa\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta fft},\\ +\dfrac{\lambda^V bbccddee}{aa\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon u}. \end{array}\right.$$

9. De là il eſt aiſé de fixer les regles pour la conſtruction de 7 & pluſieurs verres, & toute l'addreſſe conſiſte maintenant en ce qu'on ſatisfaſſe à ces conditions preſcrites. Or il s'agit de déterminer en ſorte toutes les quantités qui entrent dans nos formules, qu'on obtienne une multiplication donnée avec un degré de clarté donné: enſuite, qu'on acquierre le plus grand champ apparent poſſible, & que l'expreſſion trouvée pour la confuſion qui vient de l'ouverture des verres devienne moindre que le degré de confuſion, qui eſt encore ſupportable; or nous avons vu que, pour cet effet, nos expreſſions doivent devenir moindres que $\frac{\mu}{200000}$ au moins pour les Téleſcopes; car pour les Microſcopes on peut ſouffrir un plus grand degré de confuſion. Enfin il eſt fort important, de faire en ſorte que les deux valeurs aſſignées pour k deviennent égales entr'elles, & même poſitives.

10. Après cela il faut obſerver, que les quantités α, b, β, c &c. peuvent auſſi bien être priſes négatives que poſitives, pourvu que les diſtances des verres $\alpha + b$; $\beta + c$; $\gamma + d$ &c. ſoient toutes

Digitized by Google

toutes positives. De plus, pour ce qui regarde les nombres θ, θ', θ'' .. il est indifférent s'ils sont positifs ou négatifs; & la même ambiguité doit être admise dans la lettre z, qui exprime le demi-diametre du champ apparent; car, pourvu qu'elle devienne grande, soit quelle soit positive ou négative, on obtiendra toujours un grand champ apparent.

11. Sans encore entreprendre le développement de chaque cas, nous pouvons faire quelques conclusions générales. Ainsi, quel que soit le nombre des verres, on voit qu'il y a toujours $my = \frac{lx}{a}$, ou $y = \frac{l}{a} \cdot \frac{x}{m}$; ou bien $x = my \cdot \frac{a}{l}$: & partant le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif suit toujours la raison composée de la multiplication m, & de la clarté exprimée par y. Donc, plus on veut grossir les objets, avec le même degré de clarté, & plus doit être grand le diametre de l'ouverture du verre objectif: & la multiplication demeurant la même, la clarté est proportionelle à l'ouverture du verre objectif.

12. Ensuite il est clair que le demi-diametre du dernier verre, ou de celui qui est le plus près de l'oeil, doit être plus grand que le demi-diametre du cylindre lumineux, qui entre dans l'oeil, qui nous sert de mesure de la clarté. Donc, dès que le degré de clarté est prescrit, on ne sauroit diminuer la distance du foyer du dernier verre au delà d'un certain terme: puisqu'il faut toujours qu'il admette une plus grande ouverture, que celle dont le demi-diametre seroit $= y$.

13. Enfin, dans la formule qui exprime la confusion causée par l'ouverture des verres, le premieur facteur, qui contient le cube de x, se réduit toujours à cette forme $\frac{\mu l}{4mi} x^3$, quelque grand que soit le nombre des verres: & le premier membre de l'autre facteur, qui répond au verre objectif, prend toujours cette forme:

$\frac{mm\,(\lambda\,(a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{\alpha\alpha llp}$, & partant la partie de la confuſion, qui eſt cauſée par le ſeul verre objectif eſt toujours exprimée ainſi:

$$\frac{\mu m x^3}{4\alpha\alpha al}\cdot\frac{\lambda\,(a+\alpha)^2+\nu a\alpha}{p}=\frac{\mu m x^3}{4\alpha\alpha p}\cdot\frac{\lambda(a+\alpha)^2+\nu a\alpha}{al}.$$

Cette partie eſt ordinairement la plus conſidérable de toute la confuſion.

14. Les valeurs des petites lettres allemandes $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{e}$ &c. ſi nous y introduiſons les diſtances de foyer q, r, s, t, u &c. pourront être repréſentées en ſorte

$$\frac{\mathfrak{a}}{a}=\frac{\alpha}{a}+\frac{b}{a},$$

$$\frac{\mathfrak{b}}{b}=\frac{\beta}{b}+\frac{c}{q}+\frac{bc}{\alpha\beta},$$

$$\frac{\mathfrak{c}}{c}=\frac{\gamma}{c}+\frac{d}{r}+\frac{bcd}{\beta\gamma q}+\frac{bbcd}{\alpha\beta\beta\gamma},$$

$$\frac{\mathfrak{d}}{d}=\frac{\delta}{d}+\frac{e}{s}+\frac{cde}{\gamma\delta r}+\frac{bcde}{\beta\gamma\gamma\delta q}+\frac{bbcde}{\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta},$$

$$\frac{\mathfrak{e}}{e}=\frac{\varepsilon}{e}+\frac{f}{t}+\frac{def}{\delta\varepsilon s}+\frac{cdef}{\gamma\delta\delta\varepsilon r}+\frac{bcddef}{\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon q}+\frac{bbccddef}{\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon}.$$

&c.

d'où il ſera plus aiſé de développer les formules pour le champ apparent, de même que celles pour la diſtance de l'oeil derriere le dernier verre.

15. Puisque chaque verre, excepté l'objectif, donne une équation pour le demi-diametre du champ apparent, dont pourtant une ſeule, ſavoir celle qui donne la plus petite valeur pour z, a lieu, ſi nous y remettons ces valeurs développées, ces équations ſeront

Digitized by Google

I. $\frac{\theta\eta}{z} = \frac{\alpha}{a} + \frac{b}{a}$,

II. $\frac{\theta' r}{z} = \frac{\alpha\beta}{ab} + \frac{\alpha c}{a\eta} + \frac{bc}{a\beta}$,

III. $\frac{\theta'' s}{z} = \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} + \frac{\alpha\beta d}{abr} + \frac{\alpha cd}{a\gamma q} + \frac{bcd}{a\beta\gamma}$,

IV. $\frac{\theta''' t}{z} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd} + \frac{\alpha\beta\gamma e}{abcs} + \frac{\alpha\beta de}{ab\delta r} + \frac{\alpha cde}{a\gamma\delta q} + \frac{bcde}{a\beta\gamma\delta}$,

V. $\frac{\theta^{IV} u}{z} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}{abcde} + \frac{\alpha\beta\gamma\delta f}{abcdt} + \frac{\alpha\beta\gamma ef}{abc\varepsilon s} + \frac{\alpha\beta def}{ab\delta\varepsilon r} + \frac{\alpha cdef}{a\gamma\delta\varepsilon q} + \frac{bcdef}{a\beta\gamma\delta\varepsilon}$.

&c.

ou bien

I. $\frac{\theta\eta}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(1 + \frac{b}{\alpha}\right)$,

II. $\frac{\theta' r}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta}{b} + \frac{c}{q} + \frac{bc}{\alpha\beta}\right)$,

III. $\frac{\theta'' s}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta\gamma}{bc} + \frac{\beta d}{br} + \frac{cd}{\gamma q} + \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma}\right)$,

IV. $\frac{\theta''' t}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta\gamma\delta}{bcd} + \frac{\beta\gamma e}{bcs} + \frac{\beta de}{b\delta r} + \frac{cde}{\gamma\delta q} + \frac{bcde}{\alpha\beta\gamma\delta}\right)$,

V. $\frac{\theta^{IV} u}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcde} + \frac{\beta\gamma\delta f}{bcdt} + \frac{\beta\gamma ef}{bc\varepsilon s} + \frac{\beta def}{b\delta\varepsilon r} + \frac{cdef}{\gamma\delta\varepsilon q} + \frac{bcdef}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}\right)$.

&c.

Digitized by Google

SUR LA PERFECTION DES LUNETTES ASTRONOMIQUES, QUI REPRÉSENTENT LES OBJETS RENVERSÉS. *)

PAR M. EULER.

1.

Pour perfectionner les lunettes ordinaires à deux verres convexes, qui préſentent les objets renverſés, il y a deux conditions, qu'il faut principalement avoir en vue. L'une eſt de les rendre plus courtes, & l'autre de leur procurer un plus grand champ apparent. S'il faut groſſir 100 fois le diametre des objets, une Lunette ordinaire conſtruite ſelon les regles de Huygens, aura 30 pieds de longueur & ne découvrira qu'un champ de 18′ en diametre, & de plus grandes multiplications demandent des lunettes d'une longueur énorme, qui en rend l'uſage presque tout à fait impraticable. Pour le champ apparent on a déjà remarqué, qu'en introduiſant un troiſieme verre au foyer commun de l'objectif & de l'oculaire, on le peut augmenter conſidérablement, juſqu'à doubler ſon diametre: & en doublant le verre oculaire, on peut pouſſer cet avantage bien au delà.

2. Mais la longueur des lunettes étant déterminée par la confuſion que produiſent les verres à cauſe de leur figure ſphérique, le ſeul moyen de la diminuer eſt, de former les verres en ſorte qu'ils produiſent une moindre confuſion, ſans leur donner une autre figure que la ſphérique, ou même de réduire la confuſion tout à fait à rien. On peut attendre un tel effet en compoſant l'objectif de deux ou trois ver-

*) Lu en 1758.

Digitized by Google

verres, & ſi l'on pouvoit former leurs faces ſphériques en ſorte que la confuſion fût tout à fait détruite, ce ſeroit le moyen de rendre les lunettes les plus courtes qu'il eſt poſſible. Pour parvenir à ce but, je vais développer plus ſoigneuſement les principes, ſur lesquels cette eſpece des lunettes à trois verres eſt fondée.

3. Je conſidére donc en général une telle lunette, dont PP ſoit le verre objectif, la diſtance de ſon foyer $= p$ le diametre de ſon ouverture $= x$, & le nombre, qui en entre dans l'expreſſion de la confuſion $= \lambda$. Le ſecond verre QQ, qui eſt poſé à la diſtance AB $= p$, ait ſa diſtance de foyer $= q$, & le diametre de ſon ouverture $= \pi q$, ce verre étant placé au foyer de l'objectif n'influe point dans la confuſion. Le troiſieme verre ou l'oculaire RR ait ſa diſtance de foyer $= r$, le diametre de ſon ouverture $= \pi' r$, & le nombre qui en entre dans la confuſion $= \lambda''$; ce verre ſera placé à la diſtance BC $= r$, ſi l'oeil voit diſtinctement à une diſtance infinie; & ceux qui ont la vue courte, l'approcheront d'avantage du verre de milieu BB. Maintenant, ſi la lunette doit groſſir m fois le diametre des objets, il faut prendre $r = \frac{p}{m}$, & pour obtenir un degré de clarté qui ſeroit environ 10 fois plus petit qu'à la vue ſimple, il faut prendre $x = \frac{m}{30}$ pouce. Planche IX. Fig. 1.

4. Afin que la confuſion ſoit aſſés petite, pour ne pas troubler la viſion, en conſultant l'experience, on a trouvé qu'il faut prendre

$$p = 15x\sqrt[3]{(\lambda m + \lambda'')} = \tfrac{1}{2}m\sqrt[3]{(\lambda m + \lambda'')} \text{ pouces,}$$

d'où il eſt clair, que ſi l'on pouvoit déterminer en ſorte les nombres λ & λ'', qu'il devint $\lambda m + \lambda'' = 0$, on pourroit prendre la quantité p auſſi petite que l'ouverture néceſſaire de ce verre le permet. Or pour les objectifs, il faut bien que leur diſtance de foyer ſoit pluſieurs fois plus grande que le diametre de leur ouverture, ſelon que les faces ſont plus ou moins courbes. Si l'objectif étoit également convexe des

Digitized by Google

deux côtés, on pourroit presque prendre $p = 2x = \frac{m}{15}$ pouce; mais, s'il étoit plano-convexe, il faudroit bien prendre $p = \frac{2m}{15}$ pouce, ou encore plus grand.

5. Si l'on prenoit $p = \frac{m}{5}$ pouce, la distance de foyer du verre oculaire deviendroit $= \frac{1}{5}$ pouce, qui seroit sans doute trop petite, puisqu'elle n'admettroit pas une assès grande ouverture pour transmettre tous les rayons. Car il faut que le diametre de son ouverture soit au moins $\frac{1}{6}$ pouce, & partant sa distance de foyer au moins $\frac{1}{3}$ pouce. Or, puisque, dès qu'il reste encore quelque confusion, il faut augmenter les mesures, établissons d'abord la distance de foyer de l'oculaire $r = \frac{1}{2}$ pouce, & celle de l'objectif sera $p = \frac{m}{2}$ pouces, qui admettra sans doute une ouverture dont le diametre est $= \frac{m}{30}$ pouces: & si l'on ne devoit pas craindre les erreurs inévitables dans l'anéantissement de la confusion, on pourroit sans crainte donner à p une plus petite valeur, ce qui rendroit la lunette encore plus courte. Mais on a lieu d'être très content de la longueur que nous procurera cette hypothese de $r = \frac{1}{2}$ pouce, & $p = \frac{m}{2}$ pouces.

6. Pour le champ apparent, si nous posons $q = \frac{p}{n}$, son diametre sera égal à la moindre de ces deux valeurs $\frac{\pi}{n}$ & $\frac{\pi'}{m - n + 1}$, dont celle-là dépend de l'ouverture du verre moyen, & celle-cy de l'ouverture de l'oculaire. Le plus avantageux est de rendre ces deux valeurs égales entr'elles, d'où l'on tire, $n = \frac{\pi(m+1)}{\pi + \pi'}$, & le diametre

Digitized by Google

metre du champ apparent $= \frac{\pi + \pi'}{m+1}$: donc, plus on ſera en état d'augmenter les nombres π & π', plus on augmentera le champ apparent; & partant il conviendra de faire le verre moyen en ſorte que ſa diſtance de foyer ſoit $q = \frac{(\pi+\pi')p}{\pi(m+1)}$. Pour le lieu de l'oeil O, il le faudra placer derriere l'oculaire à la diſtance $CO = \frac{m-n+1}{mm}p = \frac{\pi'(m+1)}{(\pi+\pi')mm}p = \frac{\pi'(m+1)}{(\pi+\pi')m}r$, pour embraſſer tout le champ. Mais, ſi l'on veut voir les objets ſans des bords colorés, il faudra les placer à une diſtance plus petite $CO = \frac{m-n+1}{m(m+1)}p = \frac{\pi'}{\pi+\pi'}r$: la différence entre ces deux lieux n'étant quaſi rien dans les grandes multiplications.

7. Tout revient donc à faire les deux verres QQ & RR en ſorte qu'ils admettent la plus grande ouverture par rapport à leurs diſtances de foyers. Pour cet effet, il ſera bon de les faire également convexes des deux côtés; en prenant le rayon de chaque face du verre $QQ = \frac{11}{10}q$, & du verre $RR = \frac{11}{10}r$: alors on pourra bien prendre les nombres $\pi = \pi' = \frac{1}{2}$; & le diametre du champ apparent deviendra $\frac{1}{m+1}$; ou bien $= \frac{3437}{m+1}$ minutes, qui eſt deux fois plus grand que dans les lunettes ordinaires. Alors on aura $q = \frac{2p}{m+1}$; $r = \frac{p}{m}$, & pour le lieu de l'oeil $CO = \frac{r}{2}$. Or, faiſant le verre oculaire également convexe des deux côtés, le nombre qui lui répond pour la confuſion ſera $\lambda'' = 1,62979$. Il faudra donc trouver un tel objectif PP, qu'il devienne $\lambda m + 1,62979 = 0$: ou puiſqu'il fau-

faudroit prendre $p = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{(\lambda m + 1,62979)}$, & que nous prenons $p = \frac{1}{2} m$, il ſuffira que la quantité $\lambda m + 1,62979$, ne ſurpaſſe point l'unité, tant poſitivement que négativement.

8. J'ai ſuppoſé ici les deux verres QQ & RR ſimples; mais on pourra doubler l'un ou l'autre, ou tous les deux, en joignant enſemble deux verres égaux & également convexes des deux côtés: alors, puiſque le rayon de chaque face devient deux fois plus grand qu'auparavant, afin que la diſtance de foyer demeure la même, ces verres admettront une plus grande ouverture & l'on pourra prendra $\pi = \pi' = 1$; de ſorte que le diametre du champ apparent ſera auſſi deux fois plus grand. Si l'on vouloit chacun de ces deux vers triples, en joignant enſemble trois verres égaux & également convexes des deux côtés, où le rayon de chaque face ſera trois fois plus grand; puiſqu'on pourra prendre $\pi = \pi' = \frac{3}{4}$, le diametre du champ apparent deviendra auſſi trois fois plus grand. Mais, en doublant le verre oculaire de cette maniere, on aura $\lambda'' = 0,979076$, & en le triplant, $\lambda'' = 0,858571$.

9. Si l'on omettoit tout à fait le verre moyen QQ, on auroit une lunette ordinaire, de la même longueur, avec la même multiplication; où la confuſion ſeroit auſſi réduite à rien, en rendant $\lambda m + \lambda'' = 0$: mais alors le diametre du champ apparent ſeroit $= \frac{\pi'}{m + 1}$, & partant plus petit que dans le premier cas. Outre cela, pour le lieu de l'oeil O, on auroit la diſtance $CO = \frac{m + 1}{m} r$, ou ſeulement $CO = r$, ſi l'on veut éviter les couleurs d'iris. Mais, ſi l'on doubloit comme auparavant le verre oculaire, puiſqu'on pourroit prendre $\pi' = 1$, le diametre du champ apparent deviendroit auſſi deux fois plus grand, & partant le même que ſi, au lieu de doubler le verre oculaire, on mettoit en B un verre convenable, comme cy-deſſus. Si l'on triploit le verre oculaire, on obtiendroit un champ, dont le diametre

Digitized by Google

metre ſeroit trois fois plus grand & ainſi de ſuite. Mais il faut bien remarquer, qu'en multipliant les verres on perd de la clarté.

10. Suppoſons qu'on puiſſe conſtruire de tels verres objectifs où il ſeroit $\lambda m + \lambda'' = 0$, ou du moins $\lambda m + \lambda'' < 1$; & par rapport aux deux autres verres, ſelon qu'ils ſeroient ſimples ou multiples, on pourra établir pluſieurs eſpeces de ces lunettes, pour produire le plus grand champ apparent: je vais en faire le denombrement.

I Eſpece: Où il n'y a point de verre moyen QQ, l'oculaire CC étant ſimple également convexe des deux côtés, & le rayon de chaque face $= \frac{11}{10} r$. Alors, prenant $\pi' = \frac{1}{2}$, le diametre du champ apparent ſera $= \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1} \cdot 1718\frac{1}{2}$ minutes, comme dans les lunettes ordinaires. Mais, ayant détruit la confuſion, puiſqu'on pourra prendre $r = \frac{1}{2}$ pouce, & $p = \frac{m}{2}$ pouce, la longueur de la lunette ne ſera que de $\frac{m+1}{2}$ pouces. Pour le lieu de l'oeil on aura $CO = r$.

11. *II Eſpece.* Où il n'y a point de verre moyen QQ, mais le verre oculaire eſt double, ou compoſé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, de ſorte que le rayon de chaque face ſoit $= \frac{11}{5} r$, ou $= \frac{11}{10}$ pouce, en ſuppoſant $r = \frac{1}{2}$ pouce: auquel on donne une ouverture de $\frac{1}{2}$ pouce en diametre. Ayant donc $\pi' = 1$, le diametre du champ apparent ſera $= \frac{1}{m+1}$, ou $= \frac{1}{m+1} \cdot 3437$ minutes. Pour le lieu de l'oeil on aura comme auparavant $CO = r = \frac{1}{2}$ pouce, & dans cette eſpece il ſera $\lambda'' = 0{,}979076$.

Digitized by Google

12. *III Eſpece.* Où il n' a point de verre moyen QQ, mais l'oculaire RR eſt triple, ou compoſé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{10} r$, ou $= \frac{3}{20}$ pouce. Cet oculaire admettant une ouverture de $\frac{3}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{3}{4}$, & pour le diametre du champ apparent $\frac{3}{2(m+1)} = \frac{5}{m+1} \cdot 5155\frac{1}{2}$ minutes. Dans ce cas, la valeur de λ'' ſera $= 0,858571$, & l'oeil doit être placé derriere l'oculaire à la diſtance $CO = r = \frac{1}{2}$ pouce.

13. *IV Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt ſimple également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{10} q$, partant $\pi = \frac{1}{2}$, ou le diametre de ſon ouverture $= \frac{1}{2} q$. Le verre oculaire RR eſt auſſi ſimple, & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque côté étant $= \frac{11}{10} r = \frac{11}{20}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2} r$, ou $\frac{1}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{1}{2}$, & partant $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$. Enſuite le diametre du champ apparent $\frac{1}{m+1} = \frac{1}{m+1} \cdot 3437$ minutes; & la diſtance de l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 1,62979$.

14. *V Eſpece.* Le vere moyen QQ eſt ſimple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{10} q$, & partant $\pi = \frac{1}{2}$, ou le diametre de ſon ouverture $= \frac{1}{2} q$. Or le verre oculaire RR eſt double, ou compoſé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} r = \frac{11}{10}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de r, ou de $\frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = 1$, & partant $q = \frac{3p}{m+1}$

$=$

Digitized by Google

$= \frac{3\,mr}{m+1}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{3}{2(m+1)}$

$= \frac{1}{m+1}$. 51 55 $\frac{1}{2}$ min. & la diſtance de l'oeil derriere l'oculaire CO $= \frac{2}{3}\,r = \frac{1}{3}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 0,979076$.

15. *VI Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt ſimple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{10}\,q$, & partant $\pi = \frac{1}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{1}{2}\,q$ en diametre. Or le verre oculaire RR eſt triple, ou compoſé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{10}\,r = \frac{3}{20}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{3}{4}\,r$ ou $\frac{3}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{3}{4}$, & partant $q = \frac{4\,p}{m+1} = \frac{4\,mr}{m+1}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{2}{m+1} = \frac{1}{m+1}$. 6874 min. & la diſtance de l'oeil derriere l'oculaire $= \frac{3}{4}\,r = \frac{3}{8}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 0,858571$.

16. *VII Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt double, & compoſé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{5}\,q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR eſt ſimple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{10}\,r = \frac{1}{20}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{4}\,r$ ou $\frac{1}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{1}{4}$, & partant $q = \frac{3\,p}{2(m+1)} = \frac{3\,mr}{2(m+1)}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{3}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1}$. 51 55 $\frac{1}{2}$ minutes, & la diſtance de

l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{1}{3} r = \frac{1}{6}$ pouce: enfin on aua $\lambda'' = 1,62979$.

17. *VIII Espece.* Le verre moyen QQ eſt double, & compoſé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes de deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR eſt auſſi double, & compoſé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} r = \frac{11}{10}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $r = \frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = 1$, & partant $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$.

De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{2}{m+1} = \frac{1}{m+1}.6874$ minutes, & la diſtance de l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce; & enfin $\lambda'' = 0,979076$.

18. *IX Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt double, & compoſé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR eſt triple, compoſé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés; le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10} r = \frac{33}{20}$ pouce: donnant à ce verre une ouverture de $\frac{3}{2} r = \frac{3}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{3}{2}$, & partant $q = \frac{5p}{2(m+1)} = \frac{5mr}{2(m+1)}$.

De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{5}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1}$. $8592\frac{1}{2}$ min. & la diſtance de l'oeil derriere le verre oculaire $CO = \frac{3}{5} r = \frac{3}{10}$ pouce: enfin $\lambda'' = 0,858571$.

19. *X Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt triple, compoſé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le

rayon

Digitized by Google

rayon de chaque face étant $= \frac{3}{10} r$, & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2}$ en diametre. Or le verre oculaire RR eſt ſimple, également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{10} r = \frac{11}{20}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{1}{2}$ & $q = \frac{4p}{3(m+1)}$ $= \frac{4mr}{3(m+1)}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{2}{m+1}$ $= \frac{1}{m+1} \cdot 6874$ minutes, & la diſtance de l'oeil derriere le verre oculaire $CO = \frac{1}{4} r = \frac{1}{8}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 1,62979$.

20. *XI Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt triple, compoſé de trois verres entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{10} q$ & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2} q$ en diametre. Or le verre oculaire RR eſt double, compoſé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} r = \frac{11}{10}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $r = \frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = 1$, & $q = \frac{5p}{3(m+1)} = \frac{5mr}{3(m+1)}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{5}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1}$. $8592\frac{1}{2}$ minutes. Et la diſtance de l'oeil derriere le verre oculaire ſera $CO = \frac{2}{5} r = \frac{1}{5}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 0,979076$.

21. *XII Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt triple, compoſé de trois verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10} q$, & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2} q$ en diametre. Or le verre oculaire eſt auſſi triple, compoſé de trois verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10} r = \frac{33}{20}$ pou-

Digitized by Google

ces. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2}r = \frac{1}{4}$ pouce, en diametre, à cauſe de $\pi' = \frac{1}{2}$, on aura $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{3}{m+1} = \frac{1}{m+1}$ 10311 minutes, & la diſtance de l'oeil derriere le verre oculaire CO $= \frac{1}{2}r = \frac{1}{4}$ pouce, enfin $\lambda'' = 0,858571$.

22. Cette derniere eſpece découvre un champ, dont le diametre eſt ſix fois, & partant le champ même eſt 36 fois, plus grand que dans les lunettes ordinaires, ou la premiere Eſpece. Or ce champ eſt ſi grand qu'il ſemble impoſſible de l'appercevoir: car, poſant $m = 100$, on découvrira dans le ciel un arc de $102'$; mais, puiſqu'on le voit 100 fois plus grand qu'il ne paroitroit à la vüe ſimple, il devroit paroitre comme un arc de 100 fois $102'$, ceſt à dire de $170°$; ce qui eſt impoſſible à la vüe ſimple, & à plus forte raiſon à un oeil qui regarde par un trou. Mais il faut ici remarquer, que l'eſtime des arcs & angles, qui entre dans ce calcul, n'a lieu que dans les petits angles, entant qu'ils ſont proportionnels à leurs tangentes, & partant ce paradoxe doit être réſolu de cette maniere: ledit arc de $102'$ ſera vu par la lunette de la même maniere qu'on verroit à la vüe ſimple un arc dont la moitié auroit ſa tangente 100 fois plus grande que la tangente de $51'$. Or tang. $56'' = 100$ tang. $51'$, & partant l'arc de $102'$ ſera vu de la même maniere qu'on verroit à la vue ſimple un arc de $112°$.

23. Par là on comprend, que quand une lunette groſſit 100 fois en diametre, cela ne regarde que les objets qui ſe trouvent vers le centre du champ apparent; & ceux qui en ſont éloignés, ſont groſſis ſelon une moindre raiſon. Ainſi, pour juger en quelle raiſon les objets extremes du champ apparent ſeront multipliés, nous n'avons qu'à chercher comment paroitra le cercle dont le rayon eſt $50'$: or 100 tang. $50' =$ tang. $55°, 30'$. Donc l'extreme minute du champ apparent paroitra par la lunette comme un arc de $30'$, ou bien elle ne ſera multipliée

Digitized by Google

tiplée que trente fois, pendant que proche du centre du champ apparent la multiplication eſt centuple. Cette remarque ſur le groſſiſſement des lunettes, eſt fort néceſſaire, & ſans elle ce qui a été rapporté cy-deſſus ſeroit très abſurde; donc, pour profiter du groſſiſſement d'une lunette, il faut toujours porter les objets au milieu du champ apparent. Car en général, ſi le diametre du champ apparent eſt $= 2\Phi$, & la multiplication $= m$, les extrémités ne ſont groſſies que $\frac{m}{m^2 \sin\Phi^2 + \cos\Phi^2}$ fois: & partant, s'il étoit $\sin\Phi = \frac{1}{\sqrt{(m+1)}}$, les extrémités paroitroient dans leur épaiſſeur naturelle.

24. Quand on prend l'oculaire double ou triple, on pourroit bien lui donner une plus petite diſtance de foyer, ſavoir $r = \frac{1}{4}$, ou $r = \frac{1}{6}$ pouce, puiſqu'il ſouffriroit alors une ouverture aſſés grande pour transmettre les rayons. Mais il faut bien conſidérer que cela ne ſauroit avoir lieu, que lorsqu'on ſeroit en état d'exécuter toutes les meſures à la derniere rigueur. Car, prenant $r = \frac{1}{4}$ pouce, & par conſéquent $p = \frac{m}{4}$ pouces, il faudroit que la quantité $\lambda m + \lambda''$ fût du moins au deſſous de $\frac{1}{8}$, ce qu'on ne ſauroit presque jamais eſpérer. Il ſera même difficile, ſurtout dans les grandes multiplications de conſtruire l'objectif en ſorte que la valeur de $\lambda m + \lambda''$ ſoit au deſſous de l'unité; & partant nous ſerons obligés de nous tenir à la valeur établie $r = \frac{1}{2}$ pouce, & ſi l'on n'y réuſſit pas heureuſement, & que cette quantité ſurpaſſe l'unité, il faudra encore augmenter les meſures établies, ou bien prendre les pouces plus grands, ſans pourtant augmenter les ouvertures des verres.

25. Après ces remarques, paſſons à la conſtruction du verre objectif, dont le nombre λ doit être tel, que la quantité $\lambda m + \lambda''$ ne ſurpaſſe pas l'unité. Or on remplira cette condition pour toutes les eſpeces en rendant $\lambda m + 1,25 = 0$. Il faut donc que pour l'ob-

Digitized by Google

l'objectif le nombre λ ait une valeur négative, ſavoir $\lambda = -\frac{1,25}{m}$: & ſi l'on peut remplir cette condition, on pourra joindre au même objectif un oculaire ſimple, ou double, ou triple : car alors, en employant un oculaire ſimple, on aura $\lambda m + \lambda'' = 0,37979$, pour un oculaire double $\lambda m + \lambda'' = -0,27092$, & pour un triple $\lambda m + \lambda'' = -0,39140$, leſquelles valeurs ſont toutes tant au deſſous de l'unité, que de petites aberrations ne ſont pas fort à craindre.

26. Or on ne ſauroit réuſſir à faire une tel verre objectif, à moins qu'on ne le compoſe de trois verres : ce qui ſe peut pratiquer d'une infinité de manieres, dont la conſtruction ſuivante paroit la plus convenable pour la pratique. La diſtance de foyer de l'objectif étant $= p$, pour la multiplication $= m$ on fera les trois verres, dont l'objectif eſt compoſé, en ſorte

du premier verre

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61447\ p, \\ \text{de derriere} = 5,24160\ p, \end{cases}$

du ſecond verre

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = \dfrac{-p}{0,190781 + 0,905133\sqrt{\left(1+\frac{5}{4m}\right)}} \\ \text{de derriere} = \dfrac{-p}{1,627401 - 0,905133\sqrt{\left(1+\frac{5}{4m}\right)}} \end{cases}$

du troiſieme verre

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61447\ p, \\ \text{de derriere} = 5,24160\ p. \end{cases}$

27.

Digitized by Google

27. Cette conſtruction a cet avantage, que le premier & troiſieme verre ſont égaux entr'eux, chacun ayant la diſtance de foyer $= p$; mais le ſecond verre eſt concave, ayant ſa diſtance de foyer négative $= -p$, de ſorte que le compoſé obtient ſa diſtance de foyer $= p$. Enſuite le premier & le troiſieme produiſent chacun à part la moindre confuſion, & partant de petites erreurs commiſes dans leur conſtruction influent le moins qu'il eſt poſſible ſur l'effet de l'objectif entr'eux; la conſtruction du verre moyen peut être plus commodément repréſentée en ſorte:

le rayon de ſa face de devant

$$-p\left(0{,}91248 - \frac{0{,}47102}{m} + \frac{0{,}39033}{mm}\right),$$

le rayon de ſa face de derriere

$$-p\left(1{,}38453 + \frac{1{,}08441}{m} + \frac{0{,}51049}{mm}\right).$$

28. Donc, puisque la conſtruction du premier & troiſieme verre n'a aucune difficulté, expoſons celle du ſecond verre pour les multiplications principales dans la table ſuivante:

Conſtruction du ſecond verre de l'objectif.

Multipl. m	rayon de la face de devant	rayon de la face de derriere
10	— 0,86928 p	— 1,49807 p
20	— 0,88990 p	— 1,44002 p
30	— 0,89721 p	— 1,42125 p
40	— 0,90095 p	— 1,41196 p.
50	— 0,90322 p	— 1,40642 p
60	— 0,90474 p	— 1,40274 p
70	— 0,90583 p	— 1,40012 p
80	— 0,90665 p	— 1,39816 p
90	— 0,90730 p	— 1,39664 p
100	— 0,90781 p	— 1,39542 p
120	— 0,90858 p	— 1,39360 p
140	— 0,90914 p	— 1,39230 p
160	— 0,90955 p	— 1,39133 p
180	— 0,90987 p	— 1,39056 p
200	— 0,91014 p	— 1,38995 p
250	— 0,91060 p	— 1,38888 p
300	— 0,91091 p	— 1,38815 p
350	— 0,91114 p	— 1,38764 p
400	— 0,91131 p	— 1,38725 p
450	— 0,91143 p	— 1,38694 p
500	— 0,91154 p	— 1,38670 p
600	— 0,91170 p	— 1,38634 p
700	— 0,91181 p	— 1,38608 p
800	— 0,91190 p	— 1,38589 p
900	— 0,91196 p	— 1,38573 p
1000	— 0,91201 p	— 1,38562 p

29. Donc, pour chaque multiplication propoſée m, ſi nous poſons $p = \frac{m}{2}$ pouces, nous pourrons conſtruire un objectif compoſé de trois verres, dont le premier & le troiſieme ſont égaux entr'eux ſuivant

Digitized by Google

vant la table ſuivante, qui exprime les rayons de toutes les faces en pouces & centiemes parties d'un pouce, de même que le diametre de l'ouverture de l'objectif:

Table des Objectifs triples.

Multiplication	du premier & troiſieme verre. rayon de la face de devant	du premier & troiſieme verre. rayon de la face de derriere	du ſecond verre. rayon de la face de devant	du ſecond verre. rayon de la face de derriere	Diametre de l'ouverture de l'objectif.
10	+ 3,07	+ 26,21	— 4,35	— 7,49	0,33
20	+ 6,14	+ 52,42	— 8,90	— 14,40	0,67
30	+ 9,22	+ 78,62	— 13,46	— 21,32	1,00
40	+ 12,29	+ 104,83	— 18,02	— 28,24	1,33
50	+ 15,36	+ 131,04	— 22,58	— 35,16	1,67
60	+ 18,43	+ 157,25	— 27,14	— 42,08	2,00
70	+ 21,50	+ 183,46	— 31,70	— 49,00	2,33
80	+ 24,58	+ 209,66	— 36,27	— 55,93	2,67
90	+ 27,65	+ 235,87	— 40,83	— 62,85	3,00
100	+ 30,72	+ 262,08	— 45,39	— 69,77	3,33
120	+ 36,87	314,50	— 54,51	— 83,62	4,00
140	43,01	366,91	— 63,64	— 97,46	4,67
160	49,16	419,33	— 72,76	— 111,31	5,33
180	55,30	471,74	— 81,89	— 125,15	6,00
200	61,45	524,16	— 91,01	— 139,00	6,67
250	76,81	655,04	— 113,82	— 173,61	8,33
300	92,17	786,24	— 136,64	— 208,22	10,00
350	107,53	917,28	— 159,45	— 242,84	11,67
400	122,90	1048,32	— 182,26	— 277,45	13,33
450	138,26	1179,36	— 205,07	— 312,06	15,00
500	153,62	1310,40	— 227,88	— 346,67	16,67
600	184,34	1572,48	— 273,51	— 415,90	20,00
700	215,07	1834,56	— 319,13	— 485,13	23,33
800	245,79	2096,64	— 364,76	— 554,36	26,67
900	276,51	2358,72	— 410,38	— 623,57	30,00
1000	307,24	2620,80	— 456,01	— 692,81	33,33

Digitized by Google

Un tel objectif pour la multiplication $m = 10$ eſt repréſenté dans la figure II.

30. Ayant conſtruit un tel objectif pour une multiplication propoſée $= m$, on pourra l'employer à chacune des 12 Eſpeces, que j'ai décrites cy-deſſus, en prenant toujours la diſtance de foyer de l'oculaire $r = \frac{1}{2}$ pouce. Alors la longueur de la lunette ſera $\frac{m+1}{\frac{2}{7}}$ pouces, qui en comparaiſon des lunettes ordinaires ſera d'autant plus courte que la multiplication ſera plus grande. Le devis ſuivant pourra ſervir d'exemple à d'autres.

Devis d'une Lunette de $2\frac{1}{2}$ pieds
qui groſſit 60 fois le diametre des objets.

1°. Le verre objectif PP aura une ouverture de deux pouces en diametre, d'où l'on réglera la grandeur des verres dont il eſt compoſé.

2°. L'objectif ſera compoſé de trois verres, dont voici la conſtruction:

Du premier: le rayon de ſa face { de devant $= +18_{100}^{43}$; de derriere $= +157_{100}^{25}$ } pouces,

Du ſecond: le rayon de ſa face { de devant $= -27_{100}^{14}$; de derriere $= -42_{100}^{80}$ } pouces.

Du troiſieme: le rayon de ſa face { de devant $= +18_{100}^{43}$; de derriere $= +157_{100}^{25}$ } pouces.

3°. Derriere ce verre, à la diſtance AB $= 30$ pouces, où dans ſon foyer on placera le verre moyen QQ, dont l'ouverture eſt de $\frac{60}{61} = 1_{00}^{98}$ pouce en diametre.

4°. Or ce verre QQ eſt compoſé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 2_{100}^{16}$ pouces.

5°.

Digitized by Google

5°. Derriere ce verre QQ, à la distance BC = $\frac{1}{2}$ pouce, on mettra l'oculaire RR, dont l'ouverture aura $\frac{1}{4}$ pouce en diametre.

6°. L'oculaire sera aussi composé de deux verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant = $1\frac{3}{10}$ pouce.

7°. Derriere l'oculaire, à la distance CO = $\frac{1}{4}$ pouce, on mettra l'oeil, qui découvrira un champ dont le diametre est 112 $\frac{2}{3}$ minutes, ou 1°, 52 $\frac{2}{3}'$: & ce champ paroitra à l'oeil sous un angle de 89°, 2′.

31. Voilà un autre devis d'une plus longue Lunette de la IX Espece:

Devis d'une Lunette de 5 pieds
qui grossit 120 fois le diametre des objets.

1°. Le verre objectif aura une ouverture de 4 pouces en diametre, d'où l'on réglera la grandeur des verres dont il est composé.

2°. Cet objectif sera composé de trois verres, dont voici la construction:

Du premier: le rayon de sa face { de devant = + $36\frac{87}{100}$ / de derriere = + $314\frac{50}{100}$ } pouces.

Du second: le rayon de sa face { de devant = − $54\frac{51}{100}$ / de derriere = − $83\frac{62}{100}$ } pouces.

Du troisieme: le rayon de sa face { de devant = + $36\frac{87}{100}$ / de derriere = + $314\frac{80}{100}$ } pouces.

3°. Derriere ce verre; à la distance AB = 60 pouces, on mettra le verre QQ, dont l'ouverture doit être de $1\frac{24}{100}$ pouce en diametre.

4°. Le verre QQ est composé de deux verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant = $2\frac{72}{100}$ pouces.

Digitized by Google

5°. Derriere ce verre QQ, à la diſtance BC = $\frac{1}{2}$ pouce, on mettra l'oculaire RR, dont le diametre d'ouverture doit être $\frac{3}{4}$ pouces.

6°. L'oculaire RR ſera compoſé de trois verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant = 1, 65 pouce.

7°. Derriere l'oculaire à la diſtance CO = $\frac{3}{10}$ pouce, on placera l'oeil, qui découvrira un champ dont le diametre ſera = 71′, ou 1°, 11′, & ce champ lui paroitra ſous un angle de 102°, 12′.

Digitized by Google

RECHERCHES

SUR

DES LENTILLES OBJECTIVES FAITES D'EAU ET DE VERRE, QUI REPRÉSENTENT LES OBJETS DISTINCTEMENT ET SANS AUCUNE CONFUSION DES COULEURS. *)

PAR M. I. A. EULER.

Traduit du Latin.

Dans la dissertation dont mon pere a fait part à l'Académie en dernier lieu **), il avoit principalement en vue d'examiner la construction de deux lentilles de verres d'une différente sorte, lesquelles jointes ensemble seroient exemptes des défauts qu'ont les lentilles simples.

Mais, comme il est peut-être assez difficile de trouver deux semblables especes de verres différens, dont la raison de la réfraction differe suffisamment, il a proposé dans la même dissertation une maniere de faire des lentilles avec de l'eau, en renfermant cette eau entre deux ménisques qui soient partout d'une égale épaisseur, de façon que pour l'un & pour l'autre le rayon de la concavité soit égal au rayon de la convexité: de cette maniere, en effet, le verre ne troubleroit nullement la réfraction des rayons, & ce seroit comme si, en ôtant le verre, la lentille n'étoit faite que d'eau.

Cependant, comme il s'agit ici de joindre une lentille de verre à une lentille d'eau, cela a fait naître la question; si, en donnant à ces

*) Lu le 9 Avril 1761.

**) Elle étoit intitulée: *Constructio lentium objectivarum ex duplici vitro.* M. Euler le pere ne l'a pas fait inserer dans les Mémoires de l'Académie.

Digitized by Google

ces ménisques mêmes une autre figure, on ne pourroit pas se passer tout à fait de la lentille de verre.

Mon pere, qui a déjà à traité autrefois *) de ces lentilles composées, m'a proposé de les soumettre à un examen ultérieur, & de rechercher quels doivent être les rayons des faces des deux ménisques, pour que la lentille qui en est composée, & dont la cavité est remplie d'eau, ou de quelque autre fluide transparent, soit exempte tant de la dispersion des couleurs que de la diffusion de l'image.

Comme, dans la dissertation qui vient d'être indiquée, il n'a été question que de remédier à la dispersion des couleurs, je tâcherai d'obvier ici aux inconvéniens qui naissent de l'ouverture de la lentille.

Ce n'est que par de longs calculs que j'ai pu parvenir à la construction de lentilles qu'on puisse regarder comme véritablement parfaites: mais l'exécution en demeure toujours extrêmement difficile, vu que la moindre erreur commise dans la fabrique produit une très grande différence d'effet.

Le Sr. *Ring*, Méchanicien de l'Académie, n'a pu venir à bout, quelques soins qu'il ait pris, de polir des lentilles suivant les regles qui seront données ici, avec assez d'exactitude, pour que leur effet n'ait pas été trouvé tellement éloigné du but, que non seulement ces lentilles ne se sont pas trouvées meilleures que les lentilles simples ordinaires, mais encore qu'elles leur ont été fort inférieures.

Mais, quoique les recherches présentes paroissent destituées de toute utilité par rapport à la pratique, néanmoins, à cause du développement qu'elles contiennent de formules d'algebre très compliquées, on peut s'en promettre des progrès qui ne sont pas à mépriser tant dans l'Analyse que dans la Dioptrique même.

Aussi le défaut de succès ne m'a pas détourné de mon entreprise. J'ai poussé ce travail tout de suite jusqu'au bout, tel qu'on va le

*) Voyez les Mémoires de 1747.

Digitized by Google

le voir dans cette dissertation, avec la ferme espérance qu'ils ne déplairont à aucun amateur de l'Analyse.

PROBLEME I.

1. *Si du point lumineux* F *tombe sur la surface sphérique* AM *refringente le rayon* FM, *peu éloigné de l'axe* FO, *definir le concours du rayon réfracté* MS *avec l'axe.* Pl. VIII. Fig. 1.

SOLUTION.

Soit O le centre de la surface sphérique, & le rayon $OA = OM = a$, afin que la convexité regarde l'objet vers F. Que la droite FO soit réputée l'axe; que la distance du point lumineux AF soit $= f$, & le point d'incidence en M; que sa distance de l'axe soit posée $MP = x$, & qu'elle ne soit pas la plus petite, comme on le suppose communément, mais pourtant assez petite pour qu'on puïsse négliger dans le calcul sa quatrieme puissance & celles qui sont au dessus: que, de plus, la raison de la réfraction du milieu ζ dans le milieu η soit comme $\zeta^{\circ} . \eta$, laquelle raison pour abréger soit posée $\frac{\zeta}{\eta} = m$.

Parce qu'à présent le rayon OM est normal à la surface, on aura par la nature de la réfraction:

$$\text{sin FMO} : \text{sin GMO} = \zeta : \eta = m : 1.$$

Or $\text{sin FMO} : \text{sin GMO} = FO . GM : GO . FM$;
d'où l'on a $m . GO . FM = FO . GM$.

Mais, si d'après ces dénominations, nous posons la distance cherchée $AG = z$, on aura $FO = a + f$; $GO = Z - a$; & par la nature du cercle, $AP = a - \sqrt{(aa + xx)} = \frac{xx}{2a}$.

De plus, que du centre F avec le rayon FM, on tire l'arc Mf, on aura par la même raison $fP = \frac{xx}{2f}$, & de là $FM = Ff = f + \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2f} = f + \frac{(a+f)\,xx}{2af}$.

Digitized by Google

De la même maniere, ſi du centre G avec le rayon GM on tire l'arc Mg, on aura

$$Pg = \frac{xx}{2z}, \text{ d'où } GM = Gg = z - \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2z} = z - \frac{(z-a)\,xx}{2az}.$$

Ces valeurs étant ſubſtituées dans l'équation précédente, fourniſſent

$$m(z-a)f + \frac{m(z-a)(a+f)xx}{2af} = (a+f)\,z - \frac{(a+f)\,(z-a)\,xx}{2az},$$

$$\text{ou } ((m-1)\,f-a)\,z = maf - \frac{(a+f)\,(z-a)\,(f+mz)\,xx}{2afz},$$

Ainſi, pour les rayons les plus voiſins de l'axe, où il eſt permis de négliger le quarré xx, on aura $z = \frac{maf}{(m-1)\,f-a}$, laquelle valeur il ſuffira de ſubſtituer dans le dernier membre au lieu de Z. Comme donc il y a $z - a = \frac{a\,(a+f)}{(m-1)\,f-a}$ & $f + mz = \frac{(m-1)\,f\,(f+(m+1)\,a)}{(m-1)\,f-a}$, on aura aſſez exactement

$$((m-1)f-a)z = maf - \frac{(m-1)(f+a)^2\,(f+(m+1)\,a)xx}{2maf\,((m-1)f-a)}.$$

Et ainſi la diſtance cherchée AG ſera exprimée en ſorte qu'il ſoit

$$AG' = \frac{maf}{(m-1f)f-a} - \frac{(m-1)(f+a)^2\,(f+(m+1)\,a)\,xx}{2maf\,((m-1)\,f-a)^2}.$$

Corollaire 1.

2. Comme l'expreſſion trouvée a cette forme $M - Nxx$, on pourra commodément fournir le réciproque, ſavoir:

$$\frac{1}{AG} = \frac{1}{M - Nxx} = \frac{1}{M} + \frac{Nxx}{MM}.$$

D'où

Digitized by Google

D'où pour la distance du point G on aura

$$\frac{1}{AG} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{mf} + \frac{(m-1)(f+a)^2\,(f+(m+1)a)}{2m^3a^3f^3}xx.$$

COROLLAIRE 2.

3. On peut aussi introduire commodément ici les réciproques des quantités a & f; & l'équation trouvée revêt alors cette forme

$$\frac{1}{AG} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mf} + \frac{m-1}{2m^3}\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{a}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{f}\right)xx,$$

qui a plus d'élégance.

PROBLEME II.

4. *Etant proposé le ménisque* MMNN, *si du point lumineux* F *situé dans son axe, les rayons passent à une distance donnée* AM *de l'axe, par le menisque, dans un autre milieu transparent, par exemple, dans l'eau, assigner le lieu de l'image* H. Fig 2.

SOLUTION.

5. Soit le rayon de la face convexe MAM $= a$, le rayon de la face concave NBN $= b$, la rareté optique du milieu devant le ménisque $= \zeta$, celle de la matiere même dont le ménisque est fait $= \eta$, & celle du milieu derriere le ménisque $= \theta$. Or la raison de la réfraction des rayons qui entrent d'un milieu dans un autre est proportionelle à la rareté des milieux mêmes. Posons donc $\frac{\zeta}{\eta} = m$, & $\frac{\eta}{\theta} = n$. Soit de plus la distance du point lumineux F devant le ménisque AF $= f$, & le demi-diametre du cercle dans le ménisque par la circonférence duquel les rayons sont supposés passer $= x$, en sorte que x soit le demi-diametre de l'ouverture du ménisque. A présent, comme les rayons souffrent une double réfraction en M & en N, c'est par la premiere seulement que les rayons sont rassem-

Digitized by Google

ſemblés en G; & nous avons trouvé dans le Probleme précédent qu'il en réſulteroit

$$\frac{1}{AG} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{mf} + \frac{m-1}{2m^3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{f}\right)xx.$$

L'autre réfraction, par laquelle les rayons ſont réunis en H, pourra être définie de la même maniere. En effet, l'épaiſſeur du ménisque $\mathfrak{E}$ étant conſidérée comme très petite, de façon qu'on puiſſe la négliger; la diſtance qui vient d'être trouvée AG priſe négativement doit être écrite au lieu de f, & alors b au lieu de a, & n au lieu de m; à cauſe que l'épaiſſeur eſt très petite, la quantité x demeure la même. Poſons, pour abréger,

$$A = \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{f}\right),$$

en ſorte que $\frac{1}{AG} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{mf} + \frac{m-1}{2m^3}Axx.$

Et afin que nous puiſſions déduire d'autant plus aiſément la diſtance BH ou AH de la formule précédente, il convient de remarquer que

ce qui étoit auparavant	devient à préſent
m	n
a	b
$\frac{1}{f}$	$-\frac{(m-1)}{ma}+\frac{1}{mf}-\frac{(m-1)}{2m^3}Axx,$
AG	AH

& ce qui étoit auparavant A, eſt préſentement indiqué par la lettre B; mais, parce que B eſt joint à une petite quantité xx, on pourra négliger dans la formule même B cette quantité xx: on aura donc

$$B = \left(\frac{1}{b}-\frac{m-1}{ma}+\frac{1}{mf}\right)^2\left(\frac{1}{b}-\frac{(m-1)(n+1)}{ma}+\frac{n+1}{mf}\right),$$

après

Digitized by Google

après lesquels changemens nous trouverons

$$\frac{1}{AH} = \frac{n-1}{nb} + \frac{m-1}{mna} - \frac{1}{mnf} + \frac{(m-1)}{2m^3 n} A x x + \frac{(n-1)}{2n^3} B x x.$$

COROLLAIRE 1.

6. Si donc les rayons ſont ſeulement conſidérés voiſins de l'axe au point que l'on puiſſe tout à fait négliger la quantité xx, on aura

$$\frac{1}{AH} = \frac{m\,(n-1)\,af + (m-1)\,bf - ab}{mnabf},$$

& par conſéquent la diſtance de l'image H derriere le ménisque

$$AH = \frac{mnabf}{m\,(n-1)\,af + (m-1)\,bf - ab}.$$

COROLLAIRE 2.

7. Ainſi, au moyen des membres affectés de la particule xx, on connoit combien l'image ſouffre de diffuſion à cauſe de l'ouverture de la lentille; & cette diffuſion évanouiroit entierement, ſi la quantité qui multiplie la particule xx évanouïſſoit, au quel cas on a

$$\frac{(m-1)\,A}{m^3 n} - \frac{(n-1)\,B}{n^3} = 0.$$

COROLLAIRE 3.

8. Soit le rayon de la face concave du ménisque MMNN égal au rayon de la face convexe; ou bien, conſidérons le cas où $a = b$, & nous trouverons Fig. 3.

$$B = \frac{1}{m^3}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1+n-mn}{a} + \frac{n+1}{f}\right),$$

& de là, à cauſe de $A = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{a} - \frac{m+1}{f}\right)$, on aura

Digitized by Google

$$\frac{(m-1)A}{m^3 n} + \frac{(n-1)B}{n^3} = \frac{1}{m^3 n^3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{(m-1)mn}{a} + \frac{(m^2-1)n}{f} + \frac{(n-1)(1+n-mn)}{a} + \frac{mn-1}{f}\right),$$

$$\text{ou} = \frac{1}{m^3 n^3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{mn-1}{a} + \frac{mmnn-1}{f}\right),$$

$$\text{ou} = \frac{mn-1}{m^3 n^3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{a} + \frac{mn+1}{f}\right).$$

C'eſt pourquoi, au lieu de l'image H, nous aurons

$$\frac{1}{AH} = \frac{mn-1}{mna} - \frac{1}{mnf} + \frac{mn-1}{2m^3 n^3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{mn+1}{f}\right).$$

Corollaire 4.

9. Mais, par le Probleme premier, cette même expreſſion ſeroit produite ſi, en ôtant le ménisque, les rayons paſſoient immédiatement du point lumineux F par le milieu ζ dans le mileu θ; où la raiſon de la réfraction ſeroit $\zeta : \theta$, ou $\frac{\zeta}{\theta} = 1$. Mais, à cauſe de $\frac{\zeta}{\eta} = m$ & de $\frac{\eta}{\theta} = n$, on aura $\frac{\zeta}{\theta} = mn$: d'où, dans la formule donnée §. 3, au lieu de m il faut écrire mn, & la même expreſſion réſulte pour AG, que nous trouvons ici pour AH.

Corollaire 5.

10. Ainſi les ménisques dont la concavité ſe rapporte à une même ſphére, auſſi bien que la convexité, ne troublent abſolument point la réfraction; & ſuivant cela, ces lentilles compoſées que mon pere a indiquées dans ſa Diſſertation, où l'eau ſe trouve renfermée entre deux ſemblables ménisques, peuvent être fort bien conſidérées comme des lentilles ſimples, formées ſeulement d'eau. En effet, ces ménisques n'ont d'autre fonction que de retenir l'eau dans la figure donnée, pour empêcher qu'elle ne s'écoule. Co-

Digitized by Google

Corollaire 6.

11. Soit propoſée une lentille convexe de part & d'autre MMNN, par laquelle les rayons ſont transmis du point lumineux F ſitué dans ſon axe, dans un milieu ſemblable à celui où eſt l'objet; & cherchons le lieu de l'image H, entant qu'il dépend de l'ouverture de la lentille. Il faut donc poſer $\theta = \zeta$, & comme on a $\frac{\zeta}{\eta} = m$, & $\frac{\eta}{\theta} = n$, cela donnera $n = \frac{1}{m}$: enſuite, au lieu de b dans la ſolution du préſent Probleme, nous devons écrire $-b$, de façon que nous ayons Fig. 4.

$$A = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{f}\right),$$

$$B = \left(-\frac{1}{b} - \frac{(m-1)}{ma} + \frac{1}{mf}\right)^2 \left(-\frac{1}{b} - \frac{(m-1)(1+m)}{mma} + \frac{1+m}{mmf}\right)$$

& de là pour le lieu de l'image H

$$\frac{1}{AH} = (m-1)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) - \frac{1}{f} + \frac{(m-1)}{2mm}\,xx\,(A - m^4 B).$$

Mais $-m^4 B$ eſt $= \left(\frac{m-1}{a} + \frac{m}{b} - \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{mm-1}{a} + \frac{mm}{b} - \frac{m-1}{f}\right)$,

Corollaire 7.

12. Si nous voulons comparer cette formule avec l'expreſſion que mon pere a donnée ſans démonſtration dans le Mémoire ſuſdit, pour la diffuſion de l'image, noues devons poſer $a = \frac{m-1}{\mu}\,p$, & $b = \frac{m-1}{1-\mu}\,p$, afin que $(m-1)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ devienne $= \frac{1}{p}$; & alors on aura

$A =$

Digitized by Google

$$A = \left(\frac{\mu}{(m-1)p} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{\mu}{(m-1)p} + \frac{m+1}{f}\right), \&$$

$$- m^4 B = \left(\frac{m-\mu}{(m-1)p} - \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{mm-\mu}{(m-1)p} + \frac{m-1}{f}\right).$$

Mais, en développant ces formules, on trouve

$$A - m^4 B = + \frac{1}{(m-1)^3 p^3} (\mu^3 + (mm-\mu)(m-\mu)^2)$$

$$+ \frac{1}{(m-1)^2 fpp} ((m+1)\mu\mu + 2\mu\mu - 2(m-\mu)(mm-\mu) - (m+1)(m-\mu)^2)$$

$$+ \frac{1}{(m-1) ffp} (2(m+1)\mu + \mu + mm - \mu + 2(m+1)(m-\mu))$$

$$+ \frac{1}{f^3} (m + 1 - m - 1),$$

laquelle se resserre en la forme suivante

$$A - m^4 B = + \frac{1}{(m-1)^3 p^3} ((m+2)\mu\mu - mm(2m+1)\mu + m^4)$$

$$+ \frac{1}{(m-1)^2 fp^2} (+ m(m+1)\mu - mm(3m+1)$$

$$+ \frac{1}{(m-1) ffp} (m(3m+2).$$

Comme donc on a $\frac{1}{\Delta H} = \frac{1}{p} - \frac{1}{f} + \frac{(m-1)}{2mm} xx (A - m^4 B)$,

on aura $AH = \frac{fp}{f-p} - \frac{(m-1) ffpp}{2mm(f-p)^2} (A - m^4 B). xx.$

D'où naît, pour la particule qui concerne la diffusion de l'image, la même formule dont mon pere s'est servi dans sa Dissertation, savoir

$$+ ((m+2)\mu\mu - m(2m+1)\mu + m^3) ff$$

+

Digitized by Google

$$+ (m-1)(+(m+1)\mu - m(3m+1))fp$$
$$+ \frac{(m-1)^2(3m+2)pp}{2m(m-1)^2(f-p)^2} \cdot \frac{xx}{p}.$$

SCHOLIE.

13. Ayant ainſi ſolidement établi ce qui, dans le Mémoire de mon pere, paroiſſoit avoir beſoin de démonſtration, digreſſion qui, à ce que j'eſpere, n'aura déplu à perſonne; je reviens à mon but, & je conſidérerai deux ménifques entre leſquels il y a une cavité remplie d'eau, ou d'un autre fluide, conſacrant tous mes efforts à rechercher quelle eſt la diffuſion de l'image produite par l'ouverture.

Outre cela il convient d'avertir que je n'ai eu ici aucun égard à l'épaiſſeur du ménifque, parce que le plus ſouvent elle eſt ſi petite qu'on peut la négliger en toute ſûreté. Et quand même elle ſeroit plus grande, cela ne dérangeroit rien dans le ſujet que je traite: car il arriveroit de là que le lieu de l'image qui ſouffriroit quelque changement, affecteroit d'une maniere égale l'image formée par l'extrémité des rayons, & celle que forment les rayons du milieu. Or ici je n'ai pas tant deſſein d'examiner la diſtance abſolue où l'image ſe trouve de la lentille, que la différence entre les deux images: & l'on comprend aiſément que l'épaiſſeur n'influe point ſur cette différence, à moins qu'elle ne fût énorme. C'eſt pourquoi, dans les recherches ſuivantes où je réunirai les deux ménifques, je ſerai en droit de compter l'épaiſſeur pour rien. Car à toute rigueur il en réſulteroit des termes comparables à la quatrieme puiſſance x^4, qu'on peut hardiment laiſſer à l'écart dans ce travail.

PROBLEME III.

14. *Etant propoſée une lentille compoſée des deux ménifques* EE, *entre leſquels il y a une cavité remplie d'eau, ou de quelque autre fluide tranſparent, déterminer la diffuſion de l'image produite par l'ouverture.* Fig. 5.

Digitized by Google

SOLUTION.

Soit pour le ménisque antérieur le rayon de la face convexe EAE $=a$, le rayon de la face concave $eBe = b$: alors, pour le ménisque postérieur, soit le rayon de la face intérieure concave $eCe = c$, & celui de la face extérieure convexe EDE $= d$: soit de plus la rareté optique de l'air $= \zeta$, celle du verre dans les ménisques $= \eta$, & celle de l'eau renfermée $= \theta$: & qu'on pose comme auparavant $\frac{\zeta}{\eta} = m$, & $\frac{\eta}{\theta} = n$. Ensuite, que la distance de l'objet F situé dans l'axe de la lentille jusqu'à la lentille soit $Af = f$: l'image seroit représentée par ces rayons en H, comme si la réfraction se faisoit seulement dans le ménisque antérieur: & son lieu pour l'ouverture donnée, dont nous posons le demi-diametre $= x$, est défini dans le Probleme second, de façon qu'en posant pour abréger

$$A = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{f}\right),$$

$$B = \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)}{ma} + \frac{1}{mf}\right)^2 \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)(n+1)}{ma} + \frac{(n+1)}{mf}\right),$$

on ait $\frac{1}{AH} = \frac{m-1}{mna} + \frac{n-1}{nb} - \frac{1}{mnf} + \frac{xx}{2m^3n^3}(nn(m-1)A + m^3(n-1)B)$.

A présent cette image tient lieu de l'objet par rapport à la réfraction par le ménisque postérieur; & par conséquent cette réfraction sera définie par des formules semblables, pourvu qu'on y fasse les changemens requis. En effet, les rayons s'avancent déjà du milieu θ par le milieu η dans le milieu ζ, & les faces du ménisque postérieur sont renversées par rapport aux précédentes: alors, que l'image soit projettée en K, la distance de l'objet étant CK qui doit être prise négativement. Pour l'épaisseur AD de toute la lentille, je la compterai pour rien à cause des raisons déjà alleguées, comme n'affectant point la diffusion de l'image.

Le

Digitized by Google

Le changement ſuivant doit donc arriver.

Ce qui étoit auparavant	devient à préſent
m	$\frac{1}{n}$
n	$\frac{1}{m}$
$\frac{1}{a}$	$-\frac{1}{c}$
$\frac{1}{b}$	$-\frac{1}{d}$
$\frac{1}{f}$	$-\frac{(m-1)}{mna}-\frac{n-1}{nb}+\frac{1}{mnf}-\frac{xx}{2m^3n^3}\times (nn(m-1)A+m^3(n-1)B)$
AH	DK.

Au lieu de $\frac{m-1}{mna}+\frac{n-1}{nb}-\frac{1}{mnf}$, écrivons pour abréger $\frac{1}{v}$, & que ce que nous avons auparavant déſigné par les lettres A & B, ſoit préſentement indiqué par les lettres C & D; & parce que celles-ci affectent la particule très petite xx, il ſuffira pour elles au lieu de $\frac{1}{f}$ d'écrire $-\frac{1}{v}$; d'où nous obtenons

$$C=\left(-\frac{1}{c}-\frac{1}{v}\right)^2\left(\frac{-1}{c}-\frac{1-n}{nv}\right)=-\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{v}\right)^2\left(\frac{1}{c}+\frac{n+1}{nv}\right),$$

$$D=-\left(\frac{n-1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{n}{v}\right)^2\left(\frac{(m+1)(n-1)}{mc}+\frac{1}{d}+\frac{n(m+1)}{mv}\right).$$

De là donc on conclut

$\frac{1}{DK}$

Digitized by Google

$$\frac{1}{DK} = \frac{m(n-1)}{c} + \frac{m-1}{d} + \frac{m-1}{a} + \frac{m(m-1)}{b} - \frac{1}{f} + \frac{1}{2}xx\left(\frac{m-1}{mm}A + \frac{m(n-1)}{c}B\right) + \tfrac{1}{2}xx\,(-mmn\,(n-1)\,C - mm\,(m-1)\,D),$$

ou plus élégamment,

$$\frac{1}{DK} = (m-1)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{d}\right) + (mn-m)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - \frac{1}{f} + \tfrac{1}{2}xx\left(\frac{m-1}{mm}A + \frac{m(n-1)}{nn}B - mnn(n-1)C - mm(m-1)D\right).$$

Corollaire 1.

15. Donc, pour les rayons les plus voisins de l'axe, si la distance de l'image derriere la lentille est supposée $= k$, on aura

$$\frac{1}{k} = (m-1)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{d}\right) - (m-mn)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - \frac{1}{f},$$

& il faut faire en sorte qu'elle ne souffre aucun changement, quoiqu'à cause de la diverse nature des rayons, les nombres m & n reçoivent quelque legere variation.

Corollaire 2.

16. Mais, afin que l'ouverture de la lentille ne cause aucune diffusion de l'image, l'expression par laquelle la particule xx est multipliée, doit être réduite à rien: donc il faut que

$$\frac{m-1}{mn}(A - m^4 D) - \frac{m(1-n)}{nn}(B - n^4 C) = 0.$$

Corollaire 3.

17. Si pour $\frac{1}{v}$ on substitue la valeur prise, les valeurs des lettres A, B, C & D, seront telles que

$$A =$$

Digitized by Google

$$A = \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{f}\right),$$

$$B = \left(\frac{1}{b}-\frac{m-1}{ma}+\frac{1}{mf}\right)^2\left(\frac{1}{b}-\frac{(m-1)(n+1)}{ma}+\frac{n+1}{mf}\right),$$

$$C = -\left(\frac{1}{c}-\frac{1-n}{nb}+\frac{m-1}{mna}-\frac{1}{mnf}\right)^2\left(\frac{1}{c}-\frac{(1-nn)}{nnb}+\frac{m-1(1+n)}{mnna}-\frac{n+1}{mnnf}\right),$$

$$D = -\left(\frac{1}{d}-(1-n)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{mf}\right)^2\left(\frac{1}{d}-\frac{(m+1)(1-n)}{m}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{mm-1}{mma}-\frac{m+1}{mmf}\right).$$

COROLLAIRE 4.

18. Ces valeurs étant ſubſtituées, l'équation qui détruit la diffuſion de l'image

$$0 = \frac{(m-1)}{mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{f}\right)+\frac{m-1}{mm}\left(\frac{m}{d}-m(1-n)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{m-1}{a}-\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{mm}{d}-m(m+1)(1-n)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+\frac{mm-1}{a}-\frac{m+1}{f}\right)$$
$$-\frac{m(1-n)}{nn}\left(\frac{1}{b}-\frac{m-1}{ma}+\frac{1}{mf}\right)^2\left(\frac{1}{b}-\frac{(m-1)n+1}{ma}+\frac{n+1}{mf}\right)$$
$$-\frac{m(1-n)}{nn}\left(\frac{n}{c}-\frac{(1-n)}{b}+\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{mf}\right)^2\left(\frac{nn}{c}-\frac{(1-nn)}{b}+\frac{(m-1)(1+n)}{ma}-\frac{(n+1)}{mf}\right)$$

SCHOLIE.

19. J'ai donc encore deux Problemes à réſoudre; & l'on cherche dans l'un, comment les rayons des faces doivent être définis, afin que la diverſe nature des rayons de lumiere ne cauſe aucune diſperſion de couleurs, tandis que l'autre eſt deſtiné à prévenir la diffuſion de l'image cauſée par l'ouverture de la lentille. On peut ſatisfaire à la

Digitized by Google

premiere de ces conditions ſans avoir égard à la diſtance de l'objet f, mais l'autre ne peut avoir lieu, que moyennant une certaine diſtance de l'objet, qu'il conviendra donc de prendre comme infinie, puiſque les Téleſcopes dont j'ai la perfection en vue, ne s'employent ordinairement que pour des objets fort éloignés.

PROBLEME IV.

20. *Rechercher la raiſon de la lentille compoſée ci-deſſus décrite, ſuivant laquelle la diverſe nature des rayons de lumiere ne cauſe aucune diſperſion de couleurs dans l'image.*

SOLUTION.

Il eſt donc requis que la diſtance $DK = k$ ne ſouffre aucun changement, quoique dans cette équation

$$\frac{1}{k} = (m-1)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{d}\right) - m\,(1+n)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - \frac{1}{f},$$

les nombres m & n ſoyent un peu changés, ou s'accroiſſent par leurs différentiels; d'où il faut néceſſairement que

$$dm\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{d}\right) - (dm - d\,.\,mn\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 0.$$

Et afin de ſatisfaire d'autant plus aiſément à cette équation; ſubſtituons pour abréger $\frac{1}{a} + \frac{1}{d} = \frac{1}{p}$ & $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{q}$, &

$$a = \frac{1}{\mu}p;\ b = \frac{1}{\gamma}q;\ c = \frac{1}{1-\nu}q;\ d = \frac{1}{1-\mu}p,$$

& l'on aura $\frac{dm}{p} = \frac{dm - d\,.\,mn}{q}$.

Or, par la nature de la réfraction, $dm : d\,.\,mn$ eſt $= mlm : mnlmn$. & de là $q = \left(1 - \frac{nlmn}{lm}\right)p$.

On

Digitized by Google

On détermine donc la raiſon entre les quantités p & q, laquelle étant poſée $p = \lambda q$, on aura $\frac{1}{\lambda} = 1 - \frac{nlmn}{lm}$; d'où, par la nature ou la denſité optique des moyens, on peut aiſément inférer la valeur du nombre λ, laquelle étant trouvée, on aura $p = \lambda q$; & de là

$$a = \frac{\lambda}{\mu} q;\ b = \frac{1}{\gamma} q;\ c = \frac{1}{1-\nu} q,\ \&\ d = \frac{\lambda}{1-\mu} q,$$

de façon que les deux nombres μ & ν demeurent arbitraires. Or alors on aura $\frac{1}{k} = (m-1)\frac{1}{\lambda q} - (m-mn)\frac{1}{q} - \frac{1}{f}$.

C'eſt pourquoi, ſi la diſtance de l'objet F eſt comme infinie, cela donne $\frac{1}{k} = \frac{m-1-\lambda m(1-n)}{\lambda q}$, ou

$$q = \frac{m-1-\lambda m(1-n)}{\lambda},\ \&\ p = (m-1-\lambda m(1-n))\, k,$$

en ſorte que les quantités q & p ſont déterminées par la diſtance du foyer k.

PROBLEME V.

21. *Rechercher la raiſon de la lentille compoſée ci-deſſus décrite, ſuivant laquelle ſon ouverture ne cauſe aucune diffuſion d'image, en prenant la diſtance de l'objet infinie.*

SOLUTION.

En poſant $f = \infty$, il faudra ſatisfaire à l'équation trouvée §. 18, laquelle dans ce cas eſt ainſi

$$a = \frac{m-1}{mm} - \frac{1}{a}3$$

$$+\frac{m-1}{mm}\left(\frac{m}{d} - m(1-n)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) + \frac{m-1}{a}\right)^2 \left(\frac{m^2}{d} - m(m+1)(1-n)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) + \frac{mm-1}{a}\right)$$

$$-\frac{m(1-n)}{nn}\left(\frac{1}{b}-\frac{(m-1)}{ma}\right)^2\left(\frac{1}{b}-\frac{(m-1)(1+n)}{ma}\right)$$
$$-\frac{m(1-n)}{nn}\left(\frac{n}{c}<\frac{(1-n)}{b}\right)+\frac{m-1}{ma}\Big)^2\left(\frac{nn}{c}-\frac{(1-nn)}{b}+\frac{(m-1)(1+n)}{ma}\right).$$

Posons comme auparavant $\frac{1}{a}+\frac{1}{d}=\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{q}$; & aussi-tôt cette équation pourra être exprimée plus simplement de la maniere suivante

$$0=\frac{m-1}{mm}\left(\frac{1}{a^3}+\left(\frac{m}{p}-\frac{m(1-n)}{q}-\frac{1}{a}\right)^2\left(\frac{mm}{p}-\frac{m(m+1)(1-n)}{q}-\frac{1}{a}\right)\right)$$
$$-\frac{m(1-n)}{nn}\left(\left(\frac{1}{b}-\frac{(m-1)}{ma}\right)^2\left(\frac{1}{b}-\frac{(m-1)(1+n)}{ma}\right)+\frac{n}{q}-\frac{1}{b}+\frac{m-1}{ma}\right)^2$$
$$\left(\frac{nn}{q}-\left(\frac{1}{b}+\frac{(m-1)(1+n)}{ma}\right)\right).$$

La premiere partie positive de cette équation se développe en

$$m(m-1)\left(\frac{1}{p}-\frac{(1-n)}{q}\right)^2\left(\frac{m}{p}-\frac{(m+1)(1-n)}{q}\right)-\frac{(m-1)}{a}\left(\frac{1}{p}\right.$$
$$\left.-\frac{(1-n)}{q}\right)\left(\frac{2m+1}{p}-\frac{(2m+3)(1-n)}{q}\right)$$
$$+\frac{m-1}{maa}\left(\frac{m+2}{p}-\frac{(m+3)(1-n)}{q}\right).$$

Et la partie postérieure négative en

$$-\frac{mmn(1-n)}{q^3}+\frac{m(1-n)}{qq}\left(\frac{2n+1}{b}-\frac{(3n+1)(m-1)}{ma}\right)$$
$$-\frac{m(1-n)}{nq}\left(\frac{1}{b}-\frac{(m-1)}{ma}\right)\left(\frac{n+2}{b}-\frac{(m-1)(2+3n)}{ma}\right),$$

les.

Digitized by Google

lesquelles parties étant encore développées chacune à part, en six membres, fourniſſent

I. $\frac{mm(m-1)}{p^3} - \frac{m(m-1)(3m+1)(1-n)}{ppq} + \frac{m(m-1)(3m+2)(1-n)^2}{pqq} - \frac{m(mm-1)(1-n)^3}{q^3}$.

II. $-\frac{(m-1)(2m+1)}{app} + \frac{4(mm-1)(1-n)}{apq} - \frac{(m-1)(2m+3)(1-n)^2}{aqq}$.

III. $\frac{(m-1)(m+2)}{maap} - \frac{(m-1)(m+3)(1-n)}{maaq}$.

IV. $-\frac{mnn(1-n)}{q^3}$.

V. $+\frac{m(1-n)(2n+1)}{bqq} - \frac{(m-1)(1-n)(3n+1)}{aqq}$.

VI. $-\frac{m(1-n)(n+2)}{nbbq} + \frac{4m(m-1)(1-nn)}{mnabq} - \frac{(m-1)^2(1-n)(2+3n)}{mnaaq}$;

lesquels membres réunis doivent être égalés à zéro. Où il faut remarquer que les quantités p & q ſont données, & qu'on doit tirer de cette équation les valeurs convenables pour les deux rayons a & b; mais, avant que d'entreprendre ce travail, j'obſerve que les deux termes diviſés par $maaq$, peuvent auſſi être repréſentés ainſi

$$-\frac{4(m-1)(1-n)}{aaq} - \frac{2(m-1)^2(1-n)}{mnaaq},$$

& les deux termes diviſés par aqq ainſi,

$$-\frac{2n(m-1)(1-n)^2}{aqq} - \frac{4(m-1)(1-n)}{aqq}.$$

Préſentement, comme la condition précédente auroit donné $p = \lambda q$, & par conſéquent $q = \frac{p}{\lambda}$, ſi nous poſons $a = \frac{p}{\mu}$ & $b = \frac{q}{\nu} = \frac{p}{\lambda\nu}$, nous parviendrons en multipliant par p^3 à cette équation

Digitized by Google

$$\frac{\lambda^3 m(1-n)(n+2)}{n}\nu\nu = +\frac{4\lambda\lambda(m-1)(1-nn)}{n}\mu\nu + \frac{(m-1)(m+2)}{m}\mu\mu - (m-1)(2m+1)\mu$$
$$+\lambda^3 m(1-n)(2n+1)\nu - 4\lambda(m-1)(1-n)\mu\mu + 4\lambda(mm-1)(1-n)\mu$$
$$-2\lambda\left(\frac{(m-1)^2(1-n)}{mn}\right)\mu\mu - 2\lambda\lambda m(m-1)(1-n)^2\mu$$
$$-4\lambda\lambda(m-1)(1-n)\mu$$
$$+ mm(m-1)$$
$$-\lambda m(m-1)(3m+1)(1-n)$$
$$+\lambda\lambda m(m-1)(3m+2)(1-n)^2$$
$$-\lambda^3 m(mm-1)(1-n)^3$$
$$-\lambda^3 mnn(1-n),$$

où le nombre μ doit être pris, de façon que le nombre ν en reçoive sa détermination réelle; & alors on aura

$$a = \frac{p}{\mu};\quad b = \frac{p}{\lambda\nu};\quad c = \frac{p}{\lambda(1-\nu)};\quad \&\ d = \frac{p}{1-\mu}.$$

Mais, afin que la distance du foyer de cette lentille devienne $= k$, on doit prendre

$$p = (m-1-\lambda m(1-n))\,k,$$

& pour détruire en même tems la dispersion des couleurs, il faut prendre

$$\frac{1}{\lambda} = 1 - \frac{nlmn}{lm}.$$

SCHOLIE.

22. On ne peut tirer d'ici aucune détermination générale; c'est pourquoi, un cas quelconque étant offert, où par la nature des milieux les nombres m & n sont donnés, on doit premierement en inférer le nombre λ; ensuite chaque partie de l'équation doit être développée en nombres; & afin que cela puisse se faire plus aisément, consi-

Digitized by Google

ſidérons ces parties ſéparément, & réduiſons-les à de moindres termes. Soit donc

$$A = \frac{\lambda^3 m\,(1-n)\,(2+n)}{n}.$$

$$B = \frac{4\lambda^2\,(m-1)\,(1-nn)}{n}.$$

$$C = \lambda^3 m\,(1-n)\,(1+2n),$$

$$D = \frac{(m-1)(m+2)}{m} - 4\lambda(m-1)(1-n) - \frac{2\lambda(m-1)^2(1-n)}{mn},$$

$$E = -(m-1)(2m+1) + 4\lambda(mm-1)(1-n) - 2\lambda\lambda m(m-1)(1-n)^2 - 4\lambda\lambda\,(m-1)\,(1-n),$$

$$F = m^2(m-1) - \lambda m(m-1)(3m+1)(1-n) + \lambda\lambda m(m-1)(3m+2)(1-n)^2 - \lambda^3 m\,(m^2-1)\,(1-n)^3 - \lambda^3 m n^2\,(1-n)$$

de ſorte que notre équation eſt réduite à la forme ſuivante

$$Avv = B\mu v + Cv + D\mu\mu + E\mu + F.$$

PROBLEME VI.

23. *Si l'on fait une ſemblable lentille compoſée d'eau & de verre, & que la raiſon de la réfraction de l'air dans le verre ſoit comme* 31 : 20, *& celle de l'air dans l'eau comme* 4 : 3, *définir les lentilles de ce genre qui ſont exemptes tant de la diffuſion de l'image que de la diſperſion des couleurs.*

SOLUTION.

Ici donc on a $m = \frac{31}{20} = 155$, & $mn = \frac{4}{3} = 1,33333$; de là $n = \frac{80}{93}$, & par conſéquent, à cauſe de $lmn = 0,1249387$, & de $lm = 0,1903317$, $\frac{1}{\lambda}$ devient $= 1 - \frac{80.0,1249387}{93.0,1903317} = 0,4353325$, & par conſéquent

$l\frac{1}{\lambda}$

Digitized by Google

$l\frac{1}{\lambda} = 9,6388225$, & $l\lambda = 0,3611778$.

Pour le reste du calcul, les logarithmes de chacun des produits sont

$lm = 0,1903317$,
$l4\,(m-1) = 0,3424227$,
$l2\,m\,(m-1) = 0,2317244$,
$lm\,m\,(m-1) = 0,1210261$,
$l2\,\frac{(m-1)^2}{m} = 9,5914237$,
$l\frac{(m-1)(m+2)}{m} = 0,1002594$,
$l\,(m-1)(2m+1) = 0,3531466$,
$lm\,(m-1)(3m+1) = 0,6827429$,
$ln\,(m-1)(3m+2) = 0,7535161$,
$l+(m-1)(m+1) = 0,7489629$,
$lm\,(mm-1) = 0,3372346$,
$\frac{(m-1)(m+2)}{m} = 1,259677$,
$(m-1)(2m+1) = 2,255001$,
$m^2\,(m-1) = 1,321357$,

$l\lambda = 0,3611794$,
$l\lambda^2 = 0,7223588$,
$l\lambda^3 = 1,0835382$,
$ln = 9,9346071$,
$l\,(1-n) = 9,1454605$,
$l\frac{1-n}{n} = 9,2108534$,
$l\,(2+n) = 0,4563987$,
$l\,(1+2n) = 0,4346371$,
$l\frac{(1-n)(2+n)}{n} = 9,6672521$,
$l\frac{(1-n)(1+n)}{n} = 9,4804166$,
$l\,(1-n)(1+2n) = 9,5800976$,
$l\,(1-n)^2 = 8,2909210$,
$l\,(1-n)^3 = 7,4363815$,
$ln^2\,(1-n) = 9,0146747$.

De là on infere les valeurs des lettres A, B, C, D, E, F.

$A = +\ 8,73217$,
$B = +\ 3,50912$, d'où $\frac{B}{A} = 0,40186$,
$C = +\ 7,14444$, $\frac{C}{A} = 0,81817$,

$D =$

Digitized by Google

$$D = + 0{,}40756, \qquad \frac{D}{A} = 0{,}04667,$$

$$E = - 2{,}25214, \qquad \frac{E}{A} = - 0{,}25791,$$

$$F = - 1{,}65602, \qquad \frac{F}{A} = - 0{,}18965,$$

en sorte que

$$\nu\nu = 0{,}40186\ \mu\nu + 0{,}04667\ \mu\mu,$$
$$+ 0{,}81817\ \nu - 0{,}25791\ \mu,$$
$$- 0{,}18965.$$

Alors, la distance du foyer de la lentille composée k étant donnée, on aura $p = (m - 1 - \lambda m)(1 - n)\ k = 0{,}0522971\ k$, & de là

$$a = \frac{p}{\mu};\ b = \frac{p}{\lambda\nu};\ c = \frac{p}{\lambda(1-\nu)};\ d = \frac{p}{1-\mu},\ \text{ou}$$

$$a = 0{,}0522971\ \frac{k}{\mu};\ b = 0{,}0227667\ \frac{k}{\nu};\ c = 0{,}0227667\ \frac{k}{1-\nu};$$

$$\& \ d = 0{,}0522971\ \frac{k}{1-\mu}.$$

Corollaire 1.

23. Or la résolution de l'équation trouvée fournit

$$\nu = 0{,}20093\,\mu + 0{,}40908 \pm \sqrt{(0{,}08704\,\mu^2 - 0{,}09353\,\mu - 0{,}02231)}.$$

Afin de trouver donc pour ν une valeur réelle, il faudra poser pour μ une quantité, ou plus grande que $+ 1{,}27541$, ou moindre que $- 0{,}20097$.

Corollaire 2.

24. Soit $\mu = - 0{,}20097$, & l'on trouvera $\nu = 0{,}36870$. d'où les rayons des faces

$a = - 0{,}26022k$; $b = 0{,}04355k$; $c = 0{,}06175\,k$; $d = 0{,}02444\,k$,

Digitized by Google

laquelle conſtruction de la lentille n'eſt pas à conſeiller à cauſe de d fort petit.

COROLLAIRE 3.

25. Soit $\mu = -0,3$, on aura $\nu = 0,46534$; & les rayons des faces ſe trouvent de la maniere ſuivante:

$a = -0,17432k$, $b = 0,04842k$, $c = 0,04258k$, $d = 0,04022k$,

laquelle conſtruction ſera un peu meilleure que la précédente, ſans avoir cependant aucune prérogative ſur les lentilles ſimples, à moins que k ne ſoit pris aſſez grand; c'eſt à dire que, ſi l'on ne fait pas le tube aſſez long, l'effet ne l'emportera pas ſur celui des verres ordinaires.

COROLLAIRE 4.

26. Prenons à préſent $\mu = +1,27541$, & l'on trouvera $\nu = 0,66535$, d'où nous obtiendrons la conſtruction ſuivante

$a = 0,04100k$, $b = 0,03422k$, $c = 0,06803k$, $d = -0,18989k$.

Mais, ſi nous poſons $\mu = 1,3$, cela donnera $\nu = 0,61362$; & pour les rayons des faces

$a = 0,04022k$, $b = 0,03710k$, $c = 0,05892k$, $d = -0,17432k$,

Ici a & d doivent néceſſairement répondre à d & a du Corollaire 3. Mais, pour les conſtructions tirées des valeurs affirmatives de μ même, elles ſeront toujours fort inférieures à celles que fourniſſent les valeurs négatives.

COROLLAIRE 5.

27. Il réſulte auſſi manifeſtement de là, que la meilleure conſtruction d'une lentille ſera effectuée en poſant $c = d$, ou $0,0522971\,\nu = 0,0227667\,\mu + 0,0295304$, ou encore $\nu = 0,43534\,\mu + 0,56457$.

Mais nous parviendrons au but d'une maniere plus abrégée, ſi nous interpolons les valeurs trouvées pour a, b, c, d, dans les Corollaires 2. & 3. En effet, comme

par

Digitized by Google

par le Coroll. 2.

$a = -0{,}26022k$; $b = 0{,}04355k$, $c = 0{,}06175k$; $d = 0{,}02444k$,

& par le Coroll. 3.

$a = -0{,}17432k$; $b = 0{,}04892k$; $c = 0{,}04258k$; $d = 0{,}04022k$,

prenons les différences

$0{,}08590$; $-0{,}00537$; $0{,}01917$; $-0{,}01578$,

& posons

$a = -0{,}17432 - 0{,}08590\,\delta$,

$b = 0{,}04892 - 0{,}00537\,\delta$,

$c = 0{,}04258 + 0{,}01917\,\delta$,

$d = 0{,}04022 - 0{,}01578\,\delta$.

Déterminons à préſent δ, de façon que c devienne $= d$, ou

$0{,}04258 + 0{,}01917\,\delta = 0{,}04022 - 0{,}01578\,\delta$,

& l'on aura $\delta = -\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{6}{9}\frac{}{5}$, d'où naît la détermination ſuivante de la lentille,

$a = -0{,}16852k$; $b = 0{,}04928k$; $c = 0{,}04129k$; $d = 0{,}04129k$.

Cette lentille eſt répréſentée par la figure 6.

Les deux autres déterminations peuvent être interpolées de la même maniere; mais on s'apperçoit aiſément qu'on ne ſauroit obtenir de conſtruction ſupérieure à celle qui vient d'être trouvée.

SCHOLIE.

28. J'ai pris ici la raiſon de la réfraction de l'air dans l'eau comme 4 à 3; ce qui tient le milieu entre les deux déterminations de Deſcartes & de Newton; ſi par hazard la réfraction de l'eau étoit plus grande on moindre, il faudroit corriger toutes ces déterminations; ou bien, ſi l'on propoſoit un autre fluide tranſparent, par exemple, de l'eſprit de vin, la conſtruction de la lentille ſeroit toute différente. C'eſt pourquoi j'ai fait les ſuppoſitions ſuivantes, ſuivant leſquelles j'ai calculé

Digitized by Google

culé les conſtructions des ménifques, qui, étant joints & ayant leur cavité remplie d'un fluide doué de la réfraction propoſée, ſoient entierement exempts des défauts des lentilles ſimples. Et comme, dans toutes ces hypotheſes, je poſe la réfraction du verre la même, ſavoir $\frac{3}{4} = 1,55$; pour toutes ces réfractions nous aurons comme au commencement de la ſolution du préſent Probleme

$m = 1,55$; $m - 1 = 0,55$; $llm = 9,2795112$,

$lm = 0,1903317$ (la) $\frac{(m-1)(m+2)}{m} = 1,2596774 = \pi$,

$l4\,(m-1) = 0,3424227 = l\varepsilon$,

$l2\,\frac{(m-1)^2}{m} = 9,5914237 = l\gamma$, $(m-1)(2m+1) = 2,255 = \varrho$,

$l4\,(mm-1) = 0,7489629 = l\delta$, $m^2\,(m-1) = 1,3213750 = \sigma$,

$l2m\,(m-1) = 0,2317244 = l\epsilon$,

$lm\,(m-1)(3m+1) = 0,6827428 = l\eta$,

$lm\,(m-1)(3m+2) = 0,7535160 = l\iota$,

$lm\,(mm-1) = 0,3372346 = lk$.

Faiſons précéder le

Coup d'oeil du Calcul.

D'abord on calcule les logarithmes des nombres ſuivans:

$a =$

Digitized by Google

$$a = \frac{(1-n)(2+n)}{n} = e(2+n),$$

$$b = \frac{1-nn}{n} = e(1+n),$$

$$c = (1-n)(1+2n) = d(1+2n),$$

$$d = 1-n,$$

$$e = \frac{1-n}{n} = \frac{d}{n},$$

$$f = (1-n)^2 = d^2,$$

$$g = (1-n)^3 = d^3,$$

$$h = nn(1-n)\ nnd.$$ Enſuite

$l\frac{1}{\lambda} = l\left(1 - \frac{n\,l\,mn}{lm}\right)$, d'où l'on obtient aiſément $l\lambda$; $l\lambda^2$; $l\lambda^3$.

Après cela on tire les logarithmes de ces nombres.

$$A = \lambda^3.\alpha.a,$$

$$B = \lambda^2.\beta.b,$$

$$C = \lambda^3.\alpha.c,$$

$$D = \pi - \lambda.\beta.d - \lambda.\gamma.e,$$

$$E = -\varrho + \lambda.\delta.d - \lambda^3.\varepsilon.f - \lambda^2.\beta.d,$$

$$F = \sigma - \lambda.\eta.d + \lambda^2\iota.f - \lambda^3.\alpha.g - \lambda^3.\alpha.h.$$

lesquels étant trouvés, on cherche

$$2\mathfrak{A} = \frac{B}{A};\ 2\mathfrak{B} = \frac{C}{A};\ \mathfrak{C} = \frac{D}{A};\ \mathfrak{D} = \frac{-E}{A};\ \&\ E = \frac{-F}{A},$$

de plus $\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{C};\ 2\mathfrak{A}\mathfrak{B} - \mathfrak{D};\ \mathfrak{B}^2 - \mathfrak{E}$,

& l'on aura

$$\nu = \mathfrak{A}\mu + \mathfrak{B} + V((\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{C})\mu^2 + (2\mathfrak{A}\mathfrak{B} - \mathfrak{D})\mu +)(\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{E}).$$

Digitized by Google

Enfin on calcule

$$la = l\frac{p}{k} = \iota\,(m - 1 - \lambda m\,(1 - n)),$$

$lb = l\frac{p}{\lambda k}$, & les rayons des faces des deux ménisques seront

$$\frac{a}{\mu}k;\ \frac{b}{\nu}k;\ \frac{b}{1-\nu}k;\ \frac{a}{1-\mu}k.$$

HYPOTHESE I.

$\frac{\zeta}{\theta} = mn = 1,33$ ou $\frac{\eta}{\theta} = n = 0,8580644$, & l'on trouvera

$la = 9,6746442$; $l\frac{1}{\lambda} = 9,6450724$; $lA = 0,9297588$,
$lb = 9,4876320$; $l\lambda = 0,3549276$; $lB = 0,5399099$,
$lc = 9,5860416$; $l\lambda^2 = 0,7098552$; $lC = 0,8411562$,
$ld = 9,1520912$; $l\lambda^3 = 1,0647829$; $lD = 9,6090060$,
$le = 9,2185713$; $la = 8,7148409$; $lE = 0,3481252$,
$lf = 8,3041824$; $lb = 8,3599133$; $lF = 0,2023757$,
$lg = 7,4562737$; $a = 0,0518610$,
$lh = 9,0191310$; $b = 0,0229041$;

$l_2\mathfrak{A} = 9,6101511$; $\mathfrak{A} = 0,2037610$; $\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{C} = 0892987$,
$l_2\mathfrak{B} = 9,9113974$; $\mathfrak{B} = 0,4077251$; $2\mathfrak{A}\mathfrak{B} - \mathfrak{D} = -0,0958823$,
$l\mathfrak{C} = 8,6792481$; $\mathfrak{C} = 0,0477802$;
$l\mathfrak{D} = 9,4183664$; $\mathfrak{D} = 0,2620393$; $\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{E} = -0,0210944$,
$l\mathfrak{E} = 9,2726169$; $\mathfrak{E} = 0,1873341$,

& par conséquent

$\gamma =$

Digitized by Google

$\nu = 0,2037610\mu + 0,4077251 + \sqrt{(0,0892987\mu^2 - 0,0958823\mu - 0,021944}$.

Or μ doit néceſſairement être pris, ou plus grand que $+1,261047$, ou plus petit que $-0,187323$: mais, μ & ν étant connus, les rayons des faces ſeront

$$\frac{0,0518610}{\mu}k;\quad \frac{0,0229041}{\nu}k;\quad \frac{0,0229041}{1-\nu}k;\quad \frac{0,0518610}{1-\mu}k.$$

D'où l'on forme la Table ſuivante. Rayons des faces

μ	ν	I.	II.	III.	IV.
+1,261047	0,6646773	0,041125k convex.	0,034459k concav.	0,068305k convex.	0,193665k concav.
+1,3	0,600687	0,039893k —	0,038130k —	0,057359k —	0,172870k —
−0,187323	0,3736444	0,276853k concav.	0,061299k convex.	0,036567k concav.	0,043679k convex.
−0,2	0,407643	0,259305k —	0,056187k —	0,038666k	0,043214k —
−0,3	0,4719248	0,172870k —	0,048534k —	0,043373k	0,039893k.

De là par interpolation

concav. concav. concav. convex.

le rayon de la face I. 0,210338 k; II. 0,051851k; III. 0,041333 k; IV. 0,041333 k,

& en corrigeant par la ſuppoſition des formules plus générales,

$\mu = -0,25471$, & $\nu = 0,445864$,

le rayon de la face I. 0,203608; II. 0,0513701; III. & IV. 0,041333.

Ou, en cherchant très exactement la valeur de ν même par une équation quadratique, poſant comme ci-deſſus $\mu = -0,25471$, on aura $\nu = 0,45138$, & la conſtruction de la lentille ſera la meilleure, de la maniere ſuivante.

Premier ménisque qui regarde l'objet
- Le rayon de la face extérieure concave, 0,203608 k.
- Le rayon de la face intérieure concave, 0,050742 k.

Ménisque poſtérieur.
- Le rayon de la face intérieure concave, 0,041748 k.
- Le rayon de la face extérieure convexe, 0,041333 k.

Digitized by Google

HYPOTHESE II.

$m = 1 - 34$, ou $n = 0,8645162$, & nous obtiendrons

$lA = 0,9644932$; $\mathfrak{A} = 0,1952438$; $\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{C} = 0,0825870$,

$lB = 0,5561004$; $\mathfrak{B} = 0,4118135$; $2\mathfrak{A}\mathfrak{B} - \mathfrak{D} = -0,0888700$,

$lC = 0,8802237$; $\mathfrak{C} = 0,0444669$; $\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{E} = 0,0246450$,

$lD = 9,6125301$; $\mathfrak{D} = 0,2496780$; $la = 8,7255735$,

$l-E = 0,3618735$; $\mathfrak{E} = 0,194235$; $lb = 8,3515749$.

$l-F = 0,2529066$;

$\nu = 0,1952438\mu + 0,4118135 + \sqrt{(0,082587\mu^2 - 0,08887\mu - 0,024645)}$

& μ ou $> 1,30478$, ou $< -0,22870$.

Omettons les cas où μ eſt affirmatif, parce qu'il faut les regarder comme toujours fort inférieurs à ceux où μ eſt négatif: & la conſtruction d'une ſemblable lentille ſera en général de la maniere ſuivante

Ménisque antérieur.
- Le rayon de la face antérieure concave $0,0531586\frac{k}{-\mu}$.
- Le rayon de la face poſtérieure concave $0,0224685\frac{k}{\nu}$.

Ménisque poſtérieur.
- Le rayon de la face intérieure concave $0,0224685\frac{k}{1-\nu}$.
- Le rayon de la face extérieure convexe $0,0531586\frac{k}{1-\mu}$.

Soit premierement $\mu = -0,22870$, & l'on trouvera $\nu = 0,3671613$, d'où les rayons des faces;

I. $0,232438k$; II. $0,061195k$; III. $0,035505k$; IV. $0,043264k$.

A' préſent ſoit $\mu = -0,3$, afin que ν devienne $= 0,450445$, & nous obtiendrons

I. $0,177195k$; II. $0,049881k$; III. $0,040885k$; IV. $0,040891$.

HY-

Digitized by Google

HYPOTHESE III.

$mn = 1{,}35$; $n = 0{,}8709697$;

$lA = 1{,}0012417$; $\mathfrak{A} = 0{,}1866530$; $\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{C} = 0{,}0760254$,

$lB = 0{,}5733068$; $\mathfrak{B} = 0{,}4159117$; $2\mathfrak{A}\mathfrak{B} - \mathfrak{D} = -0{,}0819071$,

$lC = 0{,}9212729$; $\mathfrak{C} = 0{,}0411860$; $\mathfrak{B}\mathfrak{B} - \mathfrak{E} = -0{,}0282445$,

$lD = 9{,}6159910$; $\mathfrak{D} = 0{,}2371695$; $la = 8{,}7363136$,

$lE = 0{,}3763005$; $\mathfrak{E} = 0{,}2012271$; $lb = 8{,}3422496$.

$l-F = 0{,}3049282$,

$$\nu = 0{,}1866530\,\mu + 0{,}4159117 + \sqrt{(0{,}0760254\,\mu^2 - 0{,}0819071\,\mu - 0{,}0282445)},$$

$\mu < -0{,}27476$.

Conſtruction générale de ces lentilles.

Ménisque antérieur.
- Le rayon de la face extérieure concave $0{,}0544889\frac{k}{-\mu}$.
- Le rayon de la face poſtérieure concave $0{,}021991\frac{k}{\nu}$.

Ménisque poſtérieur.
- Le rayon de la face intérieure concave $0{,}021991\frac{k}{1-\nu}$.
- Le rayon de la face extérieure convexe $0{,}054489\frac{k}{1-\mu}$.

1. Qu'on poſe $\mu = -0{,}27476$, on aura $\nu = 0{,}3646269$, & les rayons des faces

I. $0{,}198317k$; II. $0{,}042743k$; III. $0{,}060312k$; IV. $0{,}034612k$.

2. Soit $\mu = -0{,}3$, afin que ν ſoit $= 0{,}416216$, & les rayons des faces ſeront

I. $0{,}18163\,k$; II. $0{,}05283\,k$; III. $0{,}03767\,k$; IV. $0{,}04191\,k$.

3. Qu'on prenne $\mu = 4$, & l'on aura $\nu = 0{,}47041$; ce qui donnera pour les rayons des faces

Digitized by Google

I. 0,13622 k; II. 0,046749 k; III. 0.041525 k; IV. 0,038921 k.

4. De là on tire par interpolation la conſtruction ſuivante qui eſt la plus parfaite dans ſon genre.

Ménisque antérieur. { Le rayon de la face antérieure concave 0,15348 k. / Le rayon de la face poſtérieure concave 0,04906 k.

Ménisque poſtérieur. { Le rayon de la face antérieure concave 0,04006 k. / Le rayon de la face extérieure convexe 0,04006 k.

HYPOTHESE IV.

$mn = 1{,}36$; $n = 0{,}8774192$.

$lA = 1{,}0402248$; $\mathfrak{A} = 0{,}1779894$; $\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{C} = 0{,}0696228$,

$lB = 0{,}5916489$; $\mathfrak{B} = 0{,}4200203$; $2\mathfrak{A}\mathfrak{B} - \mathfrak{D} = -0{,}0751322$,

$lC = 0{,}9645251$; $\mathfrak{C} = 0{,}0379426$; $\mathfrak{C}^2 - \mathfrak{E} = -0{,}0317780$,

$lD = 9{,}6193523$; $\mathfrak{D} = 0{,}2246509$; $la = 8{,}7459596$,

$l-E = 0{,}3917329$; $\mathfrak{E} = 0{,}2081951$; $lb = 8{,}3307346$,

$l-F = 0{,}3586954$.

$$\nu = 0{,}1779898\,\mu + 0{,}4200203 + \sqrt{(0{,}0696228\,\mu^2 - 0{,}0751322\,\mu - 0{,}0317780)}.$$

$\mu < -0{,}3166805$.

Conſtruction générale de ces lentilles.

Ménisque antérieur. { Le rayon de la face antérieure concave $0{,}0557134\frac{k}{-\mu}$. / Le rayon de la face intérieure concave $0{,}0214158\frac{k}{\nu}$.

Ménisque poſtérieur. { Le rayon de la face intérieure concave $0{,}0214158\frac{k}{1-\nu}$. / Le rayon de la face extérieure convexe $0{,}0557134\frac{k}{1-\mu}$.

1. Qu'on

Digitized by Google

1. Qu'on pose $\mu = -0,3166805$, afin que ν soit $= 0,3636544$, & l'on aura pour les rayons des faces

I. $0,1761459\,k$; II. $0,05889\,k$; III. $0,03365\,k$; IV. $0,04231\,k$.

2. Soit $\mu = -0,5$, on aura $\nu = 0,4913183$, & l'on obtient pour les rayons des faces

I. $0,1114268\,k$; II. $0,043588\,k$; III. $0,042686\,k$; IV. $0,037142\,k$.

3. D'où par interpolation on trouve les rayons des faces

I. $0,136603\,k$; II. $0,049561\,k$; III. $0,039161\,k$; IV. $0,039161\,k$, construction qui a besoin d'être corrigée au cas qu'on veuille s'en servir.

HYPOTHESE V.

$mn = 1,37$; $n = 0,8838710$,

$lA = 1,0816572$; $\mathfrak{A} = 0,1692532$; $\mathfrak{A}^2 - \mathfrak{C} = 0,0634002$,

$lB = 0,6112242$; $\mathfrak{B} = 0,4241395$; $2\mathfrak{A}\mathfrak{B} - \mathfrak{D} = -0,0685297$,

$lC = 1,0101959$; $\mathfrak{C} = 0,0347536$; $\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{E} = -0,0352728$,

$lD = 9,6226575$; $\mathfrak{D} = 0,2121037$;

$l-E = 0,4082054$; $\mathfrak{E} = 0,2151671$;

$l-F = 0,4144332$.

$la = 8,7479677$,

$lb = 8,3103684$.

$$\nu = 0,1692532\,\mu + 0,4241395 + \sqrt{(0,0634002\,\mu^2 - 0,0685297\,\mu - 0,0352728)}.$$

$\mu = < -0,3806593$.

Construction générale de ces lentilles.

Ménisque antérieur.

Le rayon de la face antérieure concave $0,0559716\frac{k}{-\mu}$.

Le rayon de la face postérieure concave $0,0204347\frac{k}{\nu}$.

Mé-

Ménisque postérieur. { Le rayon de la face intérieure concave $0,0204347\frac{k}{1-\nu}$. / Le rayon de la face extérieure convexe $0,055971 6\frac{k}{1-\mu}$.

1. Soit $\mu = -0,3805593$, afin que ν soit $= 0,3597117$, & nous aurons pour les rayons des faces

I. $0,147038k$; II. $0,056809k$; III. $0,031914k$, IV. $0,040549k$,

2. Qu'on pose à présent $\mu = -0,5$; & l'on aura $\nu = 0,4613410$, d'où l'on tire la construction suivante.

Ménisque antérieur. { Le rayon de la face antérieure concave $0,111943k$. / Le rayon de la face postérieure concave $0,044294k$.

Ménisque postérieur. { Le rayon de la face intérieure concave $0,037936k$. / Le rayon de la face extérieure convexe $0,037314k$.

SCHOLIE.

On conclut de là:

1. Que plus la raison de la réfraction de l'air dans le fluide renfermé sera petite, plus les rayons des faces seront grands: par conséquent on pourra donner une plus grande ouverture à la lentille: & cette lentille sera beaucoup meilleure que les lentilles simples.

2. Que la prérogative de ces lentilles composées est d'autant plus grande, que l'on place le foyer à une distance plus éloignée. Car, lorsque cette distance est fort petite, une semblable lentille composée n'aura aucun avantage sur les lentilles simples, à cause de la petitesse des rayons des faces, ou même elle sera fort inférieure aux lentilles ordinaires.

Digitized by Google

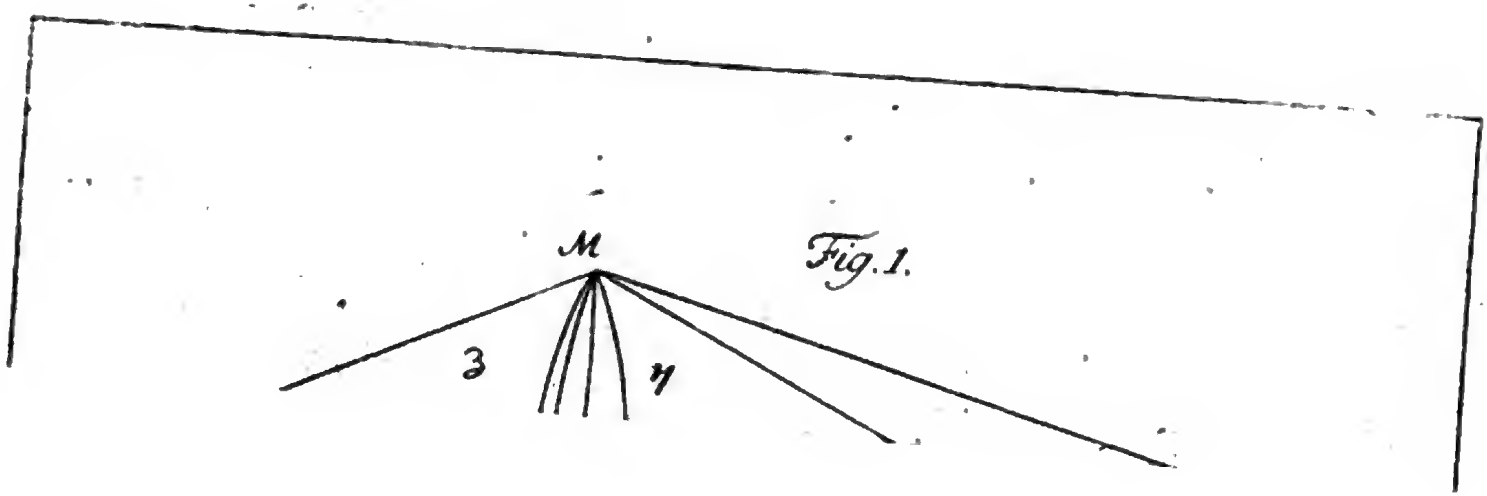


Fig. 1.

Digitized by Google

MÉMOIRE

SUR

QUELQUES PROPRIÉTÉS REMARQUABLES DES QUANTITÉS TRANSCENDENTES CIRCULAIRES ET LOGARITHMIQUES.

PAR M. LAMBERT. *)

§. 1.

Démontrer que le diametre du cercle n'eſt point à ſa circonférence comme un nombre entier à un nombre entier, c'eſt là une choſe, dont les géometres ne ſeront gueres ſurpris. On connoit les nombres de *Ludolph*, les rapports trouvés par *Archimede*, par *Metius* etc. de même qu'un grand nombre de ſuites infinies, qui toutes ſe rapportent à la quadrature du cercle. Et ſi la ſomme de ces ſuites eſt une quantité rationelle, on doit aſſez naturellement conclure, qu'elle ſera ou un nombre entier, ou une fraction très ſimple. Car, s'il y falloit une fraction fort compoſée, quelle raiſon y auroit-il, pourquoi plutôt telle que telle autre quelconque? C'eſt ainſi, par exemple, que la ſomme de la ſuite

$$\frac{2}{1\cdot 3} + \frac{2}{3\cdot 5} + \frac{2}{5\cdot 7} + \frac{2}{7\cdot 9} + \&c.$$

eſt égale à l'unité, qui de toutes les quantités rationelles eſt la plus ſimple. Mais, en omettant alternativement les 2, 4, 6, 8 &c. termes, la ſomme des autres

$$\frac{2}{1\cdot 3}$$

*) Lu en 1767.

Digitized by Google

$$\frac{2}{1.3} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{9.11} + \frac{2}{13.15} + \&c.$$

donne l'aire du cercle, lorsque le diametre eſt $=$ 1. Il ſemble donc que, ſi cette ſomme étoit rationelle, elle devroit également pouvoir être exprimée par une fraction fort ſimple, telle que ſeroit $\frac{3}{4}$ ou $\frac{4}{5}$ &c. En effet, le diametre étant $=$ 1, le rayon $=$ $\frac{1}{2}$, le quarré du rayon $=$ $\frac{1}{4}$, on voit bien que ces expreſſions étant auſi ſimples, elles n'y mettent point d'obſtacle. Et comme il s'agit de tout le cercle, qui fait une eſpece d'unité, & non de quelque Secteur, qui de ſa nature demanderoit des fractions fort grandes, on voit bien, qu'encore à cet égard on n'a point ſujet de s'attendre à une fraction fort compoſée. Mais comme, après la fraction $\frac{1}{1}\frac{1}{4}$ trouvée par *Archimede*, qui ne donne qu'un à peu près, on paſſe à celle de *Metius*, $\frac{3}{4}\frac{5}{5}\frac{5}{2}$, qui n'eſt pas non plus exacte, & dont les nombres ſont conſidérablement plus grands, on doit être fort porté à conclure, que la ſomme de cette ſuite, bien loin d'être égale à une fraction ſimple, eſt une quantité irrationelle.

§. 2. Quelque vague que ſoit ce raiſonnement, il y a néanmoins des cas où on ne demande pas d'avantage. Mais ces cas ne ſont pas celui de la quadrature du cercle. La plûpart de ceux qui s'attachent à la chercher, le font avec une ardeur, qui les entraine quelque fois juſqu'à révoquer en doute les vérités les plus fondamentales & les mieux établies de la géométrie. Pourroit-on croire, qu'ils ſe trouveroient ſatisfaits par ce que je viens de dire? Il y faut toute autre choſe. Et s'agît-il de démontrer, qu'en effet le diametre n'eſt pas à la circonférence comme un nombre entier à un nombre entier, cette démonſtration doit être ſi rigide, qu'elle ne le cede à aucune démonſtration géométrique. Et avec tout cela je reviens à dire, que les géométres n'en ſeront point ſurpris. Ils doivent être accoutumés depuis longtems à ne s'attendre à autre choſe. Mais voici ce qui méritera plus d'attention, & ce qui fera une bonne partie de ce Mémoire. Il s'agit de faire voir, que *toutes les fois qu'un arc de cercle quelconque eſt commenſurable au rayon, la tangente de cet arc lui eſt incom-*

Digitized by Google

commenſurable; & que réciproquement, *toute tangente commenſurable n'eſt point celle d'un arc commenſurable.* Voila de quoi être un peu plus ſurpris. Cet énoncé paroiſſoit devoir admettre une infinité d'exceptions, & il n'en admet aucune. Il fait encore voir juſqu'à quel point les quantités circulaires tranſcendentes ſont tranſcendentes, & reculées au delà de toute commenſurabilité. Comme la démonſtration que je vais donner exige toute la rigueur géométrique, & qu'en outre elle ſera un tiſſu de quelques autres theorémes, qui demandent d'être démontrés avec tout autant de rigueur, ces raiſons m'excuſeront, quand je ne me hâterai pas d'en venir à la fin, ou lorsque chemin faiſant je m'arrêterai à ce qui ſe préſentera de remarquable.

§. 3. Soit donc propoſé *un arc de cercle quelconque, mais commenſurable au rayon:* & il s'agit de trouver, *ſi cet arc de cercle ſera en même tems commenſurable à ſa tangente ou non?* Qu'on ſe figure pour cet effet une fraction telle, que ſon numérateur ſoit égal à l'arc de cercle propoſé, & que ſon dénominateur ſoit égal à la tangente de cet arc. Il eſt clair que, de quelque maniere que cet arc & ſa tangente ſoient exprimés, cette fraction doit être égale à une autre fraction, dont le numérateur & le dénominateur ſeront des nombres entiers, toutes les fois que l'arc de cercle propoſé ſe trouvera être commenſurable à ſa tangente. Il eſt clair auſſi que cette ſeconde fraction doit pouvoir être déduite de la premiere, par la même méthode, dont on ſe ſert en arithmétique pour réduire une fraction à ſon moindre dénominateur. Cette méthode étant connue depuis *Euclide*, qui en fait la 2me prop. de ſon 7me Livre, je ne m'arrêterai pas à la démontrer de nouveau. Mais il convient de remarquer que, tandis que *Euclide* ne l'applique qu'à des nombres entiers & rationels, il faudra que je m'en ſerve d'une autre façon, lorsqu'il s'agit d'en faire l'application à des quantités, dont on ignore encore ſi elles ſeront rationelles ou non? Voici donc le procédé qui conviendra au cas dont il eſt ici queſtion.

§. 4. Soit le rayon $= 1$, un arc de cercle propoſé quelconque $= v$. Et on aura les deux ſuites infinies fort connues

Digitized by Google

$$\text{sin } v = v - \frac{1}{2.3} v^3 + \frac{1}{2.3.4.5} v^5 - \frac{1}{2.3.4.5.6.7} v^7 + \text{&c.}$$

$$\text{cos } v = 1 - \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2.3.4} v^4 - \frac{1}{2.3.4.5.6} v^6 + \text{&c.}$$

Comme dans ce qui ſuivra je donnerai deux ſuites pour l'hyperbole qui ne différeront de ces deux qu'en ce que tous les ſignes ſont poſitifs, je différerai jusques-là de démontrer la loi de progreſſion de ces ſuites, & encore ne la démontrerai-je que pour ne rien omettre de tout ce que demande la rigueur géométrique. Il ſuffit donc d'en avoir averti les Lecteurs d'avance.

§. 5. Or comme il eſt

$$\text{tang } v = \frac{\text{sin } v}{\text{cos } v},$$

nous aurons, en ſubſtituant ces deux ſuites, la fraction

$$\text{tang } v = \frac{v - \frac{1}{2.3} v^3 + \frac{1}{2.3.4.5} v^5 - \text{&c.}}{1 - \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2.3.4} v^4 - \text{&c.}}$$

Je la poſerai pour plus de briéveté

$$\text{tang } v = \frac{A}{B},$$

de ſorte qu'il ſoit

$$A = \text{sin } v,$$
$$B = \text{cos } v.$$

Voici maintenant le procédé que preſcrit *Euclide*.

§. 6. On diviſe B par A; ſoit le quotient $= Q'$, le réſidu $= R'$.
On diviſe A par R'; ſoit le quotient $= Q''$, le réſidu $= R''$.
On diviſe R' par R''; ſoit le quotient $= Q'''$, le réſidu $= R'''$.
On diviſe R'' par R'''; ſoit le quotient $= Q^{IV}$, le réſidu $= R^{IV}$. &c.

de

Digitized by Google

de ſorte qu'en continuant ces diviſions, on trouve ſucceſſivement

les quotiens $Q', Q'', Q''' \ldots\ldots\ldots Q^n, Q^{n+1}, Q^{n+2} \ldots$ &c.

les réſidus $R', R'', R''' \ldots\ldots\ldots R^n, R^{n+1}, R^{n+2} \ldots$ &c.

& il eſt clair ſans que j'en avertiſſe, que les expoſans n, $n+1$, $n+2$ &c. ne ſervent qu'à indiquer le quantieme quotient ou réſidu eſt celui où ils ſe trouvent marqués. Ce qui étant poſé, voici ce qu'il s'agit de démontrer.

§. 7. En premier lieu, *non ſeulement que la diviſion peut être continuée ſans fin, mais que les quotiens ſuivront une loi très ſimple en ce qu'il ſera*

$$Q' = +1 : v,$$
$$Q'' = -3 : v,$$
$$Q''' = +5 : v,$$
$$Q^{IV} = -7 : v, \text{ &c.}$$

& en général

$$Q^n = \pm (2n - 1) : v,$$

où le ſigne + *eſt pour l'expoſant* n *pair, le ſigne* — *pour l'expoſant* n *impair, & que de la ſorte on aura pour la tangente exprimée par l'arc la fraction continue très ſimple*

$$\text{tang } v = \cfrac{1}{1:v - \cfrac{1}{3:v - \cfrac{1}{5:v - \cfrac{1}{7:v - \cfrac{1}{9:v - \text{ &c.}}}}}}$$

§. 8. En ſecond lieu, *que les réſidus* R', R'', R''' &c. *ſeront exprimés par les ſuites ſuivantes, dont les loix de progreſſion ſont également fort ſimples:*

$$R^{I} = -\frac{2}{2.3}v^2 + \frac{4}{2.3.4.5}v^4 - \frac{6}{2.3.4.5.6.7}v^6 + \&c.$$

$$R^{II} = -\frac{2.4}{2.3.4.5}v^3 + \frac{4.6}{2.3.4.5.6.7}v^5 - \frac{6.8}{2.3.4.5.6.7.8.9}v^7 + \&c.$$

$$R^{III} = +\frac{2.4.6}{2\cdots 7}v^4 - \frac{4.6.8}{2\cdots 9}v^6 + \frac{6.8.10}{2\cdots 11}v^8 - \&c.$$

$$R^{IV} = +\frac{2.4.6.8}{2\cdots 9}v^5 - \frac{4.6.8.10}{2\cdots 11}v^7 + \frac{6.8.10.12}{2\cdots 13}v^9 - \&c.$$

&c.

de ſorte que les ſignes des premiers termes changent ſuivant l'ordre quaternaire — — + +, *& qu'en général il ſera*

$$\mp R^{n} = -\frac{2^n(1.2\cdots n)}{1.2\cdots(2n+1)}v^{n+1} + \frac{2^{n+1}(1.2\cdots(n+1))}{1.2\cdots(2n+3)}v^{n+3} - \&c.$$

$$\mp R^{n+1} = -\frac{2^{n+1}(1.2\cdots(n+1))}{1.2\cdots(2n+3)}v^{n+2} + \frac{2^{n+2}(1.2\cdots(n+2))}{1.2\cdots(2n+5)}v^{n+4} - \&c.$$

$$\mp R^{n+2} = +\frac{2^{n+1}(1.2\cdots(n+2))}{1.2\cdots(2n+5)}v^{n+3} - \frac{2^{n+3}(1.2\cdots(n+3)}{1.2\cdots(2n+7)}v^{n+5} + \&c.$$

§. 9. Or pour donner à la démonſtration de ces théoremes toute la briéveté poſſible, conſidérons que chaque réſidu R^{n+2} ſe trouve en diviſant par le réſidu R^{n+1}, qui le précéde immédiatement, l'antepénultieme R^{n}. Cette conſidération fait, que la démonſtration, dont il s'agit peut être partagée en deux parties. Dans la premiere il faut faire voir que; *ſi deux réſidus* R^{n}, R^{n+1}, *qui ſe ſuccedent immediatement, ont la forme que je leur ai donnée, le réſidu* R^{n+2}, *qui ſuit immédiatement, aura la même forme.* Ce qui étant une fois démontré, il ne reſte plus que de faire voir, dans la ſeconde partie de la démonſtration, *que la forme des deux premiers réſidus eſt celle quils doivent avoir.*

Digitized by Google

avoir. Car, de cette maniere, il eſt évident que la forme de tous les ſuivans s'établit comme d'elle-même.

§, 10. Commençons donc par diviſer le premier terme du réſidu R^n par le premier terme du réſidu R^{n+1}, afin d'avoir le quotient

$$Q^{n+2} = \frac{2^n(1.2.3\cdots n)}{1.2.3\cdots(2n+1)}v^{n+1} : \frac{2^{n+1}(1.2.3\cdots(n+1))}{1.2.3\cdots(2n+3)}v^{n+2}$$

$$= 1 : \frac{2(n+1)v}{(2n+2).(2n+3)} = (2n+3) : v.$$

Et il eſt clair que, le réſidu R^{n+1} étant multiplié par ce quotient

$$Q^{n+2} = (2n+3) : v,$$

& le produit étant ſouſtrait du réſidu R^n, il doit reſter le réſidu R^{n+2}.

§. 11. Mais afin de n'avoir pas beſoin de faire cette opération pour chaque terme ſéparément & de nous borner par là à une ſimple induction, prenons le terme général de chacune des ſuites qui expriment les réſidus R^n, R^{n+1}, R^{n+2}, de ſorte qu'en prenant le m^{ieme} terme des réſidus R^n, R^{n+1}, nous prenions le $(m-1)^{\text{ieme}}$ terme du réſidu R^{n+2}. Ce qui étant obſervé, ces termes ſeront

$$\pm\gamma^n = -\frac{2^{n+m-1}(m.(m+1).(m+2)\cdots(n+m-1)v^{n+2m-1}}{1.2.3.4\cdots(2n+2m-1)}$$

$$\pm\gamma^{n+1} = -\frac{2^{n+m}.(m.(m+1)(m+2)\cdots(n+m)v^{n+2m}}{1.2.3.4\cdots(2n+2m+1)}$$

$$\pm\gamma^{n+2} = -\frac{2^{n+m}.((m-1).m.(m+1)\cdots(n+m).v^{n+2m-1}}{1.2.3.4\cdots(2n+m+1)}$$

Or, puiſqu'il doit être

γ^n

$$r^n - r^{n+1} \cdot (2n+3) : v = r^{n+2},$$

& qu'en effet il eſt

$$r^n - r^{n+1}(2n+3) : v = -\frac{2^{n+m-1} \cdot (m \cdots (n+m-1)\, v^{n+2m-1}}{1.2.3 \cdots (2n+2m-1)}$$

$$+ \frac{2^{n+m} \cdot (m \cdots (n+m))\, v^{n+2m}}{1.2.3 \cdots (2n+2m+1)} \cdot \frac{2n+3}{v}$$

$$= \frac{2^{n+m-1} \cdot (m \cdots (n+m-1))}{1.2 \cdots (2m+2m-2)} v^{n+2m-1} \cdot \left(-1 + \frac{2.(n+m).(2n+3)}{(2n+2m).(2n+2m+1)}\right)$$

$$= -\frac{2^{n+m-1} \cdot (m \cdots (n+m-1))}{1.2 \cdots (2n+2m-2)} v^{n+2m-1} \cdot \frac{(2m-2).(2n+2m)}{(2n+2m) \cdot (2n+m+1)}$$

$$= -\frac{2^{n+m} \cdot ((m-1) \cdot m\,(m+1) \cdots (n+m))\, v^{n+2m-1}}{1.2.3 \cdots (2n+m+1)},$$

& partant

$$= \pm r^{n+2}.$$

On voit, que les réſidus R^n, R^{n+1} ayant la forme que je leur ai donnée, le réſidu R^{n+2} aura la même forme. Il ne s'agira donc plus, que de s'aſſurer de la forme des deux premiers réſidus R', R'', afin d'établir ce que cette premiere partie de notre démonſtration avoit admis comme vrai en forme d'hypotheſe. Et c'eſt ce qui fera la ſeconde partie de la démonſtration.

§. 12. Souvenons-nous pour cet effet, que le premier réſidu R' eſt celui qui reſte en diviſant le

$$\text{cof } v = 1 - \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2.3.4}v^4 \cdots \frac{1}{1 \cdots m}v^m \cdots \text{ \&c.}$$

par le

$$\text{ſin } v = v - \frac{1}{2.3}v^3 + \frac{1}{2.3.4.5}v^5 \cdots \frac{1}{1 \cdots (m+1)}v^{m+1} \cdots \text{ \&c.}$$

Or

Digitized by Google

Or le quotient qui réſulte de la diviſion du premier terme, étant $= 1 : v$, on voit qu'il ſera

$$R' = \text{cof } v - \frac{1}{v} \cdot \text{ſin } v.$$

Multipliant donc le terme général du diviſeur,

$$\pm \frac{1}{1.2.\cdots.(m+1)} v^{m+1},$$

par $1 : v$, & ſouſtraïant le produit

$$\pm \frac{1}{1.2.\cdots.(m+1)} \cdot v^m,$$

du terme général du dividende

$$\pm \frac{1}{1.2.\cdots.m} \cdot v^m,$$

on aura le terme général du premier réſidu R'

$$r' = \pm \frac{m \cdot v^m}{1.\cdots.(m+1)}.$$

Or $(m+1)$ étant toujours un nombre impair, m ſera un nombre pair, & le premier réſidu ſera

$$R' = -\frac{2}{2.3} v^2 + \frac{4}{2.3.4.5} v^4 - \frac{6}{2.\cdots.7} v^6 + \text{&c.}$$

tel que nous l'avons ſuppoſé.

§. 13. Le ſecond réſidu R'' réſulte de la diviſion de

$$\text{ſin } v = v - \frac{1}{2.3} v^3 + \frac{1}{2.3.4.5} v^5 - \text{&c.} \cdots \pm \frac{1}{1.2.\cdots.(m-1)} v^{m-1}$$

par le premier réſidu que nous venons de trouver

$$R' = -\frac{2}{2.3} v^2 + \frac{4}{2.3.4.5} v^4 - \frac{6}{2.\cdots.7} v^7 + \cdots \mp \frac{m v^m}{1.\cdots.(m+1)}$$

Digitized by Google

Or le quotient qui réſulte de la diviſion du premier terme, étant $= -3 : v$, on voit qu'il ſera

$$R'' = \text{ſin } v - \tfrac{3}{v} \cdot R'.$$

Multipliant donc le terme général du diviſeur

$$\mp \frac{m v^m}{1 \cdot \cdots \cdot (m+1)},$$

par $-3 : v$, & ſouſtraïant le produit

$$\pm \frac{3 m v^{m-1}}{1 \cdot \cdots \cdot (m+1)},$$

du terme général du dividende

$$\pm \frac{1}{1 \cdot \cdots \cdot (m-1)} v^{m-1},$$

le terme général du ſecond réſidu ſera

$$r'' = \pm \frac{v^{m-1}}{1 \cdot \cdots \cdot (m-1)} \mp \frac{3 m v^{m-1}}{1 \cdot \cdots \cdot (m+1)}$$

$$= \pm \frac{(m-2) \cdot m \cdot v^{m-1}}{1 \cdot \cdots \cdot (m+1)}.$$

Subſtituant donc pour m les nombres pairs, nous aurons le ſecond réſidu

$$R'' = -\frac{2.4}{2.3.4.5} v^3 + \frac{4.6}{2 \cdots 7} v^5 - \frac{6.8}{2 \cdots 9} v^7 + \text{&c.}$$

encore tel que nous l'avons ſuppoſé. Ainſi la forme des deux premiers réſidus étant démontrée, il s'enſuit, en vertu de la premiere partie de notre démonſtration, que la forme de tous les réſidus ſuivans l'eſt également.

§. 14. Maintenant il n'eſt plus néceſſaire de démontrer ſéparément la loi de la progreſſion des quotiens Q', Q'', Q''' &c. Car la loi des réſidus étant démontrée, il eſt par là même démontré qu'un quotient quelconque ſera (§. 10)

$\mp$

Digitized by Google

$$\pm Q^{n+2} = (2n + 3) : v,$$

ce qui, en vertu de la théorie des fractions continues, donne

$$\text{tang } v = \cfrac{1}{1 : v - \cfrac{1}{3 : v - \cfrac{1}{5 : v - \cfrac{1}{7 : v - \cfrac{1}{9 : v - \cfrac{1}{11 : v - 1 \text{ \&c.}}}}}}}$$

d'où l'on voit en même tems, que *toutes les fois que l'arc v ſera égal à une partie aliquote du rayon, tous ces quotiens ſeront des nombres entiers croiſſans dans une progreſſion arithmétique.*

Et voilà ce quil faut obſerver, parce que dans le théoreme d'*Euclide* cité cy-deſſus (§. 3.) tous les quotiens ſont ſuppoſés être des nombres entiers. Ainſi juſques là la méthode que preſcrit *Euclide*, ſera applicable à tous ces cas, où l'arc v eſt une partie aliquote du rayon. Mais, encore dans ces cas, il s'y joint une autre circonſtance qu'il convient de faire remarquer.

§. 15. Le probleme que propoſe *Euclide*, c'eſt *de trouver le plus grand commun diviſeur de deux nombres entiers, qui ne ſont pas premiers entre eux.* Ce probleme eſt réſoluble toutes les fois qu'un des réſidus R', R'', R''' &c. - - - R^n devient $= 0$, ſans que le réſidu précédent R^{n-1} ſoit égal à l'unité, ce qui ſuivant, la 1re Prop. du même livre n'arrive que lorsque les deux nombres propoſés ſont premiers entre eux, bien entendu que tous les quotiens Q', Q'', Q''' &c. ſont ſuppoſés être des nombres entiers. Or nous venons de voir, que cette derniere ſuppoſition a lieu dans le cas dont il s'agit ici, toutes les fois que $\frac{1}{v}$ eſt un nombre entier. Mais, quant aux réſidus R', R'', R''' &c. il n'y en a aucun qui devienne $= 0$. Tout au contraire, en conſidé-

Digitized by Google

rant la loi de progreſſion des réſidus que nous venons de trouver, on voit, que non ſeulement ils décroiſſent ſans interruption, mais qu'ils décroiſſent même plus fortement qu'aucune progreſſion géométrique. Quoique donc cela continue à l'infini, nous pourrons néanmoins y appliquer la propoſition d'*Euclide*. Car, en vertu de cette propoſition, *le plus grand commun diviſeur de* A, B, *eſt en même tems le plus grand commun diviſeur de tous les réſidus* R, R′, R″ &c. Or ces réſidus décroiſſant en ſorte qu'enfin ils deviennent plus petits qu'aucune quantité aſſignable, il s'enſuit que *le plus grand commun diviſeur de* A, B, *eſt plus petit qu'aucune quantité aſſignable ;* ce qui veut dire qu'il n'y en a point, & que par conſéquent A, B, étant des quantités incommenſurables, *la*

$$\text{tang } v = \frac{A}{B}$$

ſera une quantité irrationelle toutes les fois que l'arc v *ſera une partie aliquote du rayon.*

§. 16. Voilà donc à quoi ſe borne l'uſage qu'on peut faire de la propoſition d'*Euclide*. Il s'agit maintenant de l'étendre à tous les cas où l'arc v eſt commenſurable au rayon. Pour cet effet, & pour démontrer encore quelques autres théoremes, je vais reprendre la fraction continue

$$\text{tang } v = \cfrac{1}{1 : v - 1 - \cfrac{}{3 : v - 1 - \cfrac{}{5 : v - 1 - \cfrac{}{7 : v - 1 \text{ \&c.}}}}}$$

& en faiſant $1 : v = w$, je la transformerai en

$$\text{tang } v = \cfrac{1}{w - 1 - \cfrac{}{3w - 1 - \cfrac{}{5w - 1 - \cfrac{}{7w - 1 \text{ \&c.}}}}}$$

§. 17.

Digitized by Google

§. 17. *Or, en retenant des quotiens* w, 3 w, 5 w &c. *autant qu'on voudra on n'aura qu'à en faire la réduction, pour avoir des fractions qui exprimeront la tangente de* v *d'autant plus exactement qu'on aura retenu un plus grand nombre des quotiens.* C'eſt ainſi p. ex. qu'en retenant 1, 2, 3, 4 &c. quotiens, on trouve les fractions

$$\frac{1}{w}, \quad \frac{3w}{3w^2-1}, \quad \frac{15w^2-1}{15w^3-6w}, \quad \frac{105w^3-10w}{105w^4-45w^2+1},$$

§. 18. Mais, *pour faire toutes ces reductions en ordre, & pour démontrer en même tems la loi de progreſſion que ces fractions obſervent,* nous poſerons d'abord

$$\text{tang } v = \frac{1}{w-a} = \frac{1}{w-\frac{1}{3w-a'}} = \frac{1}{w-\frac{1}{3w-\frac{1}{5w-a''}}} = \text{ &c.}$$

en exprimant par $a, a', a'', a''' \ldots a^n, a^{n+1}, a^{n+2} \ldots$ &c. les quantités qui réſultent des quotiens qu'on voudra omettre, de ſorte que pour les omettre on n'aura qu'à faire $a, a', a'', \ldots a^n$ &c. $= 0$.

§. 19. Maintenant je dis, *qu'en faiſant* $a^{n+1} = 0$, *la fraction qui réſulte de la reduction des quotiens qu'on retient, aura la forme*

$$\text{tang } v = \frac{A - ma^n}{B - pa^n},$$

dans laquelle m, n, A, B *ne ſont point affectées de* a^n. Suppoſons d'abord cette forme comme véritable, & on démontrera ſans peine qu'en retenant encore un quotient deplus, la fraction qui réſulte de la reduction, aura la même forme. Car comme il eſt

$$a^n = \frac{1}{(2n+1)w - a^{n+1}},$$

on n'aura qu'à ſubſtituer cette valeur dans la forme propoſée, & elle ſe changera en

Digitized by Google

$$\text{tang } v = \frac{A\,(2n+1)\,w - m - A\,.\,a^{n+1}}{B\,(2n+1)\,w - m - B\,.\,a^{n+1}},$$

Comme cette forme eſt la même, il ſuffira de faire voir qu'elle eſt véritable pour le membre a', puiſqu'alors elle ſera véritable pour tous les membres ſuivans a'', a''', a^{IV} . . . &c. Or pour le membre a' il eſt

$$\text{tang } v = \frac{1}{w - \frac{1}{3w - a'}}$$

ce qui en faiſant la reduction donne

$$\text{tang } v = \frac{3w - a'}{3w^2 - 1 - wa'},$$

la forme telle que nous l'avons ſuppoſée.

§. 20. Ayant donc trouvé

$$\text{tang } v = \frac{A - ma^n}{B - pa^n}$$

$$\text{tang } v = \frac{A\,(2n+1)\,w - m - A\,.\,a^{n+1}}{B\,(2n+1)\,w - m - B\,.\,a^{n+1}},$$

ſubſtituons encore pour a^{n+1} ſa valeur

$$a^{n+1} = \frac{1}{(2n+3)\,w - a^{n+2}},$$

& nous aurons

$$\text{tang } v = \frac{[A(2n+1)w-m].(2n+3w) - A - [A(2n+1)w-m].a^{n+2}}{[B(2n+1)w-p].(2n+3w) - B - [B(2n+1)w-p].a^{n+2}}$$

§. 21. Donc, en faiſant dans chacune de ces trois valeurs de tang v, égales à zéros, les membres a^n, a^{n+1}, a^{n+2}, nous aurons la forme générale des fractions, qu'il s'agit de trouver.

Digitized by Google

$$\frac{A}{B},$$

$$\frac{A\,(2n+1)\,w - m}{B\,(2n+1)\,w - p},$$

$$\frac{[A\,(2n+1)\,w - m]\,.\,(2n+3)\,w - A}{[B\,(2n+1)\,w - p]\,.\,(2n+3)\,w - B}.$$

Ces trois fractions étant pour l'omiſſion de a^n, a^{n+1}, a^{n+2}, elles ſe ſuivent immédiatement, & on voit ſans peine *que la troiſieme ſe trouve moyennant les deux précédentes, en ſorte que ſon numérateur & ſon dénominateur peut être calculé ſéparément.* Car le numérateur de la ſeconde fraction doit être multiplié par le quotient qui répond à a^{n+1}, & du produit on ſouſtrait le numérateur de la premiere fraction. Le reſte ſera le numérateur de la troiſieme fraction. Son dénominateur ſe trouve de la même maniere par les dénominateurs des deux fractions précédentes.

§. 22. *Pour avoir maintenant les fractions elles-mêmes*, on n'aura qu'à écrire en trois colonnes les quotiens, avec les numérateurs & les dénominateurs des deux premieres fractions (§. 17.) & les numérateurs & les dénominateurs ſuivans ſe trouveront par l'opération facile que nous venons d'indiquer. En voici le type

Quotiens	numérateurs	dénominateurs
	1 - - - - -	w
$5w$	$3w$ - - - -	$3w^2 - 1$
$7w$	$15w^2 - 1$ - - -	$15w^3 - 6w$
$9w$	$105w^3 - 10w$ - -	$105w^4 - 45w^2 + 1$
$11w$	$945w^4 - 105w^2 + 1$	$945w^5 - 420w^3 + 15w$
&c.	$10395w^5 - 1260w^3 + 21w$	$10395w^6 - 4725w^4 + 210w^2 - 1$
	&c.	&c.

Ce

Ce qui donne les fractions

$$\frac{1}{w},\ \frac{3w}{3w^2-1},\ \frac{15w^2-1}{15w^3-6w},\ \frac{105w^3-10w}{105w^4-45w^2+1}\ \&c.$$

dont chacune exprime plus exactement la tangente de v, que celles qui la précédent.

§. 23. Or, quoique moiennant la regle que nous venons de donner (§. 21.), chacune de ces fractions peut être trouvée par les deux qui la précédent immédiatement, *il conviendra, pour éviter encore ici une espece d'induction, d'en donner & d'en démontrer l'expression générale.* Commençons d'abord par remarquer, que les coëfficiens de chaque colonne verticale suivent une loi fort simple en ce que leurs facteurs sont en partie des nombres figurés & en partie des nombres impairs. Les voici résolus

Fraction	Quotient	Dénominateur
1re		w
2de	$5w$	$3.w^2 - 1.1$
3me	$7w$	$3.5.w^3 - 2.3w$
4me	$9w$	$3.5.7w^4 - 3.3.5w^2 + 1.1$
5me	$11w$	$3.5.9w^5 - 4.3.5.7w^3 + 3.5w$
6me	$13w$	$3.5.11w^6 - 5.3.5.9w^4 + 6.5.7w^2 - 1.1$
7me	$15w$	$3.5.13w^7 - 6.3.5.11w^5 + 10.5.7.9w^3 - 45w$
&c.	&c.	&c.

Fraction	Quotient	Numérateur
1re		1
2de	$5w$	$3w$
3me	$7w$	$3.5w^2 - 1.1$
4me	$9w$	$3.5.7w^3 - 2.5w$
5me	$11w$	$3.5.9w^4 - 3.5.7w^2 + 1.1$
6me	$13w$	$3.5.11w^5 - 4.5.7.9w^3 + 3.7w$
7me	$15w$	$3.5.13w^7 - 5.5.11w^4 + 6.7.9w^2 - 1.1$
&c.	&c.	&c.

§. 24

Digitized by Google

§. 24. *Cette observation nous facilite le moien de trouver pour une des fractions quelconque l'expression générale.* Soit proposée la n^{ieme} de ces fractions, & nous aurons son

Dénominateur

$$= w^n[1.3.5.7\cdots(2n-1)] - \frac{w^{n-2}}{2}.[(2n-2).1.3.5.7\cdots(2n-3)]$$
$$+ \frac{w^{n-4}}{2.3.4}.[(2n-4).(2n-6).1.3.5\cdots(2n-5)]$$
$$- \frac{w^{n-6}}{2.3.4.5.6}.[(2n-6).(2n-8).(2n-10).1.3.5\cdots(2n-7)]$$
$$+ \frac{w^{n-8}}{2.3.4.5.6.7.8}.[(2n-8).(2n-10)(2n-12)(2n-14).1.3.5.7\cdots(2n-9)]$$
$$- \text{ \&c.}$$

Numérateur

$$= w^{n-1}.[1.3.5.7\cdots(2n-1)] - \frac{w^{n-3}}{2.3}.[(2n-4).1.3.5.7\cdots(2n-3)]$$
$$+ \frac{w^{n-5}}{2.3.4.5}.[(2n-6)(2n-8).1.3.5.7\cdots(2n-5)]$$
$$- \frac{w^{n-7}}{2.3.4.5.6.7}[(2n-8).(2n-10)(2n-12).1.3.5.7\cdots(2n-7)]$$
$$+ \frac{w^{n-9}}{2.3.4.5.6.7.8.9}.[(2n-10).(2n-12).(2n-14).(2n-16).1.3.5.7\cdots(2n-9)]$$
$$- \text{ \&c.}$$

Il ne s'agit donc plus que d'en démontrer l'universalité.

§. 25. C'est ce qui se fera en sorte qu'en admettant cette forme pour la n^{ieme} fraction, on en déduit celle de la $(n-1)^{ieme}$ & de la $(n-2)^{ieme}$, en substituant $(n-1)$, $(n-2)$ au lieu de n. Ensuite on procede conformément à la regle du §. 21. en déduisant tant le dénomi-

nominateur que le numérateur de la n^{ieme} fraction, de ceux des deux fractions précédentes tels qu'on vient de les trouver par la premiere opération. Et par là on doit reproduire la forme de la n^{ieme} fraction, telle que nous venons de la donner. On voit bien que ce procédé aboutit à établir, que ſi deux fractions qui ſe ſuivent immédiatement ont cette forme, celle qui les ſuit, l'aura également, & que par conſéquent, les fractions de la table précédente, qui ſont les premieres, ayant cette forme, il s'enſuivra, que toutes les ſuivantes l'auront également.

§. 26. Si donc, pour abréger cette démonſtration, nous voulons nous en tenir au terme général, il faudra néanmoins calculer ſéparément celui du numérateur & celui du dénominateur, ne fut-ce que pour ſimplifier le calcul. Car du reſte l'un & l'autre ſe calculera ſuivant la même regle (§. 21.). Commençons par le *dénominateur*, & en prenant le m^{ieme} terme de ſon expreſſion générale pour la n^{ieme} fraction, il faudra également prendre le m^{ieme} terme pour la $(n-1)^{ieme}$ fraction, mais on ne prendra que le $(m-1)^{ieme}$ terme pour la $(n-2)^{ieme}$ fraction. On voit qu'il faut en agir de la ſorte par rapport aux dimenſions ou aux expoſans de la lettre w.

§. 27, Or le m^{ieme} terme de la n^{ieme} fraction pour le dénominateur eſt

$$M = \frac{w^{n-2m+2}.[(2n-2m+2).(2n-2m).(2n-2m-2)\cdots(2n-4m+6)].[1.3.5\cdots(2n-2m+1)]}{1.2.3.4.5\cdots\cdots(2m-2)}$$

d'où, en ſubſtituant $(n-1)$ au lieu de n, on trouve le m^{ieme} terme de la $(n-1)^{ieme}$ fraction

$$M' = \frac{w^{n-2m+1}.[(2n-2m).(2n-2m-2)\cdots\cdots(2n-4m+4)].[1.3.5\cdots\cdots(2n-2m-1)]}{1.2.3.4.5\cdots\cdots(2m-2)}$$

Et en ſubſtituant $(n-2)$ au lieu de n, & $(m-1)$ au lieu de m, on trouve le $(m-1)^{ieme}$ terme de la $(n-2)^{ieme}$ fraction.

Digitized by Google

$$M'' = \frac{w^{n-2m+2}.[(2n-2m).(2n-2m-2)\cdots\cdots(2n-4m+6)].[1.3.5\cdots\cdots(2n-2m-1)]}{1.2.3.4.5\cdots\cdots(2m-4)}$$

Or par la regle du §. 21. il doit être

$$M = (2n-1)\,w\,.\,M' - M''$$

ce qui fait que nous pourrons débarraſſer ces trois expreſſions de tous les facteurs, qui leur ſont communs, en les poſant $= P$. Par là nous aurons

$$+ M = \frac{P.\,w.\,(2n-2m+2)\,.\,(2n-2m+1)}{(2m-2)\,.\,(2m-3)}$$

$$+ M' = \frac{P\,.\,(2n-4m+4)}{(2m-2)\,.\,(2m-3)}$$

$$- M'' = P\,.\,w.$$

Ou en faiſant

$$\frac{P}{(2m-2)\,.\,(2m-3)} = Q,$$

il ſera

$$+ M = Qw\,.\,(2n-2m+2)\,.\,(2n-2m+1)$$

$$+ M' = Q\,.\,(2n-4m+2)$$

$$- M'' = Qw\,.\,(2m-2)\,.\,(2m-3).$$

De là, en multipliant actuellement, on aura

$$(2n-1)\,w\,M' = Qw\,.\,(4n^2-8mn+6n+4m-4)$$

$$- M'' = Qw\,.\,(4m^2-10m+6):$$

donc

$$(2n-1)\,wM' - M'' = Qw\,(4n^2-8nm+6n+4m^2-6m+2).$$

Mais il eſt auſſi

$$M = Qw\,.\,(2n-2m+2)(2n-2m+1) = Qw(4n^2-8nm+6n+4m^2-6m+2).$$

Donc ces deux valeurs étant les mêmes, on voit qu'il eſt

$$M = (2n-1)\,w\,.\,M' - M'',$$

Digitized by Google

& que par conſéquent la forme, que nous avons donnée au terme général eſt telle qu'elle doit être.

§. 28. Paſſons maintenant au *numérateur*. Le m^{ieme} terme du numérateur de la n^{ieme} fraction doit être

$$+N=\frac{w^{n-2m+1}.[(2n-2m).(2n-2m-2).....(2n-4m+4)].[1.3.5.....(2n-2m+1)]}{1.2.3.4.5\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2m-1)}$$

d'où, en ſubſtituant $(n-1)$ au lieu de n, on aura le même m^{ieme} terme pour la $(n-1)^{ieme}$ fraction,

$$+N'=\frac{w^{n-2m}.[(2n-2m-2).(2n-2m-4).....(2n-4m+2)].[1.3.5.....(2n-2m-1)]}{1.2.3.4.5\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2m-1)}$$

Et en ſubſtituant $(n-2)$, $(m-1)$, au lieu de n, m, on aura le $(m-1)^{ieme}$ terme de la $(n-2)^{ieme}$ fraction,

$$-N''=\frac{w^{n-2m+1}.[(2n-2m-2).(2n-2m-4).....(2n-4m+4)].[1.3.5.....(2n-2m-1)]}{1.2.3.4.5\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2m-3)}$$

Donc, en poſant les facteurs communs à ces trois expreſſions $=P$, nous aurons

$$+N=\frac{Pw\ .\ (2n-2m)\ .\ (2n-2m+1)}{(2m-1)\ .\ (2m-2)}$$

$$+N'=\frac{P\ .\ (2n-4m+2)}{(2m-1).(2m-2)}$$

$$-N''=Pw,$$

ou en faiſant $P=Q\ .\ (2m-1)\ .\ (2m-2)$, il ſera

$$+N=Qw\ .\ (2n-2m)\ .\ (2n-2m+1)$$

$$+N'=Q\ .\ (2n-4m+2)$$

$$-N''=Qw\ .\ (2m-1)\ .\ (2m-2)$$

Mais il doit être

$$N=(2n-1)w\ .\ N'-N'',$$

donc

Digitized by Google

donc, en ſubſtituant les valeurs trouvées, on aura

$$(2n-1)w\,N' = Qw\,.\,(4nn - 8nm + 2n + 4m - 2)$$
$$-N'' = Qw\,(4m^2 - 6m + 2),$$

donc

$$(2n-1)w\,N' - N'' = Qw\,(4n^2 - 8nm + 2n + 4m^2 - 2m).$$

Or la même valeur réſulte de

$$N = (2n - m)\,.\,(2n - 2m + 1)\,.\,Qw.$$

Il s'enſuit donc de là, que la forme du terme général eſt telle qu'elle doit être.

§. 29. Reprenons donc les expreſſions générales que nous avons données au §. 24. & diviſons celle du dénominateur par ſon premier terme, & nous aurons la ſuite

$$1 - \frac{w^2}{2}\cdot\frac{2n-2}{2n-1} + \frac{w^4}{2.3.4}\cdot\frac{(2n-4).(2n-6)}{(2n-1).(2n-3)} - \frac{w^6}{2.3.4.5.6}\cdot\frac{(2n-6).(2n-8)(2n-10}{(2n-1)(2n-3)(2n-5)}$$
$$+ \frac{w^8}{2.3.4.5.6.7.8}\cdot\frac{(2n-8).(2n-10).(2n-12).(2n-14)}{(2n-1)\,.\,(2n-3)\,.\,(2n-5)\,(2n-7)} - \&c.$$

ce qui, en ſubſtituant $v = w^1$, & en poſant $n = \infty$, donne

$$1 - \frac{v^2}{2} + \frac{v^4}{2.3.4} - \frac{v^6}{2.3.4.5.6} + \&c.$$

qui eſt le coſinus de v, & par conſéquent le dénominateur dont nous nous ſommes ſervis (§. 5.) pour trouver les quotiens w, $3\,w$ &c.

§. 30. Diviſons encore l'expreſſion générale du numérateur (§. 24.) par le même premier terme du dénominateur, & nous aurons la ſuite

$$w^1 - \frac{w^3}{2.3}\cdot\frac{2n-4}{2n-1} + \frac{w^5}{2.3.4.5}\cdot\frac{(2n-6)\,.\,(2n-8)}{(2n-1)\,.\,(2n-3)}$$
$$- \frac{w^7}{2.3.4.5.6.7}\cdot\frac{(2n-8)\,.\,(2n-10)\,.\,(2n-12)}{(2n-1)\,.\,(2n-3)\,.\,(2n-5)}$$
$$+ \&c.$$

Digitized by Google

Ce qui encore donne pour $n = \infty$, la ſuite

$$v - \frac{1}{2.3} v^3 + \frac{1}{2.3.4.5} v^5 - \text{&c.}$$

qui eſt $=$ ſin v, & partant le numérateur, dont nous nous ſommes ſervis §. 5.

§. 31. On voit encore par là, *que, quelque grand que puiſſe être le premier terme des deux formules générales* (§. 24.) *le ſecond terme, & encore plus les ſuivans, ſeront non ſeulement plus petits, mais même plus petits que la* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2.3}$, $\frac{1}{2.3.4}$ *&c. partie du premier terme.* Mais, en ſubſtituant pour n ſucceſſivement 1, 2, 3, 4 &c. à l'infini, *le premier terme*, comme étant le produit d'autant des nombres impairs 1. 3.5.7&c. *croîtra plus fortement qu'aucune progreſſion géométrique croiſſante;* on voit encore *que, quoique le 2, 4, 6 &c. terme ſoit ſouſtractif, cela n'empêche pas que la ſomme des termes ne croiſſe plus fortement qu'aucune progreſſion géométrique croiſſante.* Et c'eſt ce que j'obſerve ici, parce que j'en ferai uſage dans la ſuite de ce Mémoire. En voici d'abord un, qui ſe préſente.

§. 32. Il s'agit *de déterminer la loi, ſuivant laquelle les fractions*

$$\frac{1}{w}, \quad \frac{3w}{3w^2 - 1}, \quad \frac{15w^2 - 1}{15w^3 - 6w}, \quad \text{&c.}$$

approchent de la valeur de la tangente? Pour cet effet, nous n'aurons qu'à ſouſtraire chacune de celle qui la ſuit, & les réſidus ſeront

$$\frac{1}{w.(3w^2 - 1)}, \quad \frac{1}{(3w^2 - 1).(15w^3 - 6w)}, \quad \text{&c.}$$

Ces réſidus font voir de combien chacune des fractions eſt plus grande que celle qui la précede. Mais faiſons voir généralement *que tous les numérateurs ſont* $=$ 1, *& que tous les dénominateurs ſont le produit de ceux des deux fractions dont ces réſidus marquent la différence.*

§. 33.

Digitized by Google

§. 33. Pour cet effet, nous reprendrons les trois formules générales que nous avons données au §. 21. & qui ſont

$$\frac{A}{B},$$

$$\frac{A\,(2n+1)\,w-m}{B\,(2n+1)\,w-p},$$

$$\frac{[A\,(2n+1)\,w-m]\,(2n+3)\,w-A}{[B\,(2n+1)\,w-p]\,(2n+3)\,w-B}.$$

Or, ſouſtraiant la premiere de la ſeconde, le réſidu ſera

$$= \frac{Ap-Bm}{B\,.\,[B\,(2n+1)\,w-p]}.$$

Mais le numérateur de ce réſidu eſt le même qui réſulte de la ſouſtraction

$$\frac{A}{B}-\frac{m}{p}=\frac{Ap-Bm}{B\,.\,p}.$$

Or $\frac{m}{p}$ étant la fraction qui précéde la fraction $\frac{A}{B}$, on voit que le numérateur de tous ces réſidus eſt le même, & que le dénominateur eſt le produit de ceux des fractions, dont ces réſidus marquent la différence. Donc, à commencer d'une des fractions $\frac{m}{p}$ quelconque, les réſidus ſeront

$$\frac{1}{p\,.\,B},\quad \frac{1}{B\,[B\,(2n+1)\,w-p]}\quad \&c.$$

§. 34. Obſervons maintenant, *que tous ces réſidus étant ajoutés à la premiere fraction, qu'on met pour baſe, la ſomme exprimera toujours la tangente de* v, *de ſorte qu'en général il ſera*

tang

$$\text{tang } v = \frac{m}{p} + \frac{1}{p.\,B} + \frac{1}{B.\,[B\,(2n+1)\,w - p]} + \&c.$$

& par conſéquent

$$\text{tang } v = \frac{1}{w} + \frac{1}{w\,(3w^2-1)} + \frac{1}{(3w^2-1).(15w^3-6w)} + \&c.$$

$$\text{tang } v = \frac{3w}{3w^2-1} + \frac{1}{(3w^2-1)\ (15w^3-6w)} + \&c.$$

$$\text{tang } v = \frac{15w^2-1}{15w^3-6w} + \frac{1}{(15w^2-6w).(105w^4-45w^2+1)} + \&c.$$

&c.

On voit donc par ce que nous avons dit (§. 31.) *que toutes ces ſuites ſont plus convergentes, que ne l'eſt aucune progreſſion géométrique décroiſſante.* Soit p. ex. $v = w = 1$, & la tangente de cet arc ſera $= 1,55740772 \ldots$

$$= 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{9.61} + \frac{1}{61.540} + \frac{1}{540.5879} +$$

$$\frac{1}{5879.75587} + \frac{1}{75587.1147426} + \&c.$$

Et pour tout arc $v < 1$, on aura une ſuite encore plus convergente.

§. 35. Faiſons maintenant $w = \omega : \Phi$, $v = \Phi : \omega$, de ſorte que Φ, ω ſoient des nombres entiers quelconques, premiers entre eux. *Nous n'aurons qu'à ſubſtituer ces valeurs, & il ſera*

$$\text{tang}\left(\frac{\Phi}{\omega}\right) = \cfrac{\Phi}{\omega - \cfrac{\Phi\Phi}{3\omega - \cfrac{\Phi\Phi}{5\omega - \cfrac{\Phi\Phi}{7\omega - \cfrac{\Phi\Phi}{9\omega - \&c.}}}}}$$

§. 36

Digitized by Google

§. 36. Enſuite *les fractions approchantes de la valeur de tang.* $\frac{\Phi}{\omega}$ *ſeront*

$$\frac{\Phi}{\omega},\ \frac{3\omega\Phi}{3\omega^2-\Phi^2},\ \frac{15\omega^2\Phi-\Phi^3}{15\omega^3-6\Phi^2\omega},\ \frac{105\omega^3\Phi-10\omega\Phi^2}{105\omega^4-45\omega^2\Phi^2+\Phi^4},\ \&c.$$

de ſorte que deux de ces fractions quelconques, qui ſe ſuivent immédiatement, étant

$$\frac{m}{p},$$
$$\frac{A}{B},$$

celle qui leur ſuccede ſera

$$\frac{A\,(2n+1)\,\omega - m\Phi^2}{B\,(2n+1)\,\omega - p\Phi^2}.$$

§. 37. Enfin *les différences de ces fractions ſeront*

$$\frac{\Phi^3}{\omega(3\omega^2-\Phi^2)},\ \frac{\Phi^5}{(3\omega^2-\Phi^2)\,.\,(15\omega^3-6\omega\Phi^2)},\ \&c.$$

& la

$$\text{tang}\,\frac{\Phi}{\omega} = \frac{\Phi}{\omega} + \frac{\Phi^3}{\omega(3\omega^2-\Phi^2)} + \frac{\Phi^5}{(3\omega^2-\Phi^2).(15\omega^3-6\omega\Phi^2)} + \&c.$$

Or je dis que cette tangente ne ſera jamais commenſurable au rayon, quels que ſoient les nombres entiers ω, Φ.

§. 38. Pour démontrer ce théoreme, poſons

$$\text{tang}\,\frac{\Phi}{\omega} = \frac{M}{P},$$

de ſorte que M, P, ſoient des quantités exprimées d'une façon quelconque, même, ſi l'on veut par des ſuites décimales, ce qui pourra toujours ſe faire, encore que M, P, fuſſent des nombres entiers, car

Digitized by Google

on n'auroit qu'à multiplier l'un & l'autre par quelque quantité irrationelle. On pourra encore, ſi l'on veut, ſuppoſer, $M = \text{ſin } \frac{\Phi}{\omega}$, $P = \text{coſ } \frac{\Phi}{\omega}$, comme nous l'avons fait ci-deſſus (§. 5.). Et il eſt clair que, quand même la tang $\frac{\Phi}{\omega}$ ſeroit rationelle, il n'en ſeroit pas toujours de même du ſin $\frac{\Phi}{\omega}$ & du coſ $\frac{\Phi}{\omega}$.

§. 39. Or la fraction

$$\frac{M}{P}$$

exprimant exactement la tangente de $\frac{\Phi}{\omega}$, elle doit donner tous les quotiens w, $3w$, $5w$ &c. qui dans le cas préſent ſont

$$+\frac{\omega}{\Phi}, -\frac{3\omega}{\Phi}, +\frac{5\omega}{\Phi}, -\frac{7\omega}{\Phi}, + \text{ &c.}$$

§. 40. Enſuite, ſi la tang $\frac{\Phi}{\omega}$ eſt rationelle il eſt clair, que M ſera à P comme un nombre entier μ à un nombre entier π, de ſorte que ſi μ, π, ſont premiers entre eux, il ſera

$$M : \mu = P : \pi = D,$$

& D ſera le plus grand commun diviſeur de M, P. Et comme il eſt réciproquement

$$M : D = \mu,$$
$$P : D = \pi,$$

on voit que M, P étant ſuppoſées être des quantités irrationelles, leur plus grand commun diviſeur ſera pareillement une quantité irrationelle, d'autant plus petite, plus les quotiens μ, π, ſeront grands.

§. 41.

Digitized by Google

§. 41. Voilà donc *les deux ſuppoſitions dont il faudra faire voir l'incompatibilité.* Diviſons d'abord P par M, & le quotient doit être $= \omega : \Phi$. Mais comme $\omega : \Phi$ eſt un nombre rompu, diviſons Φ P par M, & le quotient ω ſera Φ^{tuple} de $\omega : \Phi$. Il eſt clair qu'on pourra le diviſer par Φ, quand on voudra. Ici nous n'en aurons pas beſoin, puiſqu'il nous ſuffit qu'il ſoit nombre entier. Aiant donc, en diviſant ΦP par M, obtenu le quotient ω, ſoit le réſidu $= R'$. Ce réſidu ſera pareillement Φ^{tuple} de ce qu'il auroit été, & c'eſt dequoi nous tiendrons compte. Or, comme il eſt $P : D = \pi$, nombre entier, il ſera encore $\Phi P : D = \Phi\pi$, nombre entier. Enfin encore $R' : D$ ſera un nombre entier. Car; puiſque

$$\Phi P = \omega M + R',$$

il ſera

$$\frac{\Phi P}{D} = \frac{\omega M}{D} + \frac{R'}{D}.$$

Mais

$$\Phi P : D = \Phi\pi,$$

$$\omega M : D = \omega\mu,$$

donc

$$\Phi\pi = \omega\mu + \frac{R'}{D},$$

ce qui donne

$$\frac{R'}{D} = \Phi\pi - \omega\mu = \text{nombre entier},$$

que nous poſerons $= r'$, de ſorte que

$$\frac{R'}{D} = r'.$$

Donc le réſidu de la premiere diviſion aûra encore le diviſeur D, qui eſt le plus grand commun diviſeur de M, P.

§. 42. Paſſons encore à la ſeconde diviſion. Le réſidu R' étant Φ^{tuple} de ce qu'il ſeroit ſi on avoit diviſé P, au lieu de ΦP, par

Digitized by Google

M, il faudra dans cette seconde division y avoir égard, en divisant ΦM, au lieu de M, par R′, afin d'avoir le second quotient, qui est $= 3\omega : \Phi$. Mais, pour éviter encore ici le quotient rompu, divisons $\Phi^2 M$ par R′, afin d'avoir le quotient 3ω, nombre entier. Soit le résidu $=$ R″, & il sera

$$\Phi^2 M = 3\omega R' + R'',$$

donc en divisant par D,

$$\frac{\Phi^2 M}{D} = \frac{3\omega R'}{D} + \frac{R''}{D}.$$

Mais il est

$$\frac{\Phi^2 M}{D} = \Phi^2 m = \text{nombre entier},$$

$$\frac{3\omega R'}{D} = 3\omega r' = \text{nombre entier},$$

donc

$$\Phi^2 m = 3\omega r' + \frac{R''}{D},$$

ce qui donne

$$\frac{R''}{D} = \Phi^2 m - 3\omega r' = \text{nombre entier},$$

que nous poserons $= r''$, de sorte qu'il soit

$$\frac{R''}{D} = r''.$$

Donc le plus grand commun diviseur de M, P, R′, l'est encore du second résidu R″.

§. 43. Soient les résidus suivans --- R‴, R⁽ᵛ⁾ - - - - - - Rⁿ, R^{n+1}, R^{n+2} - - -, qui répondent aux quotiens Φ^{tuples} - - 5ω, 7ω - - - - $(2n-1)\omega$, $(2n+1)\omega$, $(2n+3)\omega$ - - -, & il s'agit de démontrer

Digitized by Google

trer généralement, que ſi deux réſidus quelconques R^n, R^{n+1}, qui ſe ſuivent immédiatement, ont encore D pour diviſeur, le réſidu ſuivant R^{n+2} l'aura également, de ſorte que ſi, en faiſant

$$R^n : D = r^n,$$
$$R^{n+1} : D = r^{n+1},$$

r^n, r^{n+1} ſont des nombres entiers, on aura encore

$$R^{n+2} : D = r^{n+2},$$

nombre entier. Voici la démonſtration.

§. 44. En diviſant $\Phi^2 R^n$ par R^{n+1}, le quotient ſera $(2n+1)\omega$ = nombre entier, & le réſidu étant $= R^{n+2}$, il ſera

$$\Phi^2 R^n = (2n+1)\,\omega \,.\, R^{n+1} + R^{n+2},$$

donc en diviſant par D,

$$\frac{\Phi^2 \,.\, R^n}{D} = \frac{(2n+1)\,\omega \,.\, R^{n+1}}{D} + \frac{R^{n+2}}{D}.$$

Mais il eſt

$$\frac{\Phi^2 R^n}{D} = \Phi^2 r^n = \text{nombre entier},$$

$$\frac{(2n+1)\,\omega \,.\, R^{n+1}}{D} = (2n+1)\,\omega\, r^{n+1} = \text{nombre entier},$$

donc

$$\Phi^2 r^n = (2n+1)\,\omega \,.\, r^{n+1} + \frac{R^{n+2}}{D},$$

ce qui donne

$$\frac{R^{n+2}}{D} = \Phi^2 \,.\, r^n - (2n+1)\,\omega \,.\, r^{n+1} = \text{nombre entier} = r^{n+2}.$$

Et c'eſt ce qu'il faloit démontrer.

Digitized by Google

§. 45. Or nous avons vu que r', r'' ſont des nombres entiers (§. 41. 42.) donc auſſi r''', r^{IV}, ... r^n ..... &c. à l'infini ſeront des nombres entiers. Donc indifféremment tous les réſidus R', R'', R''' .... R^n ... &c. à l'infini auront D pour commun diviſeur. Trouvons encore la valeur de ces réſidus exprimée par M, P.

§. 46. Pour cet effet chaque diviſion nous fournit une équation, en ce qu'il eſt

$$R' = \Phi P - \omega M,$$
$$R'' = \Phi^2 M - 3\omega . R',$$
$$R''' = \Phi^2 R' - 5\omega . R'',$$
&c.

Mais obſervons que, dans le cas dont il s'agit, les quotiens ω, 3ω, 5ω &c. ſont alternativement poſitifs & négatifs, & que les ſignes des réſidus ſe ſuccedent dans l'ordre $- - + +$. Par là ces équations ſe changent en

$$R' = \omega M - \Phi P,$$
$$R'' = 3\omega R' - \Phi^2 M,$$
$$R''' = 5\omega R'' - \Phi^2 R',$$
$$R^{IV} = 7\omega R''' - \Phi^2 R'',$$
&c.

Et en général

$$R^{n+2} = (2n-1)\omega . R^{n+1} - \Phi^2 R^n .$$

D'où l'on voit que chaque réſidu ſe trouve, moiennant les deux précédens, de la même maniere que les numérateurs & les dénominateurs des fractions approchantes de la valeur de tang $\frac{\Phi}{\omega}$. (§. 36.)

§. 47. Faiſant donc les ſubſtitutions que ces équations indiquent, afin d'exprimer tous ces réſidus par M, P, nous aurons

R'

Digitized by Google

$$R' = \omega M - \Phi P,$$
$$R'' = (3\omega^2 - \Phi^2)\, M - 3\omega\Phi \,.\, P,$$
$$R''' = (15\omega^3 - 6\omega\Phi^2)\, M - (15\omega^2\Phi - \Phi^3)\, P,$$
&c.

Et ces coëfficiens de M, P, étant les numérateurs & les dénominateurs des fractions trouvées ci-deſſus pour la tang $\frac{\Phi}{\omega}$, (§. 36.) on voit encore qu'il ſera

$$\frac{M}{P} - \frac{\Phi}{\omega} = \frac{R'}{\omega P},$$
$$\frac{M}{P} - \frac{3\omega\Phi}{3\omega^2 - \Phi^2} = \frac{R''}{(3\omega^2 - \Phi^2) \,.\, P},$$
$$\frac{M}{P} - \frac{15\omega^2\Phi - \Phi^3}{15\omega^3 - 6\omega\Phi^2} = \frac{R'''}{(15\omega^3 - 6\omega\Phi^2) P},$$
&c.

§. 48. Mais il eſt

$$\frac{M}{P} = \text{tang } \Phi.$$

Donc (§. 37. 34.)

$$\frac{M}{P} - \frac{\Phi}{\omega} = \frac{\Phi^3}{\omega(3\omega^2 - \Phi^2)} + \frac{\Phi^5}{(3\omega^2 - \Phi^2) \,.\, (15\omega^3 - 6\omega\Phi^3)} + \text{&c.}$$
$$\frac{M}{P} - \frac{3\omega\Phi}{3\omega^2 - \Phi^2} = \frac{\Phi^5}{(3\omega^2 - \Phi^2) \,.\, (15\omega^3 - 6\omega\Phi^2)} + \text{&c.}$$
&c.

Donc

$$\frac{R'}{\omega P} = \frac{\Phi^3}{\omega(3\omega^2 - \Phi^2)} + \frac{\Phi^5}{(3\omega^2 - \Phi^2) \,.\, (15\omega^3 - 6\omega\Phi^2)} + \text{&c.}$$

R''

Digitized by Google

$$\frac{R''}{(3\omega^2-\Phi^2)P} = \frac{\Phi^5}{(3\omega^2-\Phi^2)\cdot(15\omega^3-6\omega\Phi^2)} + \&c.$$

$$\frac{R'''}{(15\omega^2-6\omega\Phi^2)P} = \frac{\Phi^7}{(15\omega^3-6\omega\Phi^2)\cdot(105\omega^4-45\omega^2\Phi^2+\Phi^4)} + \&c.$$

&c.

Ainſi tous les réſidus ſe trouvent moiennant la ſuite des différences (§. 37.)

$$\text{tang}\,\frac{\Phi}{\omega} = \frac{\Phi}{\omega} + \frac{\Phi^3}{\omega(3\omega^2-\Phi^2)} + \frac{\Phi^5}{(3\omega^2-\Phi^2)(15\omega^3-6\omega\Phi^2)} + \frac{\Phi^7}{(15\omega^3-6\omega\Phi^2)(105\omega^4-45\omega^2\Phi^2+\Phi^4)} + \&c.$$

en omettant 1, 2, 3, 4 &c. des premiers termes, & en multipliant la ſomme des ſuivans par le premier facteur du dénominateur du premier terme qu'on retient, & par P.

§. 49. Or cette ſuite des différences eſt plus convergente que ne l'eſt aucune progreſſion géométrique décroiſſante (§. 34. 35.). Donc les réſidus R', R'', R''' &c. décroiſſent en ſorte qu'enfin ils deviennent plus petits qu'aucune quantité aſſignable. Et comme chacun de ces réſidus, aiant D pour commun diviſeur, eſt un multiple de D, il s'enſuit que ce diviſeur commun D eſt plus petit qu'aucune quantité aſſignable, ce qui fait $D = 0$, & emporte la conſéquence, que (M:P) eſt une quantité incommenſurable à l'unité, ou irrationelle.

§. 50. Donc *toutes les fois qu'un arc de cercle* $= \frac{\Phi}{\omega}$ *ſera commenſurable au rayon* $= 1$, *ou rationelle, la tangente de cet arc ſera une quantité incommenſurable au rayon, ou irrationelle.* Et réciproquement *aucune tangente rationelle n'eſt celle d'un arc rationel.*

§. 51. Or la tangente de 45° étant rationelle, en ce qu'elle eſt égale au rayon, il s'enſuit que l'arc de 45° dégrés, & partant au...

Digitized by Google

auſſi l'arc de 90, 180, 360 dégrés, eſt incommenſurable au rayon. Donc *la circonference du cercle n'eſt point au diametre comme un nombre entier à un nombre entier.* Voilà donc ce théoreme en forme de corollaire d'un autre théoréme infiniment plus univerſel.

§. 52. En effet, c'eſt préciſément cette abſolue univerſalité, dont on peut avoir lieu d'être ſurpris. Outre qu'elle nous fait connoitre combien les quantités circulaires ſont tranſcendentes, elle nous fait encore voir, *que les tangentes rationelles & les arcs rationels ne ſont pas diſtribués par toute la circonférence du cercle, de façon comme s'ils étoient jettés au hazard, mais qu'il faut qu'il s'y trouve un certain ordre, & que cet ordre les empêche de ſe rencontrer jamais.* Cet ordre mérite, ſans contredit, d'être connu plus en détail. Voions donc juſqu'où il ſera poſſible d'en déterminer les loix. C'eſt à quoi aboutiront les théoremes ſuivans.

53. D'abord on ſait que, *deux tangentes étant rationelles, la tangente de la ſomme & celle de la différence de leurs arcs ſont également rationelles.* Car il eſt

$$\text{tang } (\omega + \Phi) = \frac{t\omega + t\Phi}{1 - t\omega \,.\, t\Phi},$$

$$\text{tang } (\omega - \Phi) = \frac{t\omega - t\Phi}{1 + t\omega \,.\, t\Phi}.$$

§. 54. De là il ſuit, *qu'une tangente étant rationelle, la tangente d'un multiple quelconque de ſon arc ſera également rationelle.*

§. 55. Mais au contraire, *une tangente étant rationelle, aucune partie aliquote de ſon arc n'aura une tangente rationelle.* Car l'arc propoſé étant multiple de chacune de ſes parties aliquotes, il eſt clair que ſa tangente ſeroit rationelle, ſi celle d'une de ſes parties aliquotes étoit rationelle (§. 54.).

§. 56. *Si la tangente de chacun de deux arcs commenſurables entre eux eſt rationelle, la tangente de la plus grande commune meſure de*

Digitized by Google

ces deux arcs ſera également rationelle. Soient ω, Φ, les deux arcs propoſés. Or, étant commenſurables, il ſera ω à Φ comme un nombre entier m à un nombre entier n. Soient ces nombres m, n, premiers entre eux, & l'unité ſera leur plus grande commune meſure. Faiſant donc

$$\omega = m\psi,$$
$$\Phi = n\psi,$$

& l'arc ψ ſera la plus grande commune meſure des arcs ω, Φ. Or je dis que la tang ψ ſera rationelle. Soit $m > n$, & en ſouſtrayant n de m autant de fois qu'il ſe pourra, ſoit le dernier reſte $= r$, toutes les tang $(m-n)\psi = t(\omega - \Phi)$, tang $(m - 2n\psi) = t(\omega - 2\Phi)$, &c. tang $r\psi$, ſeront rationelles (§. 53.). Souſtraïez r de n autant de fois qu'il ſe pourra, ſoit le dernier réſidu $= r'$. Souſtraïez encore r' de r autant de fois qu'il ſe pourra, ſoit le dernier réſidu r'' &c. Et en continuant de la ſorte, vous parviendrés à un réſidu $= 1$, les nombres m, n étant premiers entre eux. (*Euclid.* Pr. I. Livr. VII.) Mais par le §. 53. toutes les tangentes

$$t(m-n)\psi,\ t(m-2n)\psi \ - - - - \ tr\psi,$$
$$t(n-r)\psi,\ t(n-2r)\psi \ - - - - \ tr'\psi,$$
$$t(r-r')\psi,\ t(n-2r')\psi \ - - - - \ tr''\psi,$$
$$\text{&c.}$$
$$- - - - - - - - \ t\psi,$$

ſeront rationelles. Donc &c.

§. 57. Toutes ces tangentes pouvant être trouvées par les tang ω, tang Φ, ſans qu'on en connoiſſe les arcs (§. 53.) il eſt clair que de cette maniere deux tangentes rationelles quelconques étant données, on trouvera ſi leurs arcs ſont commenſurables entre eux? Mais ſi les arcs ne le ſont point, le travail ſeroit ſans fin.

§. 58. *Deux parties aliquotes d'un arc quelconque aiant des tangentes rationelles, je dis que la tangente de la plus grande commune meſure de ces deux parties aliquotes ſera pareillement rationelle.* Ce théo-

reme

Digitized by Google

reme ſuit immédiatement du précédent (§. 56.). On n'a qu'à ſe ſouvenir, que deux arcs ω, Φ, qui ſont des parties aliquotes d'un arc A, ſont commenſurables entre eux.

§. 59. De la même maniere, *ſi autant de parties aliquotes d'un arc* A, *que l'on voudra, ont des tangentes rationelles, la tangente de l'arc, qui eſt la plus grande commune meſure de ces parties aliquotes, ſera également rationelle.* Qu'on prenne deux de ces parties aliquotes ω, Φ, & ſoit leur plus grande commune meſure $= \psi$, & la tang ψ ſera rationelle (§. 56. 58.). Mais ψ étant partie aliquote des arcs ω, Φ, qui ſont parties aliquotes de l'arc A, il eſt clair que ψ ſera partie aliquote de l'arc A, & qu'au lieu des arcs ω, Φ, on peut ſubſtituer ψ, en comparant ψ avec une des autres parties aliquotes de l'arc A propoſées. On continuera de trouver leur plus grande commune meſure, dont la tangente ſera également rationelle. &c.

§. 60. Nommons *tangente premiere* toute tangente rationelle, qui ſoit celle d'un arc, dont aucune partie aliquote n'ait une tangente rationelle.

§. 61. Telle eſt p. ex. la tangente de 45°. Car, ſoit n un nombre entier quelconque, toute tang $(45 : n)°$ ſera une des racines de l'équation

$$0 = 1 - nx - n \cdot \frac{n-1}{2} x^2 + n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} x^3 + n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{n-3}{4} \cdot x^4$$

$$- n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{n-3}{4} \cdot \frac{n-4}{5} x^5 - \text{ &c.}$$

dont les coëfficiens ſont les mêmes que ceux de la formule binomiale de *Newton*, & dont les ſignes changent ſuivant l'ordre $- - + +$. Mais, pour tout n nombre entier, tous ces coëfficiens ſont des nombres entiers, & toute

$$\text{tang} \left(\frac{45°}{n} \right) < 1.$$

Digitized by Google

Donc, ſi une ou plus d'une des tang $(45° : n)$ étoit rationelle, elle ſeroit une *fraction* rationelle < 1, & ſi cela étoit, tous les coëfficiens ne ſauroient être des nombres entiers. Mais ils le ſont. Donc &c.

§. 62. *Une tangente premiere quelconque étant propoſée, il n'y a que les multiples de ſon arc qui ayent des tangentes rationelles, à l'excluſion de tous les autres arcs qui lui ſont commenſurables.* Soit tang ω premiere, & m, n, étant des nombres entiers premiers entre eux, ſuppoſons que la tang $\left(\frac{m}{n}\omega\right)$ puiſſe être rationelle. Or l'arc $\left(\frac{\omega}{n}\right)$ étant la plus grande commune meſure des arcs ω, & $\left(\frac{m\omega}{n}\right)$, la tangente de $\frac{\omega}{n}$ ſera rationelle (§. 56.). Mais $\frac{\omega}{n}$ étant une partie aliquote de ω, la tang ω ne ſeroit point premiere. Ce qui étant contre l'hypotheſe, on voit qu'aucune tang $\left(\frac{m}{n}\omega\right)$ ne ſauroit être rationelle. Donc il ne reſte que les multiples de ω, dont les tangentes ſeront rationelles (§. 54.). Voilà donc la raiſon, pourquoi ces ſortes de tangentes méritent le nom de premieres. Elles reſſemblent en quelque façon aux nombres premiers, en ce qu'il n'y a que leurs multiples qui ſoient des nombres entiers, &c.

§. 63. *Deux tangentes premieres étant propoſées, je dis que leurs arcs ſont incommenſurables entre eux.* Car ſoient tang ω, tang Φ premieres, & ſuppoſons que les arcs ω, Φ puiſſent être commenſurables entre eux. Ils ſeront donc comme un nombre entier m à un nombre entier n. Donc

$$\Phi = \frac{m\omega}{n}.$$

Donc (§. 62.) $\frac{\omega}{n}$, partie aliquote de ω, aura une tangente rationelle

de

Digitized by Google

de même que $\frac{\Phi}{m}$ partie aliquote de Φ. Donc $t\Phi$, $t\omega$, ne ſeront point premieres. Ce qui étant contre l'hypotheſe, il eſt clair que les arcs ω, Φ, ne ſauroient être commenſurables entre eux.

§. 64. *Ainſi tous les arcs des tangentes premieres ſont incommenſurables entre eux.* Car, par le théoreme précédent, ils le ſont deux à deux, combinés d'une façon quelconque.

§. 65. *Une tangente rationelle quelconque, qui ne ſoit pas premiere, étant propoſée, je dis que ſon arc ſera un multiple de celui d'une tangente premiere.* Car cette tangente, toute rationelle qu'elle eſt, n'étant point premiere, ce ne peut être que parce qu'il y a des parties aliquotes de ſon arc, dont les tangentes ſoient rationelles. Soient ces parties aliquotes $\frac{\omega}{m}$, $\frac{\omega}{n}$, $\frac{\omega}{p}$, $\frac{\omega}{q}$ &c. dont le nombre eſt poſé comme étant fini. Or, comme nous les prenons toutes, il faut que celle qui eſt la commune meſure de toutes les autres s'y trouve auſſi, tandis que par le §. 59. ſa tangente eſt pareillement rationelle. Qu'elle ſoit $\frac{\omega}{r}$, je dis que tang $\frac{\omega}{r}$ eſt premiere. Car, ſi elle n'étoit pas premiere, les tangentes de quelques unes des parties aliquotes de $\left(\frac{\omega}{r}\right)$ ſeroient rationelles. Or ces parties aliquotes de $\left(\frac{\omega}{r}\right)$ étant également parties aliquotes de l'arc propoſé ω, il eſt clair qu'elles ſeroient déjà compriſes dans les parties aliquotes $\frac{\omega}{m}$, $\frac{\omega}{n}$, $\frac{\omega}{p}$ - - - - $\frac{\omega}{r}$, & que par conſéquent $\frac{\omega}{r}$ ſeroit pareillement leur plus grande commune meſure. Ainſi $\frac{\omega}{r}$ ſeroit meſure de ſes parties aliquotes. Ce

Digitized by Google

qui étant abſurde, on voit que tang $\frac{\omega}{r}$ eſt premiere. Or ω eſt un multiple de $\frac{\omega}{r}$. Donc &c.

§. 67. Voilà donc *toutes les tangentes rationelles rangées en certaines claſſes.* Elles ſont ou premieres elles-mêmes, ou elles deſcendent, pour ainſi dire, en droite ligne d'une tangente premiere, parce qu'il n'y a que les multiples des arcs des tangentes premieres qui aient des tangentes rationelles (§. 62.). Or, s'il n'y avoit qu'une ſeule tangente premiere, toutes les tangentes rationelles en dériveroient, & tous leurs arcs ſeroient commenſurables entre eux. Mais il s'en faut de beaucoup, qu'il n'y ait qu'une ſeule tangente premiere. Car elle devroit être plus petite qu'aucune quantité aſſignable. Donnons lui, pour démontrer cela, une grandeur finie $=$ tang Φ. Et il eſt clair qu'il y aura des tangentes rationelles plus petites que tang Φ. Si ces tangentes ſont premieres, tang Φ ne ſera pas la ſeule qui ſoit premiere. Si elles ne ſont point premieres, elles dérivent d'une ou de pluſieurs tangentes premieres, en ce que leurs arcs ſeront des multiples de ceux de ces tangentes premieres (§. 65.). Ainſi il y a plus d'une, plus de 2, 3, 4 &c. tangentes premieres. Et auſſi longtems qu'on en ſuppoſe le nombre fini, on trouvera de la même maniere qu'il y en a d'avantage. Voici encore une autre maniere d'en trouver un nombre infini.

§. 67. Soient deux tangentes premieres $t\omega$, $t\Phi$. D'abord elles ſeront rationelles, & leurs arcs ſeront incommenſurables entre eux (§. 64.). Soient m, n, des nombres quelconques premiers entre eux, & $(m\omega + n\Phi)$ ſera un arc incommenſurable tant à ω qu'à Φ. Mais ſa tangente ſera rationelle (§. 62. 53.). Or l'arc $(m\omega + n\Phi)$ n'étant point multiple, ni de ω ni de Φ, la tang $(m\omega + n\Phi)$ ſera ou premiere elle même, ou elle dérivera d'une tangente premiere, néceſſairement différente de $t\omega$, $t\Phi$. Or, en variant les nombres m, n, de toutes les façons poſſibles, de ſorte qu'ils ſoient toujours premiers entre eux, on trouvera autant d'arcs $(m\omega + n\Phi)$ incommenſurables

Digitized by Google

tant entre eux qu'aux arcs ω, φ, & qui par conſéquent ne ſont ni multiples les uns des autres, ni de ω, φ. Donc leurs tangentes, qui toutes ſont rationelles, dériveront d'autant de tangentes premieres, différentes les unes des autres.

§. 68. Voilà donc ce qui reſtreint infiniment la poſſibilité de trouver un arc rationel, dont la tangente ſoit également rationelle. Car les arcs de toutes les tangentes premieres étant incommenſurables entre eux, il s'enſuit que, quand il ſeroit poſſible de trouver une tangente premiere, dont l'arc fut commenſurable au rayon, ce ſeroit la ſeule, puisque les arcs de toutes les autres tangentes premieres ſeroient néceſſairement incommenſurables au rayon. Mais, par ce que nous avons vu ci-deſſus, encore cette ſeule eſt exclue de la poſſibilité d'avoir ſon arc rationel.

§. 69. La tangente de l'angle de 45° étant premiere (§. 61.) & ſe trouvant dans les tables trigonométriques, je remarquerai encore en forme de corollaire, que c'eſt la ſeule tangente premiere, & en même tems la ſeule tangente rationelle qui s'y trouve. La raiſon en eſt, que tous les arcs dont les tangentes ſont marquées dans ces tables, ſont commenſurables entre eux, ſans qu'il s'y trouve d'autre multiple de 45°, que l'angle de 90°, dont la tangente eſt infinie.

§. 70. J'obſerverai encore, que le coſinus d'un angle ω quelconque étant rationel, le coſinus d'un multiple quelconque eſt pareillement rationel. Cette circonſtance fait, que le même raiſonnement que nous avons expoſé à l'égard des tangentes, pourra, à quelque changement près, être appliqué aux coſinus. On trouvera des *coſinus premiers* comme nous avons trouvé des *tangentes premieres*, & les arcs des coſinus premiers ſeront pareillement incommenſurables entre eux; de ſorte que, quand il ſeroit poſſible de trouver un coſinus premier dont l'arc fut rationel, ce ne ſeroit encore que le ſeul qu'on pût trouver, vu que par là même les arcs de tous les autres coſinus premiers ſeroient irrationels.

§. 71.

Digitized by Google

§. 71. Il n'en eſt pas de même des ſinus, parce qu'un ſin ω quelconque étant rationel, il n'y a en général que les $\int 3\,\omega$, $\int 5\,\omega$, $\int 7\,\omega$ &c. qui ſoient rationels; mais les ſin $2\,\omega$, $\int 4\,\omega$, $\int 6\,\omega$ &c. ne le ſont pas toujours, à moins que cof ω ne ſoit auſſi rationel, de ſorte que ſi on veut encore ici trouver des *ſinus premiers*, il faudra s'y prendre d'une autre façon, que nous ne l'avons fait à l'égard des tangentes.

§. 72. Mais, ſans m'y arrêter, je retournerai à la fraction continue, trouvée ci-deſſus

$$\text{tang } v = \cfrac{1}{w - \cfrac{1}{3w - \cfrac{1}{5w - \cfrac{1}{7w - \cfrac{1}{9w - 1 \ \&c.}}}}}$$

Nous avons vu que toutes les fractions

$$\frac{1}{w},\ \frac{3w}{3w^2-1},\ \frac{15w^2-1}{15w^3-6w},\ \&c.$$

qu'elle donne, n'approchent de la valeur de la tangente de v, que par défaut en ce qu'elles ſont toutes plus petites que cette tangente. Mais, comme il doit être poſſible de trouver des fractions ſemblables, qui, qnoique approchantes de la valeur de tang v, manquent par excès, je me ſuis mis à en faire la recherche. Je me bornerai ici à donner encore la fraction continue, qui renferme alternativement & les unes & les autres. La voici

tang

Digitized by Google

$$\text{tang } v = \cfrac{1}{0 + \cfrac{1}{(w-1) + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{(3w-2) + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{(5w-2) + \cfrac{1}{1 + \&c.}}}}}}}$$

Cette fraction continue à l'infini, en ſorte que les quotiens ſont

$$0,\ (w-1),\ 1,\ (3w-2),\ 1,\ (5w-2),\ 1,\ (7w-2),\ 1,\ (9w-2)$$
$$\text{- - - - - -}\ 1,\ ((2n+1)w-2),\ 1\ \&c.$$

Et les fractions approchantes de la valeur de tang v, ſont

$$\frac{1}{w-1},\ \frac{1}{w},\ \frac{3w-1}{3w^2-w-1},\ \frac{3w}{3w^2-1},\ \frac{15w^2-3w-1}{15w^3-3w^2-6w+1},$$
$$\frac{15w^2-1}{15w^3-6w},\ \&c.$$

La premiere, 3me, 5me, 7me &c. ſont plus grandes que tang v, & la 2de, 4me, 6me &c, ſont plus petites, & les mêmes que celles que nous avons trouvées ci-deſſus (§. 22.). Je ne m'arrêterai pas à en donner la démonſtration, vu que cette fraction continue peut être trouvée de la même maniere, que nous avons trouvé celle dont nous nous ſommes ſervi juſqu'à préſent, & qui eſt beaucoup plus ſimple. Je remarquerai donc ſeulement, que le premier quotient étant ici $= 0$, on n'aura, pour l'abolir, qu'à tourner la fraction en ſorte qu'elle exprime la cotangente de v, puiſqu'il eſt

$$\text{cot } v = \frac{1}{\text{tang } v}.$$

Ainſi nous aurons

Digitized by Google

$$\cot v = \cfrac{1}{(w-1)+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{(3w-2)+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{(5w-2)+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{(7w-2)+\cfrac{1}{1+\&c.}}}}}}}}$$

§. 73. Comparons maintenant *les quantités tranſcendentes circulaires aux quantités logarithmiques* qui leur ſont analogues. Soit e le nombre, dont le logarithme hyperbolique eſt $= 1$. Et on ſait, que ſi dans les deux ſuites dont nous nous ſommes ſervi ci-deſſus (§. 4.)

$$\text{ſin } v = v - \frac{1}{2.3}v^3 + \frac{1}{2.3.4.5}v^5 - \frac{1}{2.3.4.5.6.7}v^7 + \&c.$$

$$\text{cof } v = 1 - \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2.3.4}v^4 - \frac{1}{2.3.4.5.6}v^6 + \&c.$$

tous les ſignes ſont pris poſitifs, elles ſe changent en

$$\frac{e^v - e^{-v}}{2} = v + \frac{1}{2.3}v^3 + \frac{1}{2.3.4.5}v^5 + \frac{1}{2.3.4.5.6.7}v^7 + \&c.$$

$$\frac{e^v + e^{-v}}{2} = 1 + \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2.3.4}v^4 + \frac{1}{2.3.4.5.6}v^6 + \&c.$$

Or, en traitant ces deux dernieres ſuites de la même maniere que nous avons traité les deux premieres (§. 4. & ſuiv.) l'opération ne différera que dans les ſignes, qui pour le cas préſent ſeront tous poſitifs. Comme on peut s'en convaincre ſans peine, je n'en rapporterai point le détail. Il ſera donc

$e^v -$

Digitized by Google

$$\frac{e^v - e^{-v}}{e^v + e^{-v}} = \cfrac{1}{1:v + \cfrac{1}{3:v + \cfrac{1}{5:v + \cfrac{1}{7:v + \cfrac{1}{9:v + \cfrac{1}{11:v + \cfrac{1}{13:v + \&c.}}}}}}}$$

§. 74. Et comme il eſt

$$\frac{e^v - e^{-v}}{e^v + e^{-v}} = \frac{e^{2v} - 1}{e^{2v} + 1},$$

on voit qu'en faiſant $2v = x$, on aura

$$\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \cfrac{1}{2:x + \cfrac{1}{6:x + \cfrac{1}{10:x + \cfrac{1}{14:x + \cfrac{1}{18:x + \&c.}}}}}$$

d'où l'on tire

$$\frac{e^x + 1}{2} = \cfrac{1}{1 - \cfrac{1}{2:x + \cfrac{1}{6:x + \cfrac{1}{10:x + \cfrac{1}{14:x + \&c.}}}}}$$

ou bien

Digitized by Google

$$\frac{e^x - 1}{2} = \cfrac{1}{(2:x)\,1 + \cfrac{1}{6:x + \cfrac{1}{10:x + \cfrac{1}{14:x + \cfrac{1}{18:x + \&c.}}}}}$$

On voit bien que ces expreſſions offrent des conſéquences ſemblables à celles que nous avons déduites ci-deſſus de la formule

$$\text{tang } v = \cfrac{1}{w - \cfrac{1}{3w - \cfrac{1}{5w - \&c.}}}$$

On trouvera encore ici que v & e^v, de même que x & e^x ne ſeront jamais des quantités rationelles en même tems. Ainſi je ne m'arrêterai pas à en faire une déduction reiterée. Il s'agit plutôt d'interpréter les formules que nous venons d'expoſer. J'obſerve donc, qu'elles doivent avoir, à l'égard de l'hyperbole équilaterale, une ſignification tout à fait analogue à celle qu'avoit la fraction

$$\text{tang } v = \cfrac{1}{w - \cfrac{1}{3w - \&c.}}$$

par rapport au cercle. Car, outre qu'on ſait que les expreſſions

$$e^u + e^{-u},$$
$$e^u - e^{-u},$$

en faiſant $u = v\sqrt{-1}$, donnent les quantités circulaires

$$e^{v\sqrt{-1}} + e^{-v\sqrt{-1}} = 2 \text{ cof } v,$$
$$e^{v\sqrt{-1}} + e^{-v\sqrt{-1}} = 2 \text{ fin } v.\sqrt{-1}.$$

M

Digitized by Google

Mr. *de Foncenex* a encore fait voir d'une maniere très simple & très directe, comment cette affinité se trouve en comparant ensemble le cercle & l'hyperbole équilaterale qui ont un même centre & un même diametre. Voiez *Miscell. Societ. Taurin.* Tom. I. p. 128. suiv.

§. 75. Mais ici il s'agit de voir jusqu'où cette affinité peut être poussée indépendamment des quantites imaginaires. Soit donc C le centre, CH l'axe, CA le demi-diametre de l'hyperpole équilaterale AMG & du cercle AND, CF l'asymptote, AB perpendiculaire à l'axe, & en même tems la tangente commune au cercle & à l'hyperbole. Soient tirées du centre C les deux droites CM, Cm, infiniment proches l'une de l'autre, & des points d'intersection M, m, N, n, soient abaissées sur l'axe les ordonnées MP, mp, NQ, nq. Enfin soit le rayon AC $=$ 1. Faisons l'angle MCA $= \Phi$, & soit

Planche X.

pour l'hyperbole	pour le cercle
l'abscisse CP $= \xi$	CQ $= x$
l'ordonnée PM $= \eta$	QN $= y$,
le segment AMCA $= u : 2$	ANCA $= v : 2$

& il sera

$\text{tang}\,\Phi = \frac{\eta}{\xi}$	$\text{tang}\,\Phi = \frac{y}{x}$,
$1 + \eta\eta = \xi\xi = \eta\eta \cdot \cot\Phi^2$	$1 - yy = xx = yy \cdot \cot\Phi^2$,
$\xi\xi - 1 = \eta\eta = \xi\xi \cdot \text{tang}\,\Phi^2$	$1 - xx = yy = xx\,\text{tang}\,\Phi^2$,
$CM^2 = \xi^2 + \eta^2 = \xi^2(1 + \text{tang}\,\Phi^2) = \frac{1 + t\Phi^2}{1 - t\Phi^2}$	$CN^2 = x^2 + y^2 = x^2(1 + t\Phi^2) = \frac{1 + t\Phi^2}{1 + t\Phi^2} = 1$.

Donc

$+ du = d\Phi \cdot \left(\frac{1 + t\Phi^2}{1 - t\Phi^2}\right) = \frac{dt\Phi}{1 - t\Phi^2}$	$+ dv = d\Phi = \frac{dt\Phi}{1 + t\Phi^2}$,
$+ d\xi = \frac{t\Phi \cdot dt\Phi}{(1 - t\Phi^2)^{3:2}}$	$- dx = \frac{t\Phi \cdot dt\Phi}{(1 + t\Phi)^{3:2}}$,
$+ d\eta = \frac{dt\Phi}{(1 - t\Phi^2)^{3:2}}$	$+ dy = \frac{dt\Phi}{(1 + t\Phi)^{3:2}}$,

Digitized by Google

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{(1-t\Phi^2)}} \qquad x = \frac{1}{\sqrt{(1+t\Phi^2)}},$$

$$\eta = \frac{t\Phi}{\sqrt{(1-t\Phi^2)}} \qquad y = \frac{t\Phi}{\sqrt{(1+t\Phi^2)}},$$

Donc

$$+ d\xi : du = \eta \qquad - dx : dv = y,$$
$$+ d\eta : du = \xi \qquad + dy : dv = x,$$
$$+ d\xi = d\eta \cdot \text{tang}\,\Phi \qquad - dx : dy = \text{tang}\,\Phi.$$

§. 76. Comme l'angle Φ eſt le même pour l'hyperbole & pour le cercle, il ſuit des deux dernieres équations qu'il eſt

$$\text{tang}\,\Phi = d\xi : d\eta = - dx : dy = \eta : \xi = y : x.$$

Ainſi les angles Mmp, Nnq, ſont égaux. Ce qui donne

$$Mm : Nn = d\xi : - dx = d\eta : dy.$$

Et les triangles caractériſtiques $Mm\mu$, $Nn\nu$, ſont ſemblables. Enfin, comme il eſt $Cnq = Cmp$, & $Nnq = Mmp$, il ſera $Cnq + Nnq = Cmp + Mmp = 90°$. Tirant donc la normale mV, il ſera $Vmq + Mmq = 90°$, donc $Vmq = Cmq$. Ainſi la normale mV prolongée juſqu'à l'axe AC, eſt égale à Cm, tout comme dans le cercle la normale Cn eſt égale à Cn. Voilà donc ſurquoi ſe fonde tout ce qu'il y a de réel dans les comparaiſons qu'on a faites entre le cercle & l'hyperbole.

§. 77. Enſuite, ſi pour l'hyperbole on veut exprimer ξ, η, par u, on trouvera aiſément, qu'en employant des ſuites infinies leur forme doit être

$$\xi = 1 + Au^2 + Bu^4 + Cu^6 + \&c.$$
$$\eta = au + bu^3 + cu^5 + du^7 + \&c.$$

Car, en faiſant $u = 0$, on a $\xi = 1$, $\eta = 0$. De plus, en prenant u infiniment petite, ξ croîtra comme u^2, & η croîtra comme u, parceque l'angle en A eſt droit, & le rayon oſculateur de l'hyperbole en

A

Digitized by Google

A eſt $=$ AC. Enfin, en prenant u négative, toutes les valeurs de ξ ſeront les mêmes que pour les u poſitives, d'où il ſuit, que l'abſciſſe ξ doit être exprimée par des dimenſions paires de u. Et en prenant u négative, les valeurs de η ſeront les mêmes, mais négatives. Donc η doit être exprimée par des dimenſions impaires de u. Il ne reſte donc plus que de déterminer les coëfficiens. C'eſt à quoi nous ſerviront les deux formules trouvées ci-deſſus

$$d\xi : du = \eta,$$
$$d\eta : du = \xi.$$

On aura donc, en différentiant la premiere ſuite

$$d\xi : du = 2Au + 4Bu^3 + 6Cu^5 + \text{- - - - - - } + \mu . Mu^{\mu-1}$$

qui doit être $= \eta$, donc

$$d\xi : du = au + bu^3 + cu^5 + \text{- - - - - - } + m . u^{\mu-1}$$

Donc, en comparant les termes

$$2A = a,$$
$$4B = b,$$
$$6C = c,$$
$$\&c.$$
$$\mu M = m.$$

Mais, en différentiant η, il doit encore être $d\eta : du = \xi$, donc

$$d\eta : du = a + 3bu^2 + 5cu^4 + \text{- - - - - - } (\mu-1) . mu^{\mu-2}$$
$$= 1 + Au^2 + Bu^4 + \text{- - - - - - - - - } L . u^{\mu-2}$$

Donc, en comparant les termes

$$a = 1,$$
$$3b = A,$$
$$5c = B,$$
$$\&c.$$
$$(\mu - 1)\, m = L.$$

Moien-

Digitized by Google

Moyennant ces équations on aura

$$a = 1,$$

$$A = \tfrac{1}{2} a = \frac{1}{2},$$

$$b = \tfrac{1}{3} A = \frac{1}{2.3},$$

$$B = \tfrac{1}{4} b = \frac{1}{2.3.4},$$

$$c = \tfrac{1}{5} B = \frac{1}{2.3.4.5},$$

$$C = \tfrac{1}{6} c = \frac{1}{2.3.4.5.6},$$

&c.

$$m = \frac{1}{(\mu - 1)} L = \frac{1}{2.3.4 \cdots (\mu-1)},$$

$$M = \frac{1}{\mu} . m = \frac{1}{2.3.4 \cdots \mu}.$$

Ainſi il ſera

$$\xi = 1 + \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2.3.4} u^4 + \frac{1}{2.3.4.5.6} u^6 + \&c.$$

$$\eta = u + \frac{1}{2.3} u^3 + \frac{1}{2.3.4.5} u^5 + \frac{1}{2.3.4.5.6.7} u^7 + \&c.$$

Voilà donc l'abſciſſe ξ, & l'ordonnée η, exprimées par la lettre u, qui eſt le double de l'aire du ſegment hyperbolique AMCA. Or on ſçait que ſi au lieu de u, on prend v, qui eſt le double du ſegment circulaire ANCA, l'abſciſſe x, & l'ordonnée y, circulaires l'une & l'autre, ſont

$$x = 1 - \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2.3.4} v^4 - \frac{1}{2.3.4.5.6} v^6 + \&c.$$

$$y = v - \frac{1}{2.3} v^3 + \frac{1}{2.3.4.5} v^5 - \frac{1}{2.3.4.5.6.7} v^6 + \&c.$$

deux

Digitized by Google

deux ſuites, qui pour la forme ne different des deux précédentes que par le changement alternatif des ſignes.

§. 78. Et comme il eſt (§. 73.)

$$\frac{e^u + e^{-u}}{2} = 1 + \frac{1}{2}u^2 + \frac{1}{2.3.4}u^4 + \&c.$$

$$\frac{e^u - e^{-u}}{2} = u + \frac{1}{2.3}u^3 + \frac{1}{2.3.4.5}u^5 + \&c.$$

on voit qu'il ſera

$$\xi = \frac{e^u + e^{-u}}{2},$$

$$\eta = \frac{e^u - e^{-u}}{2},$$

& que par conſéquent ces quantités expriment l'abſciſſe $\xi = CP$, & l'ordonnée $\eta = PM$ de l'hyperbole.

§. 79. Et comme il eſt $\eta : \xi =$ tang Φ, on voit encore qu'il ſera

$$\text{tang } \Phi = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}},$$

donc par le §. 81.

$$\text{tang } \Phi = \cfrac{1}{1 : u + \cfrac{1}{3 : u + \cfrac{1}{5 : u + \cfrac{1}{7 : u + \cfrac{1}{9 : u + \&c.}}}}}$$

Et comme la même tangente eſt auſſi

Digitized by Google

$$\text{tang } v = \text{tang } \Phi = \cfrac{1}{1 : v - 1 - \cfrac{1}{3 : v - 1 - \cfrac{1}{5 : v - 1 - \cfrac{1}{7 : v - 1 - \cfrac{1}{9 : v - \&c.}}}}}$$

on voit qu'on trouve cette tangente par ces deux fractions continues, qui pour la forme ne différent que dans les ſignes : il ne s'agit que d'employer $u = 2\,AMCA$, quand on ſe ſert de la premiere, au lieu qu'il faut employer $v = 2\,ANCA$, pour avoir la même tangente moyennant la ſeconde. Voilà donc l'analogie qu'il faloit trouver indépendamment des quantités imaginaires, & ſans les y mêler.

§. 80. Maintenant nous pourrons tirer en termes très clairs la conſéquence, que *l'aire du ſecteur hyperbolique* AMCA, *tout de même que celle du ſecteur circulaire* ANCA *répondant, ſera une quantité irrationelle ou incommenſurable au quarré du rayon* AC, *toutes les fois que l'angle* Φ, *qui eſt celui que l'un & l'autre de ces deux ſecteurs forme au centre* C, *aura une tangente rationelle*, & que réciproquement *cette tangente ſera irrationelle toutes les fois que l'un de ces deux ſecteurs ſera une quantité rationelle.*

§. 81. Il y a une conſéquence tout à fait ſemblable à faire à l'égard de la fraction continue (§. 74.)

$$\frac{e^u + 1}{2} = \cfrac{1}{1 - \cfrac{1}{2 : u + \cfrac{1}{6 : u + \cfrac{1}{10 : u + \cfrac{1}{14 : u + \cfrac{1}{18 : u + \&c.}}}}}}$$

qui ſe transforme en

$e^u +$

$$\frac{e^u + 1}{2} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{-2 : u + 1 + \cfrac{1}{-6 : u + 1 + \cfrac{1}{-10 : u + \&c.}}}}$$

& d'où l'on tire pour u négatif

$$\frac{e^{-u} + 1}{2} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 : u + 1 + \cfrac{1}{6 : u + 1 + \cfrac{1}{10 : u + 1 + \cfrac{1}{14 : u + \&c.}}}}}$$

Ces fractions nous font connoître *à quel point l'irrationalité du nombre* $e = 2,71828182845904523536028 - - - -$ *eſt tranſcendente, en ce qu'aucune de ſes dignités ni aucune de ſes racines n'eſt rationelle.* Car u & e^u ne ſauroit être en même tems une quantité rationelle. Or u étant le logarithme hyperbolique de e^u, il s'enſuit, que *tout logarithme hyperbolique rationel eſt celui d'un nombre irrationel*, & que réciproquement *tout nombre rationel a un logarithme hyperbolique irrationel.*

§. 82. Mais voyons encore ce que e^u & e^{-u}, ſignifient dans la figure. Retournons pour cet effet au §. 78. où nous trouverons les deux formules

$$\xi = \frac{e^u + e^{-u}}{2},$$

$$\eta = \frac{e^u - e^{-u}}{2},$$

donc en prenant la ſomme & la différence; il ſera

$$e^u = \xi + \eta,$$

$$e^{-u} = \xi - \eta.$$

Digitized by Google

Mais les asymtotes CF, CS, formant entre elles un angle droit, que l'axe CH coupe en deux parties égales, il sera

$$\xi = CP = PS = PR,$$
$$\eta = PM,$$

donc

$$\xi + \eta = SM,$$
$$\xi - \eta = MR,$$

& partant

$$e^u = SM,$$
$$e^{-u} = MR,$$

d'où l'on voit en même tems qu'il est

$$e^u \cdot e^{-u} = SM \cdot MR = 1.$$

On voit de plus, que tandis qu'il est

$$e^u = SM,$$
$$e^{-u} = MR,$$
$$AB = 1,$$

il sera, en prenant les logarithmes,

$$u = \log \frac{SM}{AB} = \log \frac{AB}{MR}.$$

Et comme u, e^u, ne sauroient être rationelles en même tems, on voit qu'il en est de même à l'égard de l'aire du secteur $AMCA = \frac{1}{2}u$, & des ordonnées SM, MR.

§. 83. Nous avons encore (§. 75.) la différentielle

$$du = \frac{d \operatorname{tang} \Phi}{1 - t\Phi^2},$$

dont l'intégrale se trouve être

Digitized by Google

$$2u = \log \frac{1 + t\varphi}{1 - t\varphi} = \text{log. tang. } (45° + \varphi) = \text{l. tang SCM,}$$

ou bien

$$2u = -\log \frac{1 - t\varphi}{1 + t\varphi} = -\text{ l. tang } (45° - \varphi) = -\text{ l. tang RCM.}$$

Retenons la premiere de ces formules

$$2u = \log \left(\frac{1 + t\varphi}{1 - t\varphi}\right),$$

& elle nous mettra en état de retrouver encore à l'égard des ſecteurs hyperboliques ce que nous avons vu être *tangente premiere* à l'égard des ſecteurs circulaires. Voici comment.

§. 84. Conſidérons d'abord que le ſecteur hyperbolique AMCA croît avec l'angle $\varphi = MCA$, de ſorte qu'il devient infini, lorsque $\varphi = 45°$. Il eſt donc clair qu'un de ces ſecteurs étant donné, on peut trouver d'autres, qui en ſoient des multiples quelconques, & des parties quelconques, ou qui le ſurpaſſent d'une quantité quelconque. Or à chacun de ces ſecteurs il répond un angle MCP, par lequel il eſt formé, & la tangente de cet angle étant $= \varphi$, le ſecteur $= \frac{1}{2}u$, nous venons de voir qu'il eſt

$$2u = \log \frac{1 + t\varphi}{1 - t\varphi}.$$

§. 85. Soient donc trois ſecteurs $\frac{1}{2}u$, $\frac{1}{2}u'$, $\frac{1}{2}u''$, tels que le troiſieme ſoit la ſomme des deux premiers. Soient de plus les angles répondans φ, φ', φ''. Et il ſera

$$2u = \log \frac{1 + t\varphi}{1 - t\varphi},$$

$$2u' = \log \frac{1 + t\varphi'}{1 - t\varphi'},$$

$$2u'' = \log \frac{1 + t\varphi''}{1 - t\varphi''}.$$

Digitized by Google

Comme donc il doit être

$$\tfrac{1}{2}u'' = \tfrac{1}{2}u' + \tfrac{1}{2}u,$$

il ſera également

$$\log \frac{1 + t\Phi''}{1 - t\Phi''} = \log \frac{1 + t\Phi'}{1 - t\Phi'} + \log \frac{1 + t\Phi}{1 + t\Phi},$$

ce qui donne

$$\frac{1 + t\Phi''}{1 - t\Phi''} = \frac{1 + t\Phi'}{1 - t\Phi'} \cdot \frac{1 + t\Phi}{1 - t\Phi},$$

d'où il ſuit

$$t\Phi'' = \frac{t\Phi + t\Phi'}{1 + t\Phi \cdot t\Phi'},$$

& réciproquement pour la différence

$$t\Phi' = \frac{t\Phi'' - t\Phi}{1 - t\Phi \cdot t\Phi''}.$$

Ces deux formules ne différent qu'à l'égard des ſignes de celles qu'on trouve pour les ſecteurs, ou les arcs circulaires, & elles nous laiſſent également conclure, que *ſi les tangentes qui répondent à deux ſecteurs hyperboliques, ſont rationelles, les tangentes qui répondent au ſecteur égal à la ſomme & la différence de ces deux ſecteurs ſeront pareillement rationelles.*

§. 86. Cette ſeule propoſition ſuffit pour faire voir que tout ce que nous avons dit ci-deſſus (§. 52 - - - 71.) à l'égard du cercle, s'appliquera également à l'hyperbole. On n'a qu'à ſe ſervir d'une façon abrégée de parler, en nommant *tangente d'un ſecteur hyperbolique* quelconque ACMA, la tangente de l'angle ACM, qui eſt = AT, le rayon AC étant poſé = 1. Enſuite il faut obſerver que tous les ſecteurs dont il s'agit ici, doivent avoir l'axe AC pour leur commun commencement, comme l'ont les ſecteurs MCAM, *m*CA*m*. Ainſi p. ex. le ſecteur *m*CM ne touchant point à l'axe, il faut lui en ſub-

Digitized by Google

ſubſtituer un autre qui lui ſoit égal, & qui ſoit contigu à l'axe AC, lorsqu'on veut avoir l'angle Φ & la tangente qui lui répond. On voit bien que cette remarque n'étoit point néceſſaire lorsqu'il s'agiſſoit du cercle, parce que chaque diametre du cercle peut être regardé comme axe.

§. 87. C'eſt donc dans ce ſens, que je dirai que *l'hyperbole a une infinité de tangentes premieres*, que *les ſecteurs de toutes ces tangentes premieres ſont incommenſurables entre eux & à l'unité*, que *la tangente d'un ſecteur étant premiere, il n'y a que les tangentes des multiples de ce ſecteur qui ſoient rationelles :* Que *toute tangente rationelle eſt ou premiere elle-même, ou ſon ſecteur eſt un multiple d'un ſecteur dont la tangente eſt premiere.* &c. Comme la démonſtration de ces théoremes ne ſeroit qu'une repetition de celles que j'ai données pour le cercle, je les omettrai d'autant plus que je ne rapporte ces théoremes, que pour faire voir encore en ce point l'analogie qu'il y a entre le cercle & l'hyperbole équilatérale.

§. 88. Comparons encore enſemble le ſecteur circulaire ANCA, & le ſecteur hyperbolique AMCA. Mr. *de Foncenex*, dans le Mémoire cité ci-deſſus (§. 74.) a fait voir, qu'en employant les quantités imaginaires, ces deux ſecteurs ſe trouvent être dans le rapport de 1 à $\sqrt{-1}$, qui eſt purement imaginaire. Or voions quel ſera le rapport réel? C'eſt ce que nous trouverons en exprimant l'un de ces ſecteurs par l'autre. Pour cet effet nous employerons les deux ſuites

$$v = t\Phi - \tfrac{1}{3}t\Phi^3 + \tfrac{1}{5}t\Phi^5 - \tfrac{1}{7}t\Phi^7 + \&c.$$

$$t\Phi = v - \tfrac{1}{3}u^3 + \tfrac{2}{15}u^5 - \tfrac{17}{315}u^7 + \&c.$$

qu'on trouve facilement moyennant les formules différentielles données ci-deſſus (§. 75.). Subſtituant donc la valeur de la ſeconde de ces ſuites dans la premiere, on aura, toute réduction faite,

$$v = u - \tfrac{2}{3}u^3 + \tfrac{2}{5}u^5 - \tfrac{24}{315}u^7 + \&c.$$

&

Digitized by Google

& réciproquement

$$u = v + \tfrac{2}{3}v^3 + \tfrac{2}{3}v^5 + \tfrac{2}{3}\tfrac{4}{1}\tfrac{4}{5}v^7 + \&c.$$

Ces deux ſuites ne different que par rapport aux ſignes, les coëffi. ciens & les expoſans étant les mêmes. Si dans la premiere de ces ſuites on poſe

$$u = v\sqrt{-1},$$

on trouve

$$v = \sqrt{-1}\,.\,(v + \tfrac{2}{3}v^3 + \tfrac{2}{3}v^5 + \tfrac{2}{3}\tfrac{4}{1}\tfrac{4}{5}v^7 + \&c.)$$

ce qui veut dire

$$v = u\sqrt{-1}.$$

Donc, moyennant un ſecteur hyperbolique imaginaire, on trouve un ſecteur circulaire imaginaire, & réciproquement.

§. 89. Tout ce que je viens de faire voir ſur les quantités tranſcendentes circulaires & logarithmiques, paroit être fondé ſur des principes beaucoup plus univerſels, mais qui ne ſont pas encore aſſez développés. Voici cependant ce qui pourra ſervir à en donner quelque idée. Il ne ſuffit pas d'avoir trouvé que ces quantités tranſcendentes ſont irrationelles, c'eſt à dire incommenſurables à l'unité. Cette propriété ne leur eſt pas unique. Car, outre qu'il y a des quantités irrationelles qu'on pourra former au hazard, & qui par là même ne ſont gueres du reſſort de l'analyſe, il y en a encore une infinité d'autres qu'on nomme *algébriques:* & telles ſont toutes les *quantités irrationelles radicales*, comme $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$ &c. $\sqrt{(2+\sqrt{3})}$ &c. & toutes les *racines irrationelles des équations algébriques*, comme p. ex. celles des équations

$$0 = xx - 4x + 1,$$
$$0 = x^3 - 5x + 1,$$
&c.

Je

Digitized by Google

Je nommerai les unes & les autres *quantités irrationelles radicales*, & voici le théoreme, que je crois pouvoir être démontré.

§. 90. Je dis donc *qu'aucune quantité tranſcendente circulaire & logarithmique ne ſauroit être exprimée par quelque quantité irrationelle radicale, qui ſe rapporte à la même unité, & dans laquelle il n'entre aucune quantité tranſcendente.* Ce théoreme ſemble devoir être démontré de ce que les quantités tranſcendentes dépendent de

$$e^x,$$

où l'expoſant eſt variable, au lieu que les quantités radicales ſuppoſent des expoſans conſtans. Ainſi p. ex. un arc de cercle étant rationel ou commenſurable au rayon, ſa tangente, que nous avons vu être irrationelle, ne ſauroit être une racine quarrée de quelque quantité rationelle. Car ſoit l'arc propoſé $= \omega$, & faiſons $\text{tang}\ \omega = \sqrt{a}$, nous aurons

$$t\omega^2 = \frac{\int \omega^2}{\cos \omega^2} = \frac{1 - \cos 2\omega}{1 + \cos 2\omega} = a,$$

d'où il ſuit

$$\cos 2\omega = \frac{1 - a}{1 + a};$$

or cette quantité étant rationelle, il s'enſuit que l'arc 2ω eſt irrationel, ce qui étant contre l'hypotheſe, il eſt clair qu'en faiſant $\text{tang}\ \omega = \sqrt{a}$, la quantité a ne ſauroit être rationelle, & que partant la tangente d'un arc rationel quelconque n'eſt point une racine quarrée de quelque quantité rationelle.

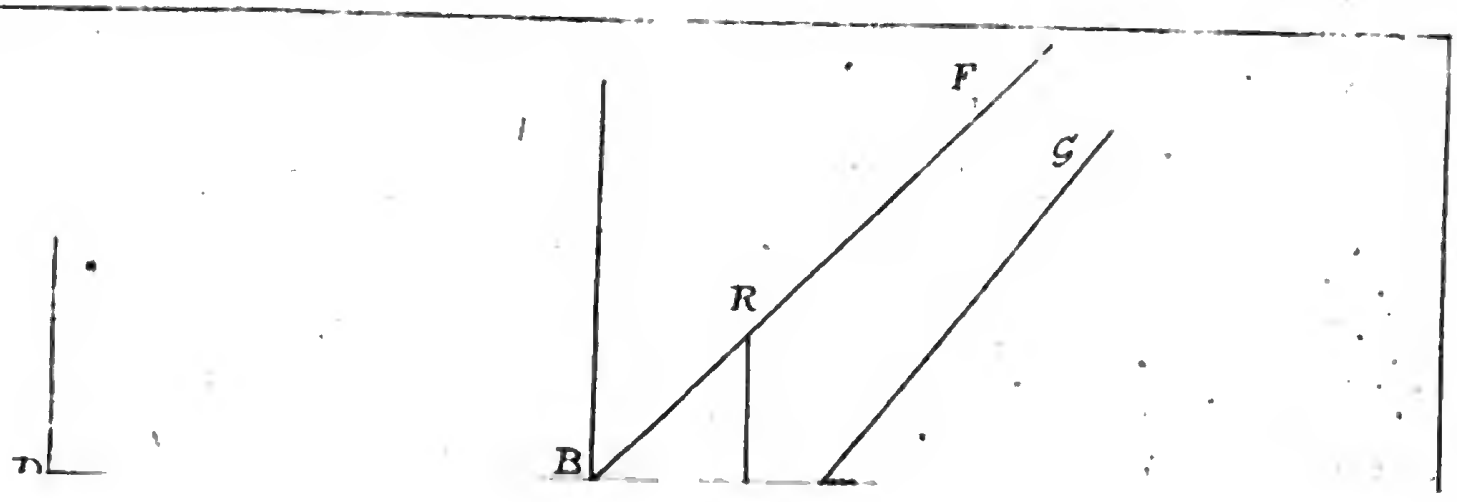
§. 91. Ce théoreme étant une fois démontré dans toute ſon univerſalité, il s'enſuivra que la circonférence du cercle ne pouvant être exprimée par quelque quantité radicale, ni par quelque quantité rationelle, il n'y aura pas moien de la déterminer par quelque conſtruction géométrique. Car tout ce qu'on peut conſtruire géométri-

Digitized by Google

quement revient aux quantités rationelles & radicales; & il s'en faut même de beaucoup que ces dernieres puiſſent indifféremment être conſtruites. On voit bien qu'il en ſera de même de tous les arcs de cercles dont la longueur ou les deux points extremes ſont donnés, ſoit par des quantités rationelles, ſoit par des quantités radicales. Car, ſi la longueur de l'arc eſt donnée, il faudra trouver ſes deux points extremes, en y employant la corde, le ſinus, la tangente, ou quelque autre ligne droite qui, pour pouvoir être conſtruite, ſera toujours dépendante ou réduiſible à une des lignes que je viens de nommer. Mais la longueur de l'arc étant donnée par des quantités rationelles ou radicales, ces lignes ſeront tranſcendentes, & par là même irréductibles à quelque quantité rationelle ou radicale. Il en ſera de même ſi les deux points extremes de l'arc ſont donnés, j'entens par des quantités rationelles ou radicales. Car, dans ce cas, la longueur de l'arc ſera une quantité tranſcendente : ce qui veut dire irréductible à quelque quantité rationelle ou radicale, & par là elle n'admet aucune conſtruction géométrique.

MÉ-

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* *
*

Digitized by Google

TROISIEME MÉMOIRE
SUR LES
PRINCIPES METAPHYSIQUES.
DE L'USAGE LÉGITIME
DU PRINCIPE DE LA RAISON SUFISANTE. *)

PAR M. BEGUELIN.

Dans mon dernier Mémoire **) sur les principes métaphyſiques, je m'étois engagé d'examiner l'uſage légitime qu'on doit faire du célebre principe de la Raiſon ſufiſante. Une abſence de pluſieurs années, & des devoirs plus eſſentiels à remplir, m'ont empêché longtems de pourſuivre cette matiére; d'ailleurs les généralités métaphyſiques ſont aujourd'hui ſi décriées; tant de gens, & même tant d'habiles gens, les reléguent dans la claſſe des ſpéculations inutiles; qu'avant de dégager ma parole, j'ai crû devoir montrer par des diſcuſſions ſur des cas particuliers que ces ſpéculations générales, ne ſont pas toujours de vaines futilités, & qu'elles peuvent très bien conduire à la découverte des vérités qui ſemblent tenir le moins à la

*) Lu à l'Academie le 19. d'Aout 1767.
**) Voyez le Volume de 1755.

Digitized by Google

à la Métaphyſique: c'eſt le but que j'ai eû en vue, dans les Mémoires que j'ai ſucceſſivement donnés, *ſur les forces qui ſe perdent en Méchanique; ſur la découverte des loix du chifre de Mr. Hermann; ſur le calcul des ſéquences dans la lotterie de Genes*, &c. Préſentement je me propoſe de revenir au ſujet général; & après avoir établi dans mes premiers Mémoires la certitude morale de cette propoſition „que rien „de ce qui eſt ſuſceptible d'une raiſon, n'eſt comme il l'eſt ſans une „raiſon ſufiſante," je paſſe à l'examen de l'uſage légitime qu'on doit faire de ce principe dans l'application.

Cette application peut ſe faire en deux manieres. L'une c'eſt en remontant de l'effet connu à ſa cauſe inconnue; l'autre c'eſt en deſcendant d'une cauſe dont nous apperçevons l'exiſtence à l'effet qu'elle doit produire.

La premiere application eſt toujours auſſi ſûre, que le principe lui-même: & elle a deux uſages infiniment précieux; l'un c'eſt de nous conduire à la connoiſſance de l'exiſtence d'un Dieu, l'autre c'eſt de nous aſſurer de la poſſibilité d'une ſaine Philoſophie.

Cette application eſt contenue dans ces deux raiſonnemens-ci: „Rien de ce qui eſt ſuſceptible d'une raiſon n'exiſte ſans une raiſon ſu„fiſante. Or mon exiſtence, & celle de tous les êtres dont j'ai la per„ception, eſt ſuſceptible de raiſon. Donc il y a une Cauſe premiere, „& cette cauſe a toutes les propriétés requiſes à faire comprendre com„ment il eſt poſſible que les autres choſes exiſtent de la maniere „qu'elles ſont.

Ce n'eſt pas ici le lieu de m'étendre ſur cette preuve; elle a été miſe dans tout ſon jour par Mr. *Wolf*. La *Majeure* eſt le principe tel que je l'ai établi dans un Mémoire précédent. La *Mineure* eſt prouvée dès qu'on montre qu'il n'impliquoit pas que ce qui exiſte, exiſtât autrement, ou n'exiſtât point du tout, & qu'il n'y a nulle raiſon de ſuppoſer ici des exiſtences fortuites.

Le ſecond raiſonnement eſt renfermé dans cette formule ci:

„Rien

Digitized by Google

„Rien de ce qui eſt ſuſceptible de raiſon n'eſt ſans une raiſon ſufiſante. „Or les changemens qui arrivent dans l'univers matériel, & dans le „monde des eſprits, ſont ſuſceptibles de raiſon, c. à. d. ne ſont ni ab„ſolument néceſſaires, ni fortuits:

Donc ils ont une raiſon ſufiſante. Donc il eſt poſſible, abſolument parlant, de découvrir comment, & pourquoi ces changemens arrivent.

Voilà juſqu'où s'étend l'uſage du principe à cet égard; non à nous rendre Philoſophes, mais à nous laiſſer entrevoir l'eſpérance de le devenir. En n'adoptant pas ce principe, il y auroit de l'abſurdité à vouloir expliquer un événement quelconque. Mais, d'un autre côté, avec ſon ſecours ſeul on n'expliquera jamais rien. S'il étoit faux que les métaux fuſſent transmuables, il y auroit de l'abſurdité à chercher la pierre philoſophale; mais, quand même il ſeroit conſtaté que le fer a été changé en or, cela pourroit encourager à travailler au grand oeuvre, mais cela ſeul n'y conduiroit pas.

Le ſeul cas où ce principe peut nous guider immédiatement du changement arrivé à la connoiſſance préciſe de ſa cauſe inviſible, c'eſt lorsqu'à l'aide du principe de la contradiction nous pouvons faire une énumération exacte de tous les moïens qui rendent cet événement ou ce fait poſſible. Car, ſi nous ſommes aſſurés que cette énumération eſt complette, & qu'enſuite nous puiſſions prouver que, des moïens contenus dans cette énumération, tous hors un ſeul n'ont pas lieu, nous pouvons alors légitimement conclure que ce moïen unique auquel nous n'avons pas donné l'excluſion eſt la cauſe de l'effet en queſtion. Ainſi par ex: s'il s'agit d'expliquer comment le mouvement du bras répond à la volonté de celui qui le meut; tous les moïens imaginables, propres à expliquer ce fait, ſe réduiſent à cinq. Ou l'on peut concevoir que ce que nous nommons *Volonté de l'Ame*, n'eſt qu'un mouvement dans le corps, d'où ſuit mécaniquement le mouvement du bras; ou que ce que nous nommons *mouvement du bras* n'eſt qu'une perception qui réſulte d'une perception antécédente nommée *volonté;* ou que l'ame

l'ame conçue comme un eſprit a le pouvoir réel de remuer le bras; ou qu'à l'occaſion de la volonté de cette ame, un être étranger au corps & à l'ame dirige ce mouvement; ou enfin que l'ame & le corps par leur conſtitution primordiale ſont tellement diſpoſés, que ſans agir l'un ſur l'autre, & en ſuivant chacun les loix de ſa propre nature, le corps ſe meuve au même moment que l'ame ſouhaite d'avoir la perception de ce mouvement. Il eſt aiſé de démontrer que l'énumération eſt complette, & qu'il n'y a d'autres moiens poſſibles d'expliquer le fait, qu'en admettant ou le Matérialiſme, ou l'Idéaliſme, ou l'influence réelle ſoit Phyſique, ſoit Pſychocratique, ou l'opération immédiate d'un être ſupérieur, ou enfin une harmonie préétablie. Si donc on eſt en état de prouver que de ces cinq explications, quatre n'ont pas lieu, il ſera auſſi vrai que la cinquieme eſt la cauſe de ce fait, qu'il eſt vrai que rien n'eſt comme il eſt ſans raiſon. Mais la difficulté eſt de s'aſſûrer que l'excluſion qu'on donne à l'un ou l'autre de ces moïens ſoit légitime. Elle l'eſt, lorsqu'on peut prouver que ce moïen qu'on avoit d'abord admis comme poſſible renferme une contradiction formelle, ou qu'il eſt en oppoſition avec quelque vérité démontrée, ou lorsqu'on peut faire voir que ce moïen, bien qu'il ne ſemble pas impliquer, n'exiſte pas dans la nature; mais, hors ces deux cas, l'excluſion ne ſera fondée que ſur des conjectures plus ou moins vraiſemblables, & par conſéquent l'application du Principe ne ſera pas infaillible.

On donne aſſez ſouvent dans deux extrêmes également vicieux ſur cette matiére. Les uns, à la faveur des réflexions les plus humiliantes ſur l'ignorance de l'homme, croient éluder toute la force du raiſonnement que je viens de développer; les autres, auſſi téméraires que les premiers ſont timides, prétendent tout expliquer à l'aide de ce raiſonnement. D'un côté l'on n'a pas droit de ſe récrier ſur la foibleſſe de nos lumieres dans les cas où à la vérité nous ne voïons pas aſſez clair pour débrouiller tout; mais où cependant nous ne ſommes pas ſi aveugles que nous ne puiſſions apperçevoir à l'aide d'un dénombrement exact les divers moïens poſſibles. Dans ces cas-là, il ne ſuffit

pas

Digitized by Google

pas pour éluder l'énumération, de ſe retrancher ſur l'ignorance humaine; il faut montrer pourquoi on ſuppoſe qu'il pourroit y avoir encore d'autres moïens imaginables, outre ceux que la méthode des *épuiſemens* nous indique. Mais, d'un autre côté, ce n'eſt pas ſavoir beaucoup que de connoitre qu'un effet ne peut réſulter que de quatre ou cinq cauſes différentes, ſi l'on ignore à laquelle de ces quatre ou cinq il faut préciſément l'attribuer; & c'eſt le plus ſouvent ici où les reflexions ſur le peu d'étendue de nos lumieres ſont à leur place.

Un troiſieme uſage général de cette premiere application de notre principe, c'eſt de nous aſſurer de l'exiſtence des Corps. On convient aſſez généralement que les argumens des Idéaliſtes ne ſont pas ſuſceptibles d'une réfutation directe. On ſent cependant une repugnance invincible à les adopter. C'eſt que nos perceptions ſont préciſément telles quelles ſeroient, s'il y avoit des corps perceptibles, & qu'on ne ſauroit aſſigner une raiſon ſufiſante à ces perceptions, ſi les corps qu'elles repréſentent n'exiſtoient pas réellement.

La ſeconde maniere d'appliquer le principe de la raiſon ſufiſante, c'eſt, avons-nous dit, lorsqu'on deſcend d'une cauſe dont on apperçoit l'exiſtence à l'effet qu'elle doit produire.

Pour ne pas ſe tromper dans cette application, il faut ne perdre jamais de vue la maniere dont nous parvenons à nous aſſûrer de la vérité du Principe. C'eſt en obſervant que les choſes ſemb'ables exiſtent ſous les mêmes circonſtances. Alors nous donnons à ces choſes le nom d'*effet*, & à l'aſſemblage des circonſtances le nom de *cauſe*, & nous afirmons que cette cauſe, c. à d. ces circonſtances réunies contiennent la raiſon ſufiſante de ce que l'effet exiſte de la maniere qu'il eſt, & non autrement.

Pourquoi diſons-nous de cette raiſon qu'elle eſt *ſufiſante?* Eſt-ce parce que nous comprenons parfaitement comment elle ſuffit à produire l'effet que nous lui attribuons? Non aſſûrément; il eſt bien rare que notre intelligence pénétre juſque-là. Mais c'eſt parce que nous n'apperçevons point d'autres circonſtances toutes les fois que

l'effet eſt produit, d'où nous concluons que celles que nous avons apperçues ſufiſent, & qu'elles contiennent ſeules la raiſon de cet événement. Quand je remarque que toutes les fois que j'approche un morceau de fer juſqu'à une certaine diſtance d'une éguille aimantée, celle-ci ſe remue, j'en conclus que la raiſon ſufiſante du mouvement de l'éguille eſt contenue dans la nature du fer, & dans ſa proximité; d'où j'infere enſuite, par une application de notre principe, que toutes les fois qu'un pareil morceau de fer ſera approché d'une ſemblable éguille juſqu'à la même diſtance, ſi d'ailleurs rien n'eſt changé du côté de l'éguille, le même événement arrivera; cependant je ſuis encore bien éloigné de ſavoir comment ce mouvement eſt produit.

Cette maniere d'appliquer notre principe eſt donc contenue dans le raiſonnement ſuivant:

„L'événement A, eſt produit ſous les circonſtances C, D, E, &c.

„Or les circonſtances C, D, E, &c. exiſtent

„Donc, en vertu du principe, l'événement A, ſera produit.“

Nous nous aſſûrons de la Majeure en deux manieres. Ou par une ſimple obſervation réitérée de ce qui arrive dans la nature ſans notre concours; ou par des expériences, en faiſant naître, & en combinant enſemble les circonſtances C, D, E, &c. pour en obſerver le réſultat. C'eſt par le premier moïen que nous ſavons que le Soleil produit la lumiere. C'eſt par le ſecond que nous connoiſſons que la peſanteur de l'atmoſphere fait monter l'eau dans les pompes aſpirantes.

Quand la *Majeure* eſt duement vérifiée par l'expérience; c. à d. quand il eſt en notre pouvoir de faire naître les circonſtances auſſi ſouvent qu'il nous plait, de les combiner à volonté, d'en retrancher, ou d'y ajouter à notre gré, & de connoitre par conſéquent avec préciſion leſquelles ſont conſtamment requiſes pour que l'événement ait lieu; la majeure eſt alors exactement déterminée; elle acquiert le plus haut degré de certitude morale. La *Mineure* eſt un fait dont nos ſens nous aſſûrent; il n'y a donc point de doute que l'application du principe général ne ſoit légitime. Mais

Digitized by Google

Mais quand la majeure ne nous eſt connue que par l'obſervation, quand il ne dépend pas de nous de ſéparer les circonſtances, & de les rejoindre, alors l'application du principe eſt moins ſûre, & peut ſouvent être fauſſe. Car, de ce que nous n'appercevons jamais un événement A, ſans appercevoir en même tems les circonſtances B, C, D; il ne ſuit pas que ces circonſtances contiennent la raiſon de A. Il ſe pourroit que A, B, C, D, fuſſent tous des effets d'une même cauſe X, qui ne tombât pas ſous nos ſens. Il ſe pourroit que ces circonſtances n'euſſent pas toujours coëxiſté, quoique nous ne les voïons jamais l'une ſans l'autre; & à ſuppoſer même que B, C, D, continſſent la raiſon de l'événement A, il ſe pourroit encore que cette raiſon ne fut que partiale: combien de circonſtances imperceptibles à mes ſens ne peuvent pas concourir avec celles que j'apperçois lorsqu'un événement eſt produit?

Les animaux reſpirent; il y a ſans doute une raiſon de ce fait; le ſang circule dans les animaux auſſi longtems qu'ils reſpirent; cette circulation a ſans doute ſa raiſon auſſi; mais de quel uſage m'eſt ici l'application du principe de la raiſon ſufiſante? Puis je conclure de ce que ces deux événemens coëxiſtent, que l'un contient la raiſon de l'autre, & décider préciſément lequel des deux eſt la cauſe, lequel eſt l'effet? Aſſûrément, ſi l'un de ces faits n'avoit jamais été apperçu ſans l'autre, on auroit peine à ne pas ſe perſuader qu'ils dépendent l'un de l'autre, & on ne manqueroit pas d'imaginer quelque théorie plauſible qui expliquât la liaiſon de ces deux mouvemens, & qui fît trouver dans l'un la raiſon ſufiſante de l'autre: heureuſement nous ne risquons plus de tomber dans l'erreur à cet égard; on ſait que le ſang circule dans le foetus tandis que l'animal ne reſpire point encore; mais combien d'autres cas la nature ne peut-elle pas nous offrir, où rien ne pourroit nous avertir que nous nous trompons?

Lorsqu'il s'agit donc d'aſſigner à une cauſe, ou à un aſſemblage de circonſtances, l'effet qui en devra réſulter, nous ne pourrons jamais le faire avec certitude, que lorsque l'expérience nous aura apris

Digitized by Google

que cette cauſe ſuffit pour produire un certain effet, & qu'elle l'a conſtamment produit. Alors, ſans ſavoir comment l'effet réſulte de la cauſe, non ſeulement nous pourrons à coup ſûr le lui attribuer; mais encore, cela nous fournira une explication ſatisfaiſante de tous les cas où cette cauſe concourra dans la production d'un effet. C'eſt ſur ce fondement qu'eſt appuïée la conſtruction des machines, & de tout ce qui a rapport aux arts mécaniques; c'eſt en partant de là qu'on prévoit en Phyſique le ſuccès des expériences qui n'ont pas encore été tentées, & dont on connoit d'avance diſtinctement la raiſon prochaine, qui ſuffit à l'expliquer, mais qui n'eſt raiſon ſufiſante qu'autant qu'on adopte comme un fait vérifié par l'expérience ce qui entre dans l'explication. Dès que nous ſavons par l'expérience que la peſanteur de l'atmoſphére ſoutient l'eau à 32 pieds, & que nous connoiſſons par expérience auſſi que la péſanteur ſpécifique de l'eau eſt à celle du Mercure à peu près comme 1. à 14. nous concevons diſtinctement, la raiſon ſufiſante pourquoi le mercure ſe ſoutient plûtot dans le barométre à 28 pouces, qu'à 20 ou à 40. Mais nous ne ſavons diſtinctement ni la raiſon de la péſanteur en général, ni celle de la diverſité ſpécifique du poids de l'air, de l'eau & du mercure.

Outre ces deux manieres poſitives d'appliquer le Principe du *ſufiſant pourquoi*, il y en a encore deux négatives, ſources inépuiſables de ſophiſmes. La premiere, c'eſt lorsque ne trouvant point de cauſe capable de contenir la raiſon ſufiſante d'un événement, nous nions l'exiſtence de cet événement; l'autre, c'eſt quand n'appercevant pas l'effet qui a coutume de ſuivre une cauſe, nous concluons que la cauſe n'exiſte pas.

La premiere de ces applications roule ſur ce raiſonnement:

„Rien n'exiſte ſans une raiſon ſufiſante.

„Or l'événement E n'auroit point de raiſon ſufiſante.

„Donc l'événement E n'exiſte pas."

Le

Digitized by Google

Le ſillogiſme eſt concluant ſans doute dès qu'on accorde les deux prémiſſes; mais j'ai déjà montré dans mon ſecond Mémoire, que la majeure a beſoin d'une détermination plus préciſe, ſavoir qu'il s'agiſſe d'un fait ſuſceptible de raiſon; cela poſé, il reſte à examiner comment on prouvera la mineure.

Ce n'en ſeroit pas une preuve recevable que de dire, que puiſqu'on n'imagine aucun moïen ſatisfaiſant d'expliquer l'exiſtence de E, E ne ſauroit avoir une raiſon ſufiſante. Avec ce raiſonnement je prouverois qu'il n'eſt pas vrai que les corps gravitent les uns vers les autres, qu'il eſt faux que les Polypes ſe multiplient par la ſection, & un Philoſophe Siamois nous démontreroit peut-être qu'il n'exiſte point de glace.

Nous prenons ſouvent pour des choſes ſemblables, pour des cas égaux, ce qui ne l'eſt point; & dès-lors il n'eſt pas étonnant que les mêmes circonſtances produiſent des effets différens. Qu'eſt-ce qui nous donne le droit de ranger dans une même claſſe des individus tous différens entr'eux, & d'affirmer de chaque individu renfermé ſous cette claſſe, ce que l'expérience ne nous a appris que d'une vingtaine, ou centaine d'entr'eux? C'eſt ſans contredit le principe de la raiſon ſufiſante, dont l'analogie n'eſt qu'une application continuelle. Mais ſavons-nous toujours ſi la même raiſon a lieu dans tous les cas où nous l'appliquons? La plûpart des animaux ſont produits par l'accouplement, donc aucun ne ſauroit produire ſon ſemblable ſans un accouplement. C'eſt mal argumenter.

La ſeule maniere légitime de prouver la mineure, c'eſt d'énumérer exactement, à l'aide du principe de la contradiction, tous les moïens imaginables dont une choſe peut être produite, & de prouver enſuite de chacun de ces moïens ſéparément, qu'il implique, ou que du moins il n'exiſte pas dans la nature. A moins de cela la mineure ſera toujours incertaine.

Le célebre *Wolf* emploïe le raiſonnement que je viens d'examiner pour prouver qu'il n'exiſte point de vuide dans la nature; s'il y avoit, dit-il, du vuide entre les particules d'un corps, il y auroit des

Digitized by Google

parties dont la figure & la groſſeur n'auroient point de raiſon ſufiſante. En raiſonnant de la même maniere, on prouvera que l'univers eſt réellement infini en étendue; car, s'il ne l'étoit pas, il y auroit une multitude de particules de matiere dont la figure & la groſſeur n'auroient point de raiſon ſufiſante; & d'un autre côté, ſi l'univers eſt réellement infini en étendue, il faudra dire que l'aſſemblage des individus déterminés qui compoſent cet univers, forme un tout indéterminé, ce qui choque le principe de la contradiction. J'avoue que je ne conçois pas la force de l'argument de Mr. *Wolf*; car, à moins de ſe repréſenter les molécules de matiere comme parfaitement fluides, leur figure & leur groſſeur n'eſt point déterminée par la matiere étrangere qui les entoure; otez toute cette matiere ambiante, le corpuscule n'en conſervera pas moins ſa figure & ſa groſſeur. Il implique qu'un être étendu n'ait pas une figure, & une grandeur; la quantité de ſes parties & leur ſituation déterminent l'un & l'autre, qu'il y ait du vuide, ou qu'il n'y en ait pas. Si l'on peut prouver qu'il n'y auroit ni ſolidité ni cohéſion en admettant le vuide, le raiſonnement ſera concluant; mais il ne ſera plus de l'eſpece que j'examine ici.

Le même Philoſophe emploïe un argument tout ſemblable pour prouver que chaque portion de matiere eſt continuellement en mouvement. Car, dit-il, ſi deux parties de matiere étoient en repos l'une à côté de l'autre, ou ſi même elles ſe mouvoient avec la même célérité, & ſelon la même direction, leur groſſeur & leur figure n'auroient point de raiſon ſufiſante, & par conſéquent ſeroient indéterminées.

Je veux ſuppoſer qu'on ne pût donner aucune autre raiſon de la figure & de la groſſeur d'une particule de matiere, qu'en lui attribuant un mouvement continuellement différent de celui de toute autre particule, quoique notre Philoſophe ait déjà aſſigné dans la matiere ambiante la raiſon de cette figure & de cette groſſeur; ſeroit-on bien avancé d'avoir trouvé cette raiſon dans un mouvement dont on ne ſauroit expliquer le ſufiſant pourquoi? S'il faut admettre des choſes inexplicables, n'a-t-on pas autant de raiſon de s'en tenir à des corpuſcu-

les

Digitized by Google

les déterminés par eux mêmes, quant à la figure & à la grandeur, que de recourir à un mouvement dont on ne peut rendre raiſon? Du moins eſt-il certain que les corpuscules exiſtent, au lieu qu'il eſt fort douteux que ce mouvement ſoit dans la nature; outre qu'au fond il n'explique rien. Car, avant que le corpuscule puiſſe ſe mouvoir, encore faut-il qu'il ait déjà une figure, & une groſſeur déterminée; & s'il les a, il n'eſt plus beſoin d'imaginer un mouvement ſingulier pour lui donner l'une & l'autre.

Il ſemble qu'on confond ici la figure déterminée des parties, avec la maniere dont notre imagination peut ſe la repréſenter. Il ſe peut bien que tant que les particules de matiere ſeront conçues en repos l'une à côté de l'autre, l'imagination ne pourra pas les diſtinguer, & qu'elle ſe repréſentera l'enſemble comme un continu indiviſible. Mais notre maniere de concevoir n'influe point ſur la nature des objets: ſi les premiers élémens des corps ſont des atomes, ils n'en ſeront pas moins indiviſibles, quoique nous y puiſſions imaginer des parties, & les aggrégés de ces atomes ſuppoſés en repos ne ſeront pas moins un tout compoſé de parties diſtinctes, quoique faute de mouvement notre imagination ne diſtingue, ni ces élémens, ni la figure qui leur eſt propre.

Au reſte, en choiſiſſant mes exemples dans les Ouvrages d'un Philoſophe pour lequel j'ai d'ailleurs la plus haute vénération, & dont je reſpecte infiniment la mémoire, ce n'eſt pas par une affectation ridicule de combattre les ſentimens des grands hommes; c'eſt que Mr. *Wolf* a fait plus d'uſage qu'aucun autre du Principe de la raiſon ſufiſante, & que plus j'eſtime ſes écrits, plus je crois qu'il eſt utile d'obſerver ce en quoi il paroit s'y être écarté de la rigoureuſe exactitude qu'il s'étoit lui même impoſée.

Je crois remarquer le même défaut dans l'argument dont il ſe ſert pour prouver la non-exiſtence des corps durs. S'il y avoit des corps durs, dit-il, les parties de ces corps ne ſeroient diſtinguées que par le lieu qu'elles occupent; & il n'y auroit point de raiſon pourquoi

Digitized by Google

quoi elles occuperoient ce lieu; donc les corps durs n'exiſtent pas. Mais comment prouveroit-on que ces parties occuperoient ſans raiſon des places différentes? S'enſuit-il de ce que nous n'en trouvons pas la raiſon dans les déterminations intrinſéques de ces parties, qu'elle ne ſauroit venir d'ailleurs? Si ces parties ſont indiſcernables, comme Mr. *Wolf* ſuppoſe qu'elles le ſeroient, on n'a plus de raiſon de demander le ſufiſant pourquoi de leurs places reſpectives, comme je crois l'avoir montré dans mon ſecond Mémoire; ſi au contraire elles différent entr'elles, ce qui n'eſt rien moins qu'impoſſible, puiſque la notion de la dureté n'épuiſe pas toutes les déterminations intrinſeques d'un être, on n'en ſaura, à la vérité, pas mieux pourquoi chacune occupe ſa place plutôt qu'une autre, mais on entreverra la poſſibilité abſolue de répondre à la queſtion: & c'eſt à cela que ſe réduit le plus ſouvent notre Phyſique.

L'autre argument de notre Philoſophe contre les corps durs me paroit pécher par le même endroit. S'il y avoit des corps durs, ils ne pourroient, dit-il, ni en mouvoir d'autres, ni être mûs eux-mêmes, parce qu'on ne pourroit point donner de raiſon de la communication d'un mouvement où il n'y auroit point de compreſſion. Mais, s'il n'eſt permis de poſer du mouvement qu'où l'on eſt en état d'en expliquer la raiſon, ſerions-nous bien plus en droit d'accorder la mobilité aux corps compreſſibles? Eſt-ce rendre le paſſage du repos au mouvement beaucoup plus explicable, que de le partager en une infinité de petits paſſages dont aucun n'eſt intelligible? Un fait nous paroit concevable lorsque nous apperçevons ſa liaiſon avec un autre fait connu, quoique ce dernier fait ſoit inintelligible pour nous. Qu'un homme qui aura pris une forte doſe d'Opium s'endorme profondément, c'eſt un événement très intelligible; la raiſon ſufiſante de ſon aſſoupiſſement c'eſt l'Opium qu'il a pris; mais quelle eſt la raiſon de cette propriété que l'Opium a d'aſſoupir? Je penſe que nous en ſavons là deſſus préciſément autant que le Médecin de *Molière*. En général, lorsqu'il s'agit d'expliquer le *comment* des choſes, nous n'y parvenons jamais qu'en ſuppo-

Digitized by Google

ſuppoſant des faits que nous ne comprenons pas. Expliquez un Phénomene d'une maniére intelligible, vous admettrez dans cette explication un fait qui n'eſt point concevable; ou, ſi celui-ci l'eſt encore, ce ne ſera qu'en en ſuppoſant un autre qui ne le ſera plus. Tot ou tard, il faut enfin remonter à l'acte de la création, qui n'eſt pas intelligible. Alors la ſaine Philoſophie ſe réduit à montrer pourquoi cet acte n'eſt point intelligible. Or, ſi je montre de même pourquoi le paſſage du repos au mouvement ne doit pas être intelligible dans le choc des corps durs, j'ai ſatisfait à la Philoſophie, ſans priver la nature d'une des eſpeces de corps qu'elle peut renfermer.

La ſeconde maniere d'appliquer négativement le principe du beſoin d'une raiſon ſufiſante, c'eſt, avons-nous dit, quand, n'apperçevant pas l'effet qui a coutume de ſuivre une cauſe, nous concluons que la cauſe n'exiſte pas.

Notre raiſonnement ſe réduit à cette formule:

„Si la cauſe A, qui contient la raiſon ſufiſante de l'événement B,
„exiſtoit, je devrois appercevoir l'événement B.
„Or je n'apperçois pas l'événement B.
„Donc la cauſe A n'exiſte pas.“

On peut ſe tromper doublement dans cette application: l'une & l'autre des prémiſſes peut être fauſſe. Un événement peut fort bien exiſter ſans être immédiatement appercevable, & il peut encore être appercevable ſans être actuellement apperçu.

D'anciens Phyſiciens, qui poſoient auſſi bien que nous la raiſon ſufiſante de la chûte des corps dans la peſanteur, nioient l'exiſtence de la peſanteur dans le feu; parce qu'ils n'appercevoient point que la flamme, libre de ſe mouvoir en tout ſens, dirigeât ſon mouvement vers le centre de la terre. L'application qu'ils faiſoient de notre principe étoit donc vicieuſe ici, parce que la majeure du ſyllogiſme étoit fauſſe; le feu pouvoit être peſant, ſans que l'effet de ſa peſanteur fût appercevable dans un fluide plus peſant que lui, tel qu'eſt l'air; & il

n'étoit pas beſoin de créer la notion d'une *légéreté poſitive*, pour expliquer l'abſence du phénomene que préſentent d'ordinaire les corps graves lorsque rien ne les ſoutient dans l'air.

Nous n'appercevons point les phaſes de Vénus, diſoient à Copernic les partiſans du Syſteme de Ptolomée; donc Vénus ne tourne pas autour du Soleil; ici c'étoit la mineure du Syllogiſme qui n'étoit pas juſte; Vénus avoit des phaſes très viſibles; mais les Aſtronomes n'avoient point de Téleſcopes.

Si, du monde réel dont il a été queſtion juſqu'ici, nous paſſons à l'univers idéal, nous retrouverons encore les mêmes manieres d'appliquer notre principe, avec quelques modifications rélatives à la nature des objets. Tous les beaux arts, toutes les fictions poëtiques, tous les romans ingénieux doivent, pour plaire, être appuïés ſur la vraiſemblance; c'eſt ce qui conſtitue leur vérité, & cette vérité eſt uniquement fondée ſur le principe de la raiſon ſufiſante. Si quelquefois le merveilleux intercepte la vraiſemblance abſolue, c'eſt toujours un défaut qui ne ſauroit plaire par lui-même, mais qui devient une beauté lorsqu'on l'emploie pour amener des ſituations intéreſſantes, qui n'auroient point eû de raiſon ſufiſante ſans cette fiction. Ainſi les Divinités, les Génies, les Enchantemens ne ſont tolérables qu'autant qu'ils donnent une vraiſemblance hypothétique à des événemens qu'on veut lier à un tout, dans lequel ils ne ſeroient pas entrés naturellement; préciſément comme l'on feint que les Héros parlent en vers, ou même en chantant, pour introduire plus de beauté dans les Drames, & dans ces ſpectacles dont la muſique fait le principal agrément. A ces conditions une abſurdité peut très bien en faire paſſer cent autres, qui ceſſent d'être abſurdes dès quelles ont leur raiſon ſufiſante dans la premiere. Tout ce qu'on a droit d'exiger dans les compoſitions de ce genre, c'eſt qu'en obſervant ſcrupuleuſement notre principe, on n'aille pas choquer le principe plus inviolable encore de la contradiction. Que l'épée de Roland ſoit d'une trempe à ne jamais trouver de réſiſtence, à la bonne heure, je l'accorderai volontiers, ſi cette ſup-

poſi

Digitized by Google

position prépare des événemens qui plaisent. Que l'armure d'Hector soit impénétrable, je le veux bien encore à la même condition; mais si Mandricard couvert des Armes d'Hector, attaque le Chevalier qui porte Durindade, le cas devient insoluble. Il implique qu'une épée à quoi rien ne résiste rencontre une résistance invincible; il n'implique pas moins, qu'une armure impénétrable soit entamée. L'Arioste se tire d'affaire en habile homme: Durindade est suspendue à un arbre, & les deux champions se battent à coups de poing.

La vérité est un fait; la vraisemblance est un jugement; dans le monde réel nous reconnoissons mille vérités dont nous ignorons la raison sufisante. Les effets de la poudre à canon, de l'électricité, de la matiere magnétique, la multiplication des polypes, sont comme tant d'autres merveilles de la nature, des faits incompréhensibles; mais ils n'en sont pas moins vrais, quoiqu'on n'en conçoive pas distinctement le *sufisant pourquoi*. Dans le monde idéal, au contraire, tout ce qui n'a pas une raison sufisante clairement indiquée est faux; parce que la vérité dans ce monde-là n'est que la vraisemblance, et que tout ce dont on ne sauroit appercevoir la raison, fût-il même vrai, manque de vraisemblance. L'application négative de notre principe a donc toujours lieu sans restriction dans l'univers idéal; on a toujours droit de dire: „s'il n'y a point de raison appercevable d'un événement, cet événement ne sauroit exister." Le Poëte, le Romancier, l'Artiste, partent tous, dans le plan de leur ouvrage, d'un effet auquel ils veulent donner l'existence; le principe de la raison sufisante leur indique successivement les effets intermédiaires qui doivent précéder, pour produire ce dernier. Cette espece d'analyse les fait remonter jusqu'à un premier état, qu'on suppose donné, & où par conséquent il n'est plus question de raison sufisante. De là ils procédent à la composition actuelle en redescendant, par une espece de synthese, des causes aux effets, en sorte que chaque état intermédiaire ait la raison sufisante dans celui qui l'a précédé, & qu'il contienne en même tems celle de l'état suivant; d'où il arrive qu'enfin, comme on l'a observé depuis long-

Digitized by Google

tems, ce qui étoit le premier dans l'intention, ſe trouve être le dernier dans l'exécution.

Nous pouvons ranger parmi les événemens de l'univers idéal, les probabilités des futurs contingens, où le beſoin d'une raiſon ſufiſante fait l'unique fondement du calcul. C'eſt ici que la différence eſſentielle qu'il y a entre notre principe & celui de la contradiction, peut être rendue ſenſible, & miſe à la portée de tout le monde. Jettez au haſard tous les caractéres d'imprimerie qui doivent entrer dans la compoſition de l'Eneïde entiere, il eſt évident que ces lettres peuvent vous donner exactement l'Eneïde. Non ſeulement il n'implique point contradiction que la choſe arrive, mais il eſt manifeſtement impoſſible qu'elle ne puiſſe pas arriver. Cependant tout ce qui eſt poſſible n'eſt pas probable, & dès qu'il y a une multitude d'événemens tous également poſſibles, qui s'excluent mutuellement, nous n'avons pas d'autres moiens de juger lequel aura probablement lieu, que celui qu'indique le principe de la raiſon ſufiſante. Il faut calculer les raiſons des poſſibilités. L'événement qui donnera l'Eneïde n'a qu'une ſeule raiſon pour ſon exiſtence, l'événement contraire en admet un nombre prodigieux. Donc il y a une raiſon ſufiſante de s'attendre à ce dernier événement, préférablement à l'autre. Mais je reſerve les diſcuſſions particulieres ſur la matiere des probabilités pour un Mémoire ſéparé. Ce que j'ai dit juſqu'ici peut ſuffire pour montrer les divers départemens des deux premiers principes de la Métaphyſique. Tandis que le Principe de la contradiction nous découvre ce qui eſt néceſſairement vrai, & ce qui eſt abſolument impoſſible; le Principe de la raiſon ſufiſante nous indique la vérité des faits actuels, la probabilité des poſſibles, & la certitude morale & phyſique des événemens contingens.

SUI-

Digitized by Google

SUITE
DE LA PSYCHOCRATIE,
OU
DE L'EMPIRE ET DU GOUVERNEMENT DE L'AME SUR LA MULTITUDE DES ETRES, SIMPLES COMME ELLE, MAIS D'UNE NATURE INFÉRIEURE À LA SIENNE, DONT LE CORPS EST COMPOSÉ.

QUATRIEME HYPOTHESE
SUR L'UNION DU CORPS ET DE L'AME *).

PAR M. DE PRÉMONTVAL.**)

Il s'agit préſentement, Meſſieurs, de répondre aux Objections qu'on peut former contre mon Hypotheſe, & de mettre dans ſon jour ſes véritables avantages. Pour le faire à moins de frais j'ai pris le parti de réunir deux objets ſi différens. Je me propoſe de répondre aux Objections, ſinon de maniere à les tourner toutes également à l'avantage de mon Hypotheſe; de maniere au moins à joindre à la ſolution de chaque difficulté la vue nette de quelque avantage bien réel, qu'on ne ſauroit me conteſter ſur le point même qu'elle attaque. Malgré cette oeconomie la choſe demande plus de détails que je n'ai cru, & je ſuis bien honteux de vous dire que je ne finirai point encore aujourd'hui. A la bonne heure, ſi mon ſujet me fournit de quoi payer votre complaiſance.

La premiere Objection, & celle ſur laquelle je ſouhaite qu'on inſiſte le plus, (ce ſerait bonne marque, Meſſieurs;) c'eſt que mon

*) Voy. Tom. XX. p. 374. & ſuiv.

**) Lû le 29 Septembre 1763.

Digitized by Google

Hypotheſe n'eſt point nouvelle. C'eſt le premier compliment que l'on m'ait fait, avant même que de l'avoir compriſe. Qu'à cela ne tienne, ſi ceux qui ſoutiendront qu'elle n'eſt point nouvelle, en reconnoiſſent la vérité, & ſe félicitent d'avoir toujours conçu la choſe en gros de cette façon-là, comme on me l'a dit. Je ne les en démentirai point, quand même je ſaurais le contraire. Mais, ſi l'on prétendoit que mon Hypotheſe eſt déjà connue, & qu'elle a été propoſée publiquement, je demanderois pourquoi donc on a continué de dire qu'il n'y avoit que trois Hypotheſes poſſibles, juſqu'à ce que je me ſuis aviſé d'en articuler une quatrieme. Je prierois enſuite d'obſerver, qu'il ne ſuffit pas de faire voir qu'un tel a penſé ceci, & un tel cela, comme moi. C'eſt l'Enſemble & l'Uſage qu'il faut me montrer en termes clairs dans quelque Auteur connu. L'habile homme qui s'attire depuis quelque tems l'attention de l'Europe par ſa découverte d'une Horloge pour les longitudes, n'a rien trouvé de nouveau, s'il ne s'agit que de lui montrer dans les Boutiques des Horlogers, des Leviers, des Roues & des Pignons avec des Fuſées & des Tambours; car probablement il y a de tout cela dans ſa Machine. Enfin, entre celles même de mes Opinions que d'autres ont ſoutenues avant moi, combien n'y a-t-il pas de points de vue avantageux que je ſuis en droit de m'approprier? La démonſtration de la *Simplicité de l'Etre;* le Principe des *différences individuelles;* la maniere de rendre ſenſible *la variété & la diverſité dans l'Etre ſimple;* la conciliation *de la diviſibilité du Corps à l'infini, avec ſa réductibilité à des Elémens ſimples & indiviſibles;* &c. Voilà de grandes Vérités, dont le fond m'eſt commun avec beaucoup de Philoſophes: mais qu'on me faſſe voir, ou que ces Philoſophes ont déjà démontré ces Vérités de la même maniere que moi; ou que je ne les ai pas démontrées plus qu'eux. Je les ai démontrées, & miſes dans un jour digne de toute l'attention de ceux qui ont à coeur la perfection de nos connoiſſances. On l'y donnera, cette attention entiere; le tôt ou le tard m'importe peu.

A l'égard des Leibnitiens qui ont ſi poſitivement décidé qu'il n'y a que trois Hypotheſes poſſibles, je ne m'attens pas qu'ils ſe dédiſent.

Digitized by Google

ſent. Quel parti prendront-ils donc? Mon Hypotheſe ſuppoſe une action réciproque très réelle de l'Ame ſur le Corps & du Corps ſur l'Ame: elle ſuppoſe une action très ſouvent indépendante de l'action de Dieu, & plus ſouvent encore contraire aux vues, de même qu'aux ſaintes loix de ſa ſageſſe. On ne peut rien de plus oppoſé que cette doctrine à l'Hypotheſe Leibnitienne, auſſi bien qu'à la Cartéſienne. Donc, concluront-ils, ce n'eſt que l'Hypotheſe Péripatéticienne, *l'influence phyſique*, expliquée différemment . . . Oh très différemment, Meſſieurs; ſi différemment que ce n'eſt abſolument plus la même choſe, à moins qu'on ne s'obſtine à confondre les idées de *réel* & de *phyſique*. L'Action de Dieu, par exemple, de l'aveu des Leibnitiens, eſt très réelle, & n'eſt point phyſique. Eh bien! j'en dis autant, non ſeulement de l'action de l'Ame ſur le corps, mais de celle même du corps ſur l'Ame. Or les Péripatéticiens ont entendu une action phyſique, & l'ont nommée phyſique ſelon ce qu'ils entendoient. Moi, je ne la nomme point phyſique, & de plus je démontre qu'elle ne peut l'être. Il eſt donc auſſi déraiſonnable de confondre mon Hypotheſe avec la Péripatéticienne, qu'il le ſeroit de confondre l'Hypotheſe Leibnitienne avec la Cartéſienne, ſur l'unique prétexte que, dans l'une & dans l'autre, l'action réciproque du Corps & de l'Ame n'eſt qu'apparente. Je dis *ſur cet unique prétexte*. Car je vais prouver, par de bonnes & ſolides raiſons, que ces deux Hypotheſes, la Leibnitienne & la Cartéſienne, bien analiſées & bien compriſes, ne ſont au pied de la lettre que la même choſe. En un mot, il eſt clair qu'il n'y a dans le fond que deux Hypotheſes poſſibles; l'Hypotheſe de l'*Action réelle*, & l'Hypotheſe de l'*Action apparente*. Je ſoutiens, que ma maniere d'expliquer l'Action réelle eſt incomparablement plus éloignée de celle dont les Péripatéticiens l'ont entendue, que la maniere dont les Leibnitiens expliquent l'Action apparente ne l'eſt de celle dont les Cartéſiens l'entendent. C'eſt ce que j'ai eu l'honneur de vous annoncer dès le commencement, Meſſieurs; que ma *Pſychocratie* étoit plus eſſentiellement & plus avantageuſement différente de l'*Influence phyſique*, que l'*Harmonie préétablie* ne l'eſt des *Cauſes occaſionnelles*. Prouver cela,

ſera,

Digitized by Google

ſera, ſi je ne me trompe, répondre, & répondre avec avantage, à l'Objection: ce ſera notre tâche pour aujourd'hui.

Que le Syſteme de l'*Harmonie préétablie* puiſſe être confondu ſans beaucoup de peine avec celui des *Cauſes occaſionelles* ou de l'*Aſſiſtance divine*, Leibnitz lui-même en eſt garant, lorsqu'il nous apprend, dans ſa *Réplique aux Réflexions de M. Bayle*, que de *très habiles gens* s'y méprenoient, & *ne diſtinguoient point* les deux Syſtémes, *dont*, ajoute-t-il, *je ſuis bien aiſe; mais je ne le ſuis pas moins, lorsque je vois qu'on examine mon Hypotheſe comme ils font* *). Le fait eſt donc, que de très habiles gens, de l'aveu de M. de Leibnitz, prenoient & entendoient les deux Hypotheſes dans le même ſens: mais eſt-il bien ſûr qu'il y eût mépriſe de leur part, ou manque d'examen? Pour moi, plus j'y penſe depuis 25 ans, & moins je me le perſuade. On ne m'accuſe cependant pas d'avoir mal expliqué les deux Hypotheſes dans l'expoſition que j'en ai faite, & il ſeroit bien étrange que je ne les compriſſe pas depuis tant de tems que je les peſe & que je les balance dans mon eſprit. J'étois dans ma jeuneſſe grand partiſan de la premiere, qui m'avoit été enſeignée par mes Maîtres de Philoſophie; & ce qui eſt très ſingulier, je ne l'ai quittée que ſur la conviction de ſa parfaite identité avec la ſeconde, qui, tout en raviſſant mon admiration, m'a toujours paru inſoutenable au dernier point.

Une profonde analyſe de l'une & de l'autre a produit ſur moi cet effet. Mais comment parviendrai-je, Meſſieurs, à vous rendre la choſe ſenſible, ſans vous jetter dans des longueurs accablantes? Faites-moi la grace de me ſuivre, ... Suppoſons que nous ayons ici devant nous Malebranche & Leibnitz, en perſonne. Je prens Malebranche plûtot que Deſcartes, parceque c'eſt lui qui a perfectionné le Syſtéme des *Cauſes occaſionnelles*, ſi même il n'en eſt l'Auteur **). Je ne prens point de même *Wolff* à la place de *Leibnitz*: premierement cela eſt inutile; & puis, ce n'eſt que ſur ce chêne prodigieux que je

*) *Recueil de diverſes Pieces*, &c. T. 2. p. 447. *item*, p. 146.

**) *Ibid.* p. 379.

Digitized by Google

je fixe mes regards avec complaiſance, non ſur le lierre qui s'y attache. A l'aſpect de deux hommes ſi célebres je laiſſe d'abord un libre cours aux marques de l'eſtime & de l'admiration qui leur ſont dues. Admiration plus vive envers Leibnitz, que je regarde comme fort ſupérieur par le génie. Eſtime mêlée d'un ſentiment plus tendre envers ce bon Pere Malebranche, d'un caractére ſi aimable, d'ailleurs mon Compatriote, & en quelque ſorte mon premier Maître de Philoſophie. Ce n'eſt pas que je l'aye connu; je ſuis né depuis ſa mort: mais je me ſuis nourri dès l'âge de 17 ans de ſes divins ouvrages ſous pluſieurs de ſes Diſciples, & j'ai vécu avec quelques-uns de ſes intimes Amis, entr'autres M. Pigeon, mon Beaupere, qui paroitra bientôt avec honneur dans cette controverſe. Je dois à ce dernier une partie des points de vue que je vous préſente. Vous pouvez conſulter l'Hiſtoire de ſa Vie, compoſé par ſa Fille ſous mes yeux, il y a environ 22 ans.

Pour revenir donc à mon deſſein; je prens, avec tout le reſpect dû à de ſi grands hommes, la liberté de les interroger ici en votre préſence. Vons entendrez leurs réponſes: ou, ce qui emporte encore mieux l'effet de votre conviction, (comme il eſt pourtant vrai, Meſſieurs, qu'ils ne ſont point ici,) ce ſera vous, vous-mêmes qui répondrez pour eux au fond de votre ame.

Je leur fais obſerver d'abord, qu'ils ont l'un & l'autre préciſement la même idée du grand Etre dont ils ſe ſont occupés toute leur vie. L'un & l'autre, leur dis-je, vous regardez Dieu comme Créateur & comme Conſervateur. Tous deux vous niez qu'il y ait en Dieu la moindre ſucceſſion, ſoit d'exiſtence, ſoit d'acte, ſoit de penſée. Ce que Dieu a fait, il le fait; & ce qui Dieu fait, il l'a toujours fait, *non par une ſuite d'Actes ſemblables, mais par un ſeul Acte, un ſeul & même Acte individuel.* Incomprehenſibilités, par parentheſe; reſte, permettez-moi de vous le dire, des préjugés de l'Ecole! En conſéquence, tous deux vous avez articulé une infinité de fois dans vos ouvrages, que la conſervation eſt une création continuée, pour parler le langage ordinaire; mais que, pour parler plus juſte, *c'eſt l'Acte même, l'Acte*

Digitized by Google

l'Acte individuel de la création. Dieu n'a pas créé le Monde, mais il le crée; Dieu n'a pas disposé, mais il dispose. Vous avez pareillement tous deux la même idée de l'Intelligence divine. Selon vous, & en ce point je suis votre humble disciple à tous les deux; selon vous, l'infinie sagesse embrasse d'un seul coup d'oeil, sans contention & sans effort, tous les possibles, & toutes les combinaisons possibles des possibles à l'infini. Nulle abstraction en Dieu: il ne pense point à une chose, ou à une modification ou combinaison de chose, sans penser à une autre, ou plûtot sans penser à toutes les autres, à toutes les choses, à toutes les modifications, à toutes les combinaisons, en un mot à tous les rapports, qu'il saisit à la fois avec plus de facilité que nous ne saisissons le nombre *un*. Enfin, vous vous accordez encore l'un & l'autre à dire que Dieu agit toujours en vûe *du plus grand & du meilleur*, par les voyes les moins dispendieuses, les plus simples & les plus parfaites qu'il soit possible. Voilà pour ce qui regarde l'action de Dieu en général. Ensuite, pour l'appliquer en particulier à l'union du Corps & de l'Ame, vous convenez l'un & l'autre, que l'Ame est un Etre simple qui n'agit point sur le Corps, & que le Corps est un Etre composé qui n'agit point sur l'Ame. Vous allez plus loin. Aucun Etre créé, simple ou composé, selon vous, n'agit réellement sur un autre Etre créé, simple ou composé. Et pour nous restraindre au Corps & à l'Ame; selon vous, le Corps & l'Ame sont à l'égard l'un de l'autre réellement comme s'ils n'existoient point; comme s'ils étoient seulement possibles. La seule possibilité de l'un des deux est nécessaire à l'autre, au moins comme *Occasion idéale*, ou comme Archétype de *Représentation;* mais l'Existence ne l'est point du tout.

Or, ici, vous semblez vous diviser un peu. Vous, révérend pere Malebranche, vous dites que Dieu *fait tout* dans l'Ame *à l'occasion* du Corps, & qu'il *fait tout* dans le Corps *à l'occasion* de l'Ame. Et vous, Monsieur de Leibnitz, vous dites que Dieu *a tout fait* dans l'Ame *pour représenter* le Corps, & qu'il *a tout fait* dans le Corps *pour représenter* l'Ame. Y a-t-il donc en cela d'autre différence, en vérité,

Digitized by Google

vérité, qu'une legere différence d'expreſſion, laquelle même examinée de près ſe réduit à rien? *Dieu fait*, ou *Dieu a fait*, pour vous autres qui ne reconnoiſſez point de ſucceſſion en Dieu, cela ne revient-il pas abſolument au même? Lorsque M. de Leibnitz dit que Dieu *a fait dès le commencement*, c'eſt une façon de parler, n'eſt il pas vrai? Il ne veut pas dire, Dieu ne fait pas actuellement & dans cet inſtant: il entend que Dieu fait, qu'il a fait & qu'il fera, *par un ſeul Acte individuel.* De même lorsque le P. Malebranche dit *) que Dieu *fait à chaque inſtant*, n'eſt-il pas vrai que c'eſt encore une façon de parler, & que cela ſignifie que Dieu a toujours fait, qu'il a fait dès le commencement, qu'il fait actuellement, & qu'il fera toujours, *par un ſeul Acte individuel.* Cet Acte *unique & individuel*, vous eſt donc commun de part & d'autre; & il n'y a rien, il n'y a quoi que ce ſoit qui le contrediſe dans la façon de penſer de chacun de vous: mais dans la façon de s'exprimer, l'un prend la choſe *à priori*, & l'autre *à poſteriori*, par une abſtraction, dites-vous, presque indiſpenſable dans le langage humain; abſtraction, que celui qui la fait ſait bien n'être point en Dieu. Pourquoi donc affecter de la prendre au pied de la lettre? Sur quel fondement M. de Leibnitz compare-t-il l'ouvrage de Dieu, dans ſon Syſteme, à une excellente Horlage qui n'auroit pas beſoin que l'ouvrier y retouchât jamais, &, dans le ſyſteme du P. Malebranche **), à une méchante patraque qui va au doigt & à l'oeuil ſous la main qui la gouverne? Une pareille comparaiſon ne peut être applicable dans la façon de penſer qui vous eſt commune à tous deux. J'oſe dire qu'elle ſeroit encore injuſte entre deux Philoſophes, qui, ayant d'ailleurs l'idée que vous avez de l'intelligence divine en qui il n'y a point d'abſtraction, & admettant comme vrai une ſucceſſion éternelle en Dieu, ſe partageroient enſuite. L'un croiroit que Dieu réitere à chaque inſtant l'Acte de la Création, & l'autre croiroit que Dieu ne le réitere point. M. de Leibnitz diſconviendra-t-il que ce dernier auroit grand tort de reprocher à l'autre un Dieu, dont la mal-adreſſe n'auroit fait qu'un Mon-

*) *Recueil de Pieces*, Tom. II. p. 537.

**) Voy. *Entretiens ſur la Met.* p. 413. & 414.

Digitized by Google

Monde à qui il ſeroit obligé de retoucher à chaque inſtant? C'eſt comme ſi l'on vous reprochoit, à vous, un Dieu, dont la mal-adreſſe a fait un Monde qu'il a été obligé de créer. Quelle abſurdité, diriez-vous! Si le Monde n'exiſte pas de lui-même, ce n'eſt pas mal-adreſſe en Dieu; telle eſt la nature de la choſe. Telle eſt auſſi la nature de la choſe, & nullement mal-adreſſe, ſi Dieu ayant créé le Monde dans un inſtant quelconque par un acte de Volonté, eſt obligé de réitérer l'acte s'il veut qu'il exiſte dans l'inſtant ſuivant. Car, quoique nous ſuppoſions ici ſucceſſion réelle en Dieu, nous n'y ſuppoſons point d'abſtraction. Dans le ſecond inſtant, & à chaque inſtant ſuivant, pris à la rigueur, en Dieu, comme dans le Monde, Dieu ne laiſſe pas là ſon Monde de côté pour n'y plus penſer. S'il y penſe, ou il veut, ou il ne veut pas que le Monde exiſte: s'il ne le veut pas, le Monde exiſtera-t-il? Et s'il le veut, ne voilà-t-il pas l'acte réitéré? Il ſuffiroit-donc, dans le cas même d'une ſucceſſion commune à Dieu & au Monde, que Dieu conſervât ſans ceſſe le Monde ſelon un même plan parfait, pour qu'il n'y eût point à imputer à mal-adreſſe la réiteration continuelle de l'acte. A plus forte raiſon dans le cas où vous êtes avec le P. Malebranche, qui admettant le même plan de ſageſſe que vous, n'admet non plus que vous aucune ſucceſſion dans Dieu! *)

Que le grand Leibnitz n'eſt-il ici, Meſſieurs, autrement qu'en fiction, ou dans le Tableau muet qui le repréſente. Je ſerois bien curieux d'entendre ſa réponſe. C'eſt de ceux d'entre vous qui ſe piquent d'en être les vivans portraits, c'eſt de la multitude de ſes zélés diſciples, que je l'attens. Ne vous flattez pas, me diront-ils; vous n'avez encore rien fait . . . Quoi rien? Cela eſt étrange. Je me figurois que le plus fort étoit emporté, & qu'on me demanderoit grace du reſte. Allons: je vois que le brillant morceau de l'Hypotheſe Leibnitienne, les *Miroirs rayonnans*, les *Mondes concentrés*, la *Force repréſentative univerſelle*, tout cela tient au coeur. Le bon pere Malebranche a-t-il rien dit de pareil? Non: mais le malheur pour lui eſt

*) Voy. *Theod.* §. 209.

Digitized by Google

eſt qu'il a penſé préciſément les mêmes choſes. Les mêmes ſublimes erreurs que Leibnitz a exprimées par les termes les plus pompeux, le pere Malebranche les avoit exprimées bonnement par les plus ſimples. Et moi, je vous avouerai que j'ai été un tems la dupe des termes ſimples, & que bien loin de l'être des termes pompeux, c'eſt, en pénétrant le vuide de ceux-ci, que mes yeux ſe ſont ouverts ſur le faux des autres. M. Pigeon, grand Admirateur de Leibnitz, mais ancien ami & diſciple de Malebranche, m'ayant fait voir, en 1738, l'année avant ſa mort, la parité des deux Hypotheſes, produiſit un effet ſur moi auquel il ne s'attendoit guere. Ce fut de m'éloigner preſque entierement de la doctrine du P. Malebranche en ce qui regarde l'Action de Dieu. Il eſt vrai que les violentes ſecouſſes, & les révolutions arrivées dans mon ame, depuis trois au quatre ans, en matiere de Religion & de Philoſophie, avoient bien avancé la choſe. Je puis dire en paſſant que cette derniere révolution fut à-peu-prés l'Epoque de mon Hypotheſe: mais il ne s'agit point de cela; ſuivons notre pointe. Examinons cette fameuſe *Force repréſentative*, dont l'Ecole Leibnitienne fait tant de bruit. Seulement, ſongez, je vous prie, Meſſieurs, que ce n'eſt plus qu'à vous que je m'adreſſe. Je ceſſe une fiction, qui d'abord a pû réveiller vos eſprits, animer les miens. Il ſembleroit, ſi je la continuois, que je n'aurois évoqué deux grandes Ombres, que pour leur faire jouer en votre préſence un Perſonnage fort humiliant.

Hé bien! Il y a donc une prodigieuſe différence *entre faire tout dans une choſe à l'occaſion d'une autre*, ou *faire tout dans une choſe pour en repréſenter une autre?* Nous n'en ſaurions douter. L'Ecole Leibnitienne auroit elle enfanté des Volumes énormes, fondé une Secte à part, bâti une troiſieme Hypotheſe ſur l'union du Corps & de l'Ame, traité celle du P. Malebranche du haut en bas, à propos de rien? Y a-t-il de l'apparence? C'eſt pourtant la vérité pure. Des Philoſophes pleins de ſagacité n'ont pas daigné comprendre que qui dit choſe faite *pour en repréſenter une autre*, dit choſe faite *à l'occaſion d'une autre.* Voyez ce Portrait du ſecond Leibnitz placé ſous vos yeux.

Digitized by Google

yeux. Pourquoi cette main qui comprime un Globe? Pourquoi cet habillement de Lappon? Ce regard vif, ſpirituel, & où la ſatisfaction eſt peinte? Il n'y a pas un trait qui ne ſoit *à l'occaſion de* M. de Maupertuis, c'eſt-à-dire *pour repréſenter* M. de Maupertuis. Toute choſe repréſentante eſt faite en général à l'occaſion de la repréſentée: plus elle eſt repréſentante, & plus il y a en elle de détails faits à l'occaſion de la repréſentée. Eſt-elle parfaitement repréſentante? Il n'y a rien en elle que ne ſoit ordonné, reglé, fixé à l'occaſion de la repréſentée. On voit des Livres, comme les Métamorphoſes d'Ovide, où une ſuite d'Eſtampes eſt faite pour repréſenter une ſuite d'Evénemens. On en voit d'autres où une ſuite d'Evénemens eſt faite pour repréſenter une ſuite d'Eſtampes préexiſtantes, comme l'Acajou de M. Duclos. Dans le premier cas, les Eſtampes qui repréſentent les Evénemens ſont imaginées à l'occaſion des Evénemens; & dans le ſecond, les Evénemens qui repréſentent les Eſtampes, ſont imaginés à l'occaſion des Eſtampes. S'il étoit poſſible qu'un Auteur pût imaginer à la fois une ſuite d'Evénemens & une ſuite d'Eſtampes qui ſe répondiſſent, c'eſt-à-dire qui ſe repréſentaſſent l'une l'autre, ſans aucune priorité d'exiſtence d'une ſuite ſur l'autre ſuite; (ſuppoſition que nous examinerons après;) ce ſeroit le véritable Syſteme des *Cauſes occaſionelles*, ou de l'*Harmonie préétablie.* Le Pere Malebranche diroit: l'Auteur a imaginé les Eſtampes *à l'occaſion* des Evénemens du livre, & il a imaginé les Evénemens du livre *à l'occaſion* des Eſtampes. M. de Leibnitz diroit: l'Auteur a imaginé les Eſtampes *pour repréſenter* les Evénemens du livre, & il a imaginé les Evénemens du livre *pour repréſenter* les Eſtampes. Croiriez-vous qu'il y auroit là dedans la moindre différence? Si préſentement M. de Leibnitz attachoit à ce mot de *repréſenter* une efficace merveilleuſe: ſi, ſous prétexte que l'Auteur qui a imaginé le livre, ou quelqu'un qui le ſauroit par coeur, ne pourroit voir un Evénement ou une Eſtampe, ou même un petit trait de chaque Evénenement ou de chaque Eſtampe, ſans ſe rappeller tous les Evénemens, toutes les Eſtampes, & le Livre entier; ſi, dis-je, M. de Leibnitz ſous ce prétexte s'aviſoit d'enfler ſon ſtyle; s'il diſoit „que l'Auteur a fait ce

„livre

Digitized by Google

„livre avec un artifice ſans exemple, & que perſonne que lui, Leib-„nitz, n'a bien connu . . . L'Auteur a mis dans chaque petit Trait „du Texte ou des Gravures *une Force repréſentative* du livre entier; „chacun de ces petits Traits eſt une *Concentration* du livre; c'eſt un „*Miroir* ſur qui le livre entier rayonne, & qui rayonne ſur tout le li-„vre. Quel eſt le Cartéſien, quel eſt le Malebranchiſte, ajouteroit-„il, qui ait eu l'eſprit de pénétrer ce Myſtere, & de l'exprimer en ſi „beau ſtyle? Ils n'ont pas même l'eſprit de le comprendre, quand je „l'explique.“ De bonne foi, M. de Leibnitz ne voit-il pas que ceux qui ne l'ont point compris lui ont fait beaucoup d'honneur? On n'a pû ſe perſuader qu'un ſi grand homme dit avec tant d'emphaſe une choſe ſi ſimple.

Nous ne ſommes pas au bout, Meſſieurs. Si c'étoit à Leibnitz-même que j'euſſe à faire, je me flatte que je n'en ſerois pas loin: mais, ſes diſciples . . . Que ſais-je? Ils me diront ſans doute que je n'attache pas la même idée qu'eux au mot de *Repréſentation*. En effet il ne tient pas à eux, qu'on ne l'entende point. Ou bien, ils remarqueront, pour incidenter, que, s'il eſt vrai que toute choſe repréſentante ſoit faite à l'occaſion de la repréſentée, il n'eſt pas vrai réciproquement que toute choſe faite à l'occaſion d'une autre ſoit repréſentative de celle-ci. Donnez-vous mille peines à l'occaſion d'une perſonne à qui vous voulez rendre ſervice; cela ne commence pas la premiere ébauche de ſon Portrait. Les Leibnitiens auroient-ils bien le courage de me faire cette objection? Car c'eſt moi qui me la fais à moi-même. Je n'ai garde abſolument de la leur attribuer; mais il faut la prévenir. De leur part elle perd tout le mérite de la juſteſſe. Elle ſuppoſe que l'expreſſion *faire pour repréſenter* ſe prend au propre dans leur langage, auquel cas j'aurois tort de dire que *faire à l'occaſion* fût la même choſe. Mais bien loin que la premiere de ces expreſſions ſoit priſe au propre chez eux, elle eſt priſe ſans ceſſe au figuré, & dans un ſens auſſi vague que la ſeconde. *Repréſenter*, dans le langage Leibnitien, ſignifie *répondre*, *ſe rapporter*, *avoir un rapport quelconque*, (prochain ou éloigné, ſimple ou baroque,) &, à plus forte rai-

Digitized by Google

raiſon, *être fait à l'occaſion d'une choſe.* Me le nie-t-on? Soutient-on encore que je ne l'entens point? Je demande d'abord; à qui la faute? Il n'y a pas un mot dans nos Langues, dont les Leibnitiens faſſent un plus grand & plus fréquent uſage, un étalage plus impoſant, que de celui de *repréſenter*, & de ſes dérivés *repréſentation*, *repréſentant*, *repréſentatif*, & de ſes ſynonymes, &c. Cependant, comme ſi le Secret de la Secte, interdit aux Profanes, ſe trouvoit caché dans ce mot myſtérieux, ils ſemblent s'être tous entendus à ne le définir nulle part. Des gens qui définiſſent juſqu'aux termes indéfiniſſables, *être*, *choſe* &c. ne pas définir le mot de *repréſenter!* Je vous en ai fait la remarque autrefois au ſujet de l'*Aliquid* de Wolff. Ne le pas définir, & s'en ſervir juſques dans la définition de *quelque choſe!* Comme ſi *repréſenter*, qui ne ſignifie que *repréſenter quelque choſe*, étoit plus clair que *quelque choſe* même! Mais il y a bien pis: il ſe trouve juſqu'à deux fois dans la définition de *quelque choſe*, une fois en perſonne, ſi je puis parler ainſi, & une fois par ſon équivalent. Avec un peu d'analyſe, & en ſubſtituant les définitions aux définis, nous avons vu, avec étonnement, que *quelque choſe eſt quelque choſe à quoi répond quelque choſe qui repréſente quelque choſe qui eſt quelque choſe.* Maintenant, au lieu de *à quoi répond quelque choſe*, mettons *qui eſt repréſenté par quelque choſe:* nous aurons, *quelque choſe eſt quelque choſe qui eſt repréſenté par quelque choſe qui repréſente quelque choſe qui eſt quelque choſe.* Or, que *répondre* ſoit équivalent à *repréſenter* dans le langage Leibnitien, ſi on me le conteſtoit, je le prouverois par cent & cent exemples de Leibnitz même, de Bulfinger, de Wolff, de Baumgarten, de Plouquet, de Boerner &c. les Chefs de la Secte, que j'ai lûs, médités, commentés, je ne ſais combien de fois, particulierement ſur cet article. Tous vous diſent indifféremment, que telle modification de l'Ame *eſt repréſentée par quelque choſe dans le Corps*, ou bien *qu'il y a quelque choſe dans le Corps qui y répond;* & de même, que telle modification du Corps *eſt repréſentée par quelque choſe dans l'Ame*, ou bien *qu'il y a quelque choſe dans l'Ame qui y répond.*

Digitized by Google

Si donc la Secte Leibnitienne va ſans ceſſe ſe plaignant, qu'on ne l'entend point, qu'on n'a pas bien pris ſa penſée; ſi même elle vous articule obligeamment, que vous n'êtes pas partie capable de l'entendre; à qui la faute encore un coup? Pourquoi s'opiniâtrer à ne point définir ce terme eſſentiel ſurquoi tout roule, tandis qu'on nous rompt la tête de cent définitions, auſſi importantes & auſſi heureuſes que celle que vous venez de voir, accompagnées de ſcholies qui ne finiſſent point? Il faut qu'elle ait ſes raiſons d'en agir de la ſorte. *Noluit intelligi, nec ego intelligere*, pourrais-je lui dire. Mais non, Meſſieurs; j'ai voulu l'entendre, & je l'ai entendue; & je vais lui prouver que je l'entens, & mieux qu'elle ne s'entend elle-même.

Qu'eſt-ce que la *Force repréſentative univerſelle?* Une idée qui doit paroître d'abord fort abſtruſe; éblouiſſante enſuite, quand on commence à la ſaiſir; moins que rien quand on l'a conçue. Il n'y a dans ce Monde, dit Leibnitz, aucun Etre ſimple qui ne ſoit *repréſentatif* de tout autre Etre ſimple, & de tout autre Etre compoſé quelconque, & du Monde entier: c'eſt-à-dire, qu'il n'y a aucun Etre ſimple, ſelon lui, que Dieu n'ait conſtitué de façon en le créant, que qui connoitroit diſtinctement tout ce qui lui appartient, connoitroit diſtinctement le Monde dans ſa totalité & dans ſes détails. Ainſi, par exemple, prenons une Monade des plus ſubalternes, non de la taſſe de Caffé de M. de Leibnitz, mais de la patte d'un inſecte, dans une Planete quelconque d'un Tourbillon quelconque des plus éloignés du nôtre: cette Monade & ce Monde ſont conſtruits de telle façon, que qui connoitroit parfaitement la Monade & tous ſes rapports internes & externes, y liroit couramment l'Hiſtoire, paſſée préſente & à venir, tant de notre Globe, que de tous les Globes imaginables, en un mot les Archives de l'Univers. Suis-je expreſſif? Eh bien! que croiez-vous, Meſſieurs, que je penſe de cette *Force repréſentative* inhérente à tous les Etres? Vous vous attendez que je trouve cela fort abſurde. Point du tout. Je ſoûtiens que cela eſt exactement vrai; vrai au pied de la lettre . . . O! bien heureux Adepte de l'*Harmonie préétablie*, doit s'écri-

s'écrier d'une voix toute l'Ecole Leibnitienne! Quoi? Parlez-vous ſérieuſement? Très ſérieuſement; mais modérez ce tranſport; dans un inſtant je n'en ſerai plus digne. Je tiens que cela eſt vrai, non ſeulement dans le Syſteme de Leibnitz & dans celui de Malebranche, que je crois avec votre permiſſion n'être que le même: mais cela eſt encore vrai dans le mien qui eſt ſi différent; & je n'en ſuis pas plus fier, parce que je ſais que cela eſt également vrai dans le Monde d'Epicure, & dans le Cahos, & dans le Cahos des Cahos, c'eſt-à-dire, dans la collection de tous les poſſibles. Cela eſt vrai, vous dis-je; & ce n'eſt pas Dieu qui a mis dans les Etres cette propriété, cette force, comme vous voudrez l'appeller. Il ne l'y a pas plus miſe qu'il n'a fait que deux & deux font quatre; elle eſt de l'eſſence des Etres; qu'il bouleverſe le Monde, elle y ſera encore; elle y ſeroit, quand par impoſſible il voudroit qu'elle n'y fût pas. C'eſt une Vérité mathématique, vous allez me comprendre; il n'y a pas là le plus petit myſtere.

Le merveilleux Mémoire qui j'ai l'honneur de vous lire, Meſſieurs! Chétif Mortel que je ſuis, je l'ai compoſé avec tant d'art qu'il n'y a pas une ſeule lettre de ce griffonnage depuis la premiere juſqu'à la derniere qui ne ſoit diſpoſée de façon, que, qui eût bien connu tous ſes rapports avec les autres lettres, eût pu dire tout ce que j'avois écrit & tout ce que je devois écrire, à meſure que je le compoſois; & même encore, qui ſeroit capable de ſavoir bien exactement tous les rapports d'une ſeule lettre, ſauroit mon Mémoire par coeur. Quelle *Harmonie préétablie?* . . . Hé! ne voit-on pas . . . (du moins je ſuis bien ſûr que Mrs. Euler le voyent, & c'eſt une heureuſe Harmonie que je crois lire dans leurs regards,) ne voit-on pas, que ſuppoſer tous les rapports d'une ſeule lettre avec les autres connus auſſi parfaitement qu'il ſoit poſſible, c'eſt ſuppoſer ce Mémoire connu bien mieux que je ne le connois moi-même? Sans entrer dans tous les détails du nombre des lettres, de leur poſition, de leur arrangement, dont la parfaite connoiſſance emporte la connoiſſance parfaite de ce Mémoire; ne ſuffit-il pas de dire qu'un des rapports de cette lettre avec les autres eſt de ſervir à compoſer ce Mémoire? Pour que ce rapport

Digitized by Google

port ſoit connu auſſi parfaitement qu'il eſt poſſible, il faut que tout ce qui entre dans l'expreſſion du rapport ſoit connu auſſi parfaitement qu'il eſt poſſible. Or l'idée de ce Mémoire eſt un des élémens qui entre dans l'expreſſion du rapport. Il faut donc que cette idée ſoit la plus exacte qu'il eſt poſſible, & celle que Dieu-même en pourroit avoir. Appliquez cela à un Monde réglé par une Providence; appliquez-le à celui qui auroit été rencontré par le hazard; appliquez-le au Chaos: ce ſera toujours la même choſe. Chaque Etre, chaque Atome, une partie quelconque aura toujours avec le Tout, ſuppoſé ſoit en confuſion ſoit en ordre, certains rapports déterminés. Qui connoitroit diſtinctement ces rapports, connoitroit diſtinctement ou le Monde ou le Chaos. Et n'avons-nous pas un exemple de cela bien plus ſurprenant dans les quantités, objet des Mathématiques? Qui connoit, je dis qui connoit bien, l'équation d'une ſeule Courbe, les connoit toutes. Il n'y en a point de ſi biſarres, qui ne ſoyent eſſentiellement *repréſentatives* les unes des autres, & du Cercle même, chacune à ſa maniere. Dans une ſeule Série toutes les Séries exiſtent. Les rapports d'un ſeul nombre embraſſent tous les nombres. Auſſi n'y a-t-il pas une ſeule quantité qui ne puiſſe être rendue égale à une autre quantité quelconque, ou miſe avec elle en tel rapport que l'on voudra, par chacune des ſix opérations de l'Algebre, Addition, Souſtraction, Multiplication, Diviſion, Exaltation & Extraction. Il n'y a pas un nombre qui ne ſoit une certaine Puiſſance & une certaine Racine d'un autre nombre. Il n'y a pas un nombre dont l'expreſſion algébrique n affectée d'un expoſant p, n^p, ne devienne *la Formule repréſentative* de tout autre nombre quelconque, entier, fractionnaire ou mixte, poſitif ou négatif, réel ou imaginaire. Je ne dis pas qu'ayant nommé n un nombre quelconque, 7 par exemple, on peut auſſi nommer n, dans une autre occaſion, un autre nombre comme 9. Ce ne ſeroit là vraiment que le premier pas de l'Algebre, au lieu que ce que je veux dire, (j'en appelle à Mr. le Prof. Euler;) eſt une des conſéquences les plus profondes du calcul des Expoſans. Je dis que n continuant à repréſenter 7 par exemple, n^p devient *la Formule*

mule repréſentative de tout autre nombre quelconque, relativement à 7 pris pour racine. Cela n'eſt-il pas vrai? . . . Voila ſans doute des points de vùe d'une généralité où *la Force repréſentative univerſelle* de Leibnitz ne paroît plus qu'un Elément imperceptible. Quand on penſe au fracas qu'il a fait de ſon Atome, & à trois groſſes Erreurs qu'il y a jointes, 1°. de regarder l'Atome comme le Tout, 2°. de croire la choſe propre à ſon Syſteme, 3°. d'attribuer à la ſageſſe divine ce qu'elle n'a pas plus préétabli, qu'elle n'a préétabli que deux & deux feroient quatre; on ne peut qu'admirer, Meſſieurs, la fortune des Opinions humaines. Les Miroirs, les Concentrations du Monde trouvent leur juſte valeur.

Notre grand Leibnitz, en ſubſtituant ſans néceſſité au terme ſimple de *Cauſes occaſionelles* le terme figuré de *Forces repréſentatives*, s'eſt jetté de gayeté de coeur dans une infinité de travers que n'a point le Malebranchiſme, & a gardé tous ceux du Malebranchiſme. Son imagination vive & forte, plus rayonnante que ſes Miroirs, plus concentrée que ſes Mondes, ne ceſſant de travailler ſur la Métaphore & de pouſſer la Figure à l'excès, s'échauffe & parvient bientot à prendre pour des réalités les idées les plus abſtraites. On ne peut diſconvenir, ſans s'aveugler, que dans l'Hypotheſe de Malebranche tout eſt paſſif ſous la main de Dieu, l'Ame auſſi bien que le Corps. Leibnitz l'a parfaitement compris, & il a cru tout ſauver par la vertu magique du mot *Force*. Dieu a donné une Force à chaque Etre, non pas pour agir ſur un autre Etre, mais pour agir ſur lui-même; comme s'il étoit plus aiſé, Meſſieurs, de concevoir l'Action d'un Etre ſur lui-même, que de concevoir l'Action d'un Etre ſur un autre Etre. L'une & l'autre Action eſt auſſi inconcevable. Si l'on nie l'une, il faut nier l'autre; ſi l'on affirme l'une, il faut affirmer l'autre, mais également ſans rien comprendre. Ce ſont les conſéquences, c'eſt la Moralité de nos Etres qui ſeule doit nous décider dans ces tenebres. Voilà une Bouſſole: elle me tourne & me conduit invariablement vers une Action réelle & réciproque, au moins entre les Etres moraux, & puis par analogie

entre

Digitized by Google

entre tous les Etres. C'eſt l'avantage ineſtimable de mon Hypotheſe, & c'en eſt auſſi l'eſſentiel. Pour les Leibnitiens, ils auront beau dire que chaque ame eſt un Reſſort, un Automate ſpirituel, qui déploye ſur lui-même, & non ſur d'autres, ſelon une certaine loi fixe & déterminée, la Force que Dieu lui a donnée dès le commencement; & que la Liberté, la Moralité ſe retrouve là clair comme le jour. Je n'en croirai rien, & je leur déclarerai net, que ce n'eſt point à des gens convaincus de ſe payer de phraſes & de jargon, qu'il convient de demander qu'on les en croye. Ils n'en croyent pas le bon Pere Malebranche, & ils ont raiſon: je ne les en crois pas non plus. Si le Malebranchiſme détruit la Liberté, comme il n'y a point de doute, le Leibnitianiſme la détruit pour le moins autant. Dans l'un & dans l'autre Syſteme, l'acte individuel de la Création durant toujours, & ne pouvant effectivement que toujours durer, Dieu fait tout; & ſi Dieu fait tout, il fait trop. Inconvénient de toute Hypotheſe, théologique ou philoſophique, qui croit faire merveille en outrant la dépendence où nous devons être de l'Etre ſupreme!

Il y a encore un travers qui eſt ſi préciſément le même dans le Leibnitianiſme & dans le Malebranchiſme, ſoit ſous l'expreſſion ſimple de *Cauſes occaſionelles*, ſoit ſous l'expreſſion figurée de *Forces repréſentatives*, qu'il acheve de démontrer la parité des deux Hypotheſes. Je l'ai déjà touché plus haut, & j'ai promis d'y revenir. Nous parlions d'imaginer à la fois toute une ſuite d'Evénemens & toute une ſuite d'Eſtampes, ſans aucune priorité d'exiſtence d'une ſuite ſur l'autre ſuite, & de façon pourtant qu'on pût dire; ou bien avec Malebranche, que l'Auteur auroit imaginé les Eſtampes *à l'occaſion* des Evénemens du Livre, & qu'il auroit imaginé les Evénemens du Livre *à l'occaſion* des Eſtampes; ou bien avec Leibnitz, que l'Auteur auroit imaginé les Eſtampes *pour repréſenter* les Evénemens du Livre, & qu'il auroit imaginé les Evénemens du Livre *pour repréſenter* les Eſtampes. Mais la ſuppoſition eſt-elle poſſible, même en Dieu, Meſſieurs? Ou plûtot n'implique-t-elle pas viſiblement contradiction? Les deux ſuites

Digitized by Google

ſuites arithmétiques, l'une des nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9 &c. & l'autre des nombres quarrés, 1, 4, 9, 16, 25 &c. ſont repréſentatives l'une de l'autre, & il n'y a aucune priorité d'exiſtence d'une ſuite ſur l'autre ſuite. Cela eſt vrai: mais auſſi ne peut-on pas dire qu'elles ont été imaginées *à l'occaſion* l'une de l'autre, ou *pour ſe repréſenter* l'une l'autre. Elles n'ont été ni imaginées, ni inventées, ni faites; elles ſont de toute néceſſité & de toute éternité ce que les voilà. Quand on dit qu'elles ſont repréſentatives l'une de l'autre, il ne faut point trop preſſer cette expreſſion métaphorique; & franchement même il vaudroit mieux la laiſſer là, & dire ſimplement que ces deux ſuites ont un tel rapport l'une avec l'autre, que la loi qui eſt l'eſſence de l'une fait penſer à la loi qui eſt l'eſſence de l'autre, dans toute la continuité, terme pour terme. Or toutes les ſéries ou ſuites arithmétiques ont entr'elles de pareils rapports: mais ces rapports mathématiques, bien loin de ſuppoſer une antériorité, même de raiſon, de l'une des ſuites ſur l'autre, y ſuppoſent une éternelle coëxiſtence. En eſt-il de même de ce qu'on articule expreſſément *avoir été fait à l'occaſion d'une choſe, ou pour repréſenter une choſe?* Si A a été fait à l'occaſion de B, ou pour repréſenter B, comment B a-t-il été fait à l'occaſion A, ou pour repréſenter A? Comment A & B peuvent-ils avoir l'un ſur l'autre tout à la fois une antériorité, je ne dis pas réelle, mais ſeulement même de raiſon? Vous me dites que Dieu a fait mon Corps pour repréſenter mon Ame. Je vous conçois: cela ſignifie que ſi par impoſſible l'idée de mon Ame n'étoit pas encore déterminée, celle de mon Corps ne le ſeroit pas non plus; mais que du moment que l'idée de mon Ame eſt déterminée celle de mon Corps l'eſt auſſi. L'idée de mon Ame a donc au moins une antériorité de raiſon ſur celle de mon Corps. Auſſi Malebranche & Leibnitz m'aſſurent-ils que Dieu pouvoit ne créer que mon Ame toute ſeule, & qu'elle auroit eu, vis-à-vis de Dieu, ſans mon Corps & ſans le reſte de l'univers, toute la ſuite de modifications, de penſées, de ſentimens, qu'elle a eue avec mon Corps & le reſte de l'Univers . . . Comment? Elle auroit ſenti des pieds, des bras, des mains! Elle auroit penſé à du papier, de l'encre,

une

Digitized by Google

une Sale académique, des ſieges, des auditeurs, une table &c.! Oui: c'eſt que Dieu, en déterminant l'idée de mon Ame, l'auroit déterminée de façon à la rendre repréſentative de mon Corps conçu comme poſſible, & par mon Corps, de l'Univers entier auſſi conçu comme poſſible. Mais vous m'avez dit que c'étoit mon Corps qui avoit été fait repréſentatif de mon Ame. Sans doute: mais votre Ame a été faite auſſi repréſentative de votre Corps. Bien plus: elle a été faite repréſentative de chaque Etre de l'Univers, tant ſimple que compoſé; & chaque Etre de l'Univers, tant ſimple que compoſé, a été fait repréſentatif de votre Ame. Ho! je n'y ſuis plus; je me perds dans toutes ces repréſentations faites à l'occaſion les unes des autres. Je vois tant de choſes repréſentantes que je n'en vois plus de repréſentées. Tâchons pourtant de nous démêler de tout cela, ſi nous pouvons.

Soit l'Univers la collection de A, B, C & D. Malebranche dit: Dieu a tout fait dans A à l'occaſion de B, de C & de D; il a tout fait dans B à l'occaſion de A, de C & de D; il a tout fait dans C à l'occaſion de A, de B & de D; enfin il a tout fait dans D à l'occaſion de A, de B & de C. Leibnitz dit: Dieu a tout fait dans A pour repréſenter B, C & D; il a tout fait dans B pour repréſenter A, C & D; il a tout fait dans C pour repréſenter A, B & D; enfin il a tout fait dans D pour repréſenter A, B & C. Y a-t-il, Meſſieurs, cercle plus ſenſible & plus palpable que celui-là? N'eſt-ce pas un jeu puéril d'expreſſions vuides de ſens? Or c'eſt dans le mot *fait pour repréſenter*, ou *fait à l'occaſion*, qu'eſt toute l'abſurdité, à cauſe de l'antériorité eſſentielle, du moins antériorité de raiſon, de la choſe occaſionnante ſur l'occaſionnée; ou, au contraire, de la choſe repréſentée ſur la repréſentante. Il faut donc abondonner ces expreſſions ſi cheres aux deux Sectes; il faut y ſubſtituer le terme ſimple de *Rapport* ou de *Relation*. Dieu a vû toutes les rélations poſſibles de A avec B, C & D; toutes celles de B avec A, C & D; toutes celles de C avec A, B & D; & enfin toutes celles de D avec A, B & C: mais Dieu n'a pas plus fait ces rélations qu'il n'a fait les rélations des nombres;

Digitized by Google

bres; elles ſont toutes, les unes comme les autres, de la même coëxiſtence éternelle. Dieu voit tous les termes de la ſuite des nombres naturels, 1, 2, 3, 4, 5 &c.; il voit tous les termes de la ſuite des nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9 &c.; il voit tous ceux de la ſuite des nombres quarrés, 1, 4, 9, 16, 25 &c.; il voit de même tous ceux de la ſuite des nombres cubiques, 1, 8, 27, 36, 64 &c.; il voit enfin diſtinctement toutes les ſuites des nombres primitifs, triangulaires, pyramidaux, &c. Dieu voit toutes les rélations & toutes les correſpondences mutuelles que ces ſuites ont les unes avec les autres; & il eſt vrai qu'il apperçoit dans la loi de chaque ſérie les loix de toutes les séries imaginables, & les rélations de tous leurs termes. Pourquoi n'y a-t-il point là de cercle vicieux? Pourquoi n'y a-t-il rien de contradictoire? C'eſt qu'il n'y a rien de fait, d'ordonné, de préétabli. Tout eſt de la même date & de la même éternité que deux & deux font quatre.

Vous voilà donc retranchés, Malebranchiſtes, & vous Leibnitiens, à dire que Dieu n'a ni *ordonné*, ni *préétabli* . . . (ce n'eſt que façons de parler chez vous;) que Dieu, dis-je, n'a ni *ordonné*, ni *préétabli* les rélations de mon Ame avec chaque Etre de l'Univers, & les rélations de chaque Etre de l'Univers avec mon Ame; mais qu'il les a vûes comme *poſſibles*, & qu'il n'a fait que les rendre *actuelles* par la Création. En effet, c'eſt ce que le grand Leibnitz, dont le langage varioit beaucoup, articule lui-même en pluſieurs endroits, & notamment à la derniere page de ſa ſublime Théodicée. *Dieu*, dit-il, *n'a point fait Tarquin méchant; il l'étoit de toute éternité . . . dans la région des Etres poſſibles, comme dans celle des Etres actuels.* Il eſt vrai que M. de Leibnitz intercale ici le mot de *librement;* Tarquin étoit méchant *de toute éternité librement:* mais ce mot de *librement* eſt plus facile à intercaler, Meſſieurs, qu'à juſtifier. Quoi! Dieu verra toute la ſuite déterminée des modifications de mon Ame. comme il voit toute la ſuite déterminée des termes d'une ſérie; & l'on me ſoutiendra que la ſuite déterminée des modifications de mon Ame, en tant que telle Ame, n'eſt pas de la même néceſſité mathématique que la

ſuite

Digitized by Google

ſuite déterminée des termes d'une ſérie, entant que telle ſérie! Non, me répliquent les Leibnitiens & les Malebranchiſtes, non; car Dieu voit que l'une de ces ſuites eſt *libre*, & que l'autre eſt *néceſſaire* . . . A ce que vous dites, en nous payant de mots; mais vous ne vous en croyez pas réciproquement, Leibnitiens & Malebranchiſtes; comment voulez-vous encore un coup qu'on vous en croye? Tout plein de préjugés d'école, je m'éblouiſſois autrefois avec le bon Pere Malebranche, qui du moins ménage ſes expreſſions. Mais avec Leibnitz, on ne peut pas s'éblouir, il faut ſe crever les yeux! Il nous dit en propres termes, qu'une Ame n'a d'autres modifications poſſibles, abſolument parlant, que celles qu'elle éprouve; & que Sextus Tarquin, par exemple, écoutant & ſuivant le conſeil qu'on lui donne pour éviter le crime, *eût été un autre Sextus Tarquin*, un autre Etre, ſi eſſentiellement différent de celui dont il s'agit, qu'il n'eût pû ſe trouver que dans un Monde eſſentiellement différent du Monde créé. Et de peur que nous n'allions nous imaginer, qu'une ſuite de modifications *unique, invariable & eſſentielle à une Ame*, ne s'accommode pas au mieux avec la Liberté; *c'eſt cela-même*, vous diſent froidement les Leibnitiens; *c'eſt cela-même que nous appellons la* LIBERTÉ. Ho! je crois que vous l'appellez ainſi: mais c'eſt cela-même que la Terre entiere appelle avec raiſon la FATALITÉ, & la FATALITÉ PAR EXCELLENCE!

Tournons-nous maintenant, Meſſieurs, d'un autre côté; c'en eſt aſſez ſur cette matiere. Les Leibnitiens, pour établir à toute force une différence avantageuſe entre leur Syſteme de l'*Harmonie préétablie* & celui de l'*Aſſiſtence divine*, entre les *Forces repréſentatives* & les *Cauſes occaſionelles*, ne manqueront pas de m'alleguer le Principe de la *Raiſon ſuffiſante*. A cela je pourrois répondre trois choſes que je ne veux qu'indiquer: 1°. que ce Principe ne leur eſt pas ſi propre, que de l'aveu même de Leibnitz on n'en trouve de fréquentes traces chez tous les Philoſophes, notamment dans le Pere Malebranche. En effet pluſieurs Malebranchiſtes l'ont admis juſqu'à un certain point, & M.

Digitized by Google

M. Pigeon entr'autres. 2°. Je pourrois répondre que ce Principe, pris dans toute l'étendue que Leibnitz lui donne, eſt indémontrable & faux. Il eſt inutile de répéter ce que j'ai dit là deſſus en tant d'endroits. 3°. On ne peut disconvenir qu'après tout ce n'eſt qu'une différence accidentelle, qui n'altere point la parité étonnante que je montre d'ailleurs entre les deux Syſtemes. Mais j'ai quelque choſe de mieux que tout cela. C'eſt l'excellente Remarque de M. Pigeon qui prouve de deux choſes l'une; ou que le Syſteme de l'*Harmonie préétablie* n'eſt point conforme au Principe de la *Raiſon ſuffiſante;* ou que, s'il y eſt conforme, ce n'eſt qu'étant pris dans un ſens d'une abſurdité complette. Je comptois, Meſſieurs, vous lire le morceau même, tel que ſa Fille l'a traitté en 1741, d'après les converſations que j'avois eues avec ſon digne Pere, en ſa préſence, trois ans auparavant, & la Note que ce vénérable Vieillard, aveugle & âgé de 89 ans, lui dicta pour me la remettre. Cela nous méneroit trop loin pour le préſent: deux mots pourront ſuffire.

Ou il s'agit d'une *Harmonie préétablie;* ou il s'agit d'une *Harmonie prévûe.* La maniere des plus équivoques, dont M. de Leibnitz s'exprime, ſans doute à deſſein, donne lieu à cette diſtinction. Si Dieu *a fait* les Corps *pour* repréſenter les Ames, & qu'il *ait fait* les Ames *pour* repréſenter les Corps; s'il *a plû* à Dieu de *faire* les uns *pour* les autres, d'*ajuſter* les uns aux autres, de *donner* à chacun une ſuite de Repréſentations *qu'il n'auroit pas de ſa nature*, & qu'il n'a que par un effet de la volonté divine; voilà une *Harmonie préétablie.* Si au contraire Dieu *a trouvé* dans l'ordre éternel des poſſibles les Ames & les Corps *d'une nature déjà toute déterminée indépendamment de ſon action*, comme des Cercles & des Triangles inſcripts & circonſcripts qui ont *une nature propre* que Dieu ne leur a point donnée, & à laquelle *il ſe conforme* en les créant; voilà une *Harmonie prévûe.* Il eſt vrai que la premiere eſt auſſi *prévûe*, & que la ſeconde eſt auſſi *préétablie:* mais la premiere eſt prévûe *parce qu'elle a été préétablie* & la ſeconde eſt préétablie *parce qu'elle a été prévûe.* C'eſt donc aux Leibnitiens à

nous

Digitized by Google

nous dire laquelle des deux ils entendent; il n'y a point à reculer. Eſt-ce la premiere; l'*Harmonie préétablie;* celle où la *Preſtabilition* eſt conçue antérieure à la *Préviſion?* Point de *Raiſon ſuffiſante* en ce cas de l'union de telle Ame & de tel Corps, non plus que dans le Malebranchiſme. Il reſte à demander pourquoi il a plû à Dieu de faire ces deux-là l'un pour l'autre, plûtot que de les faire tels que le Corps pût enſuite convenir à une autre Ame, & l'Ame à un autre Corps. Il n'y a plus à répondre que c'eſt par la vûe de leur nature que Dieu s'eſt déterminé, puiſque leur ayant lui-même donné cette nature, il reſteroit à ſavoir pourquoi il la leur a donnée, c'eſt-à-dire pourquoi il ne leur a pas donné une autre nature, qui l'eût déterminé à former pour chacun une union toute différente. Eſt-ce donc la ſeconde; l'*Harmonie prévûe;* celle où la *Prévision* eſt conçûe antérieure à la *Preſtabilition?* Nous avons alors la *Raiſon ſuffiſante* de l'union de tel Corps avec telle Ame & de telle Ame avec tel Corps; cela eſt clair. Mais par quelle biſarrerie, une Ame, ou pour mieux dire, chaque Ame ſe trouve-t-elle, par ſa nature, repréſentative d'une infinité d'infinités d'actions qui toutes ſont chimériques ſelon vous? Si mon Corps, ou Dieu à l'occaſion de mon Corps, peut modifier mon Ame par ſon action, je conçois comment l'idée de mon Ame, image fidelle des choſes poſſibles, doit dans la région même des poſſibles être repréſentative de ces actions qui ont un fondement en nature, & qui peuvent être réelles. Vous ſuppoſez au contraire qu'aucune de ces actions n'a de fondement en nature: & d'où voulez-vous que l'idée de ces actions, entant qu'actions, & tout ce qui s'enſuit, ſe trouve, comme il eſt de fait, dans l'Ame? Dans l'Ame actuelle; & par conſéquent dans l'Ame poſſible? Ce ſeroit là le comble de l'abſurdité?

Tel eſt le fond de la Remarque de M. Pigeon. Je l'ai tournée de façon à éluder les ſubtilités Leibnitiennes, dont je ſuis plus au fait qu'il n'a pû l'être, & que je ne l'étois encore au tems dont je parle. Avec quelle force ne pouſſerois-je pas aujourd'hui ſa penſée? & avec quel avantage, Meſſieurs, dégagé que je ſuis des préjugés communs à Leib-

Digitized by Google

nitz & à Malebranche, ne ferois-je pas disparoitre l'unique chicane qui pourroit peut-être obſcurcir un point de vûe ſi lumineux? Prétendroit-on que l'idée éternelle d'un Etre n'eſt que le plan que Dieu ſe forme lui-même de cet Etre, & que par conſéquent le *Prévû* & le *Prétabli* ne ſont qu'un? Le langage aſſez conſtant du Pere Malebranche, & les ambiguités perpétuelles de Leibnitz, favoriſent cette méchante chicane. Je démanderois pourtant au dernier ce qu'il veut donc dire, quand il avance, *que Dieu n'a point fait Tarquin méchant, mais qu'il l'étoit de toute éternité dans la région des poſſibles.* Pur jargon, ſi c'eſt Dieu qui s'eſt formé le plan ou l'idée de Tarquin! Et pourquoi ſe l'eſt-il formé comme cela? C'eſt lui qui l'a fait méchant! Quant à moi, je nie très expreſſément que Dieu *ſe forme* aucun plan des Etres, à moins qu'on n'entende par là *voir & ſaiſir l'idée de chaque Etre.* L'intelligence divine voit les idées des choſes, mais ne les forme pas: bien loin de les former, elle s'y conforme en les voyant ce qu'elles ſont, & non ce qu'elles ont été faites. Si Dieu, ſi ce Dieu de toute bonté, formoit les idées, c'eſt-à-dire les poſſibilités des Etres; ah qu'il ne s'amuſeroit pas à former le plan, l'idée, la poſſibilité d'un Tarquin, ni même d'un Publicola; d'un Néron, ni même d'un Titus! Il ne formeroit que des poſſibilités de Dieux, & n'auroit pas de plus grande hâte que d'en faire des exiſtences! Il en feroit à l'infini: il s'en feroit, non des Adorateurs, mais des Egaux; & s'eſtimeroit aſſez Dieu d'être la ſource de tant de bonheur! Mais les poſſibilités ne dépendant point de lui; & la poſſibilité entr'autres d'un bonheur ſolide n'étant pour les miſérables Etres que nous ſommes qu'à parvenir lentement à connoître, aimer, adorer l'Etre des Etres; voilà ſelon moi le fondement légitime, & le vrai but de la Religion!

Je ſerre mes raiſonnemens & mes preuves le plus que je puis, Meſſieurs; mais entraîné par l'abondance de ma matiere & par les pénétrantes Vérités que j'en vois naître, je ſuis contraint de m'étendre inſenſiblement beaucoup plus que je n'avais cru. Si je ne me flatte, j'ai démontré qu'il n'y a pas la moindre différence pour le fond entre le

Syſ-

Digitized by Google

Syſteme des *Cauſes occaſionnelles*, & celui de l'*Harmonie préétablie*, & que, s'il y a en a dans l'expreſſion, c'eſt tout au désavantage de l'Hypotheſe Leibnitienne, qui eſt plus dure, moins conciliante, moins d'accord avec elle-même, & très ſouvent voiſine du ridicule par le ſingulier contraſte de la pompe de ſon langage avec le vuide du ſens. Au reſte ce que je vous dis avec ma franchiſe accoutumée, & ſans le moindre fiel, ne diminue rien de ma haute eſtime pour le Génie de Leibnitz, & ne m'empêche pas de reconnoître dans ſa Philoſophie divers points en quoi je la tiens ſupérieure à celle de Malebranche; par exemple les Etres ſimples, & eſſentiellement différens les uns des autres, dont le Corps eſt compoſé. Leibnitz eſt le ſeul Philoſophe qui ait eu cette idée juſte de la ſubſtance corporelle: mais je lui reproche que cette idée ſoit ſi ſtérile entre ſes mains, & de ſi peu d'uſage pour l'union du Corps & de l'Ame. Car elle n'y ſert à quoique ce ſoit. Dès qu'il n'y a point d'Action réciproque du Corps ſur l'Ame & de l'Ame ſur le Corps; dès que c'eſt Dieu qui a tout fait ou qui fait tout dans l'un & dans l'autre par l'Acte individuel de la Création; peu importe en vérité que le Corps ſoit compoſé d'Etres ſimples, comme l'enſeigne de Leibnitz, ou qu'il ne le ſoit pas, comme l'a cru le Pere Malebranche. Mais il n'en eſt pas de même entre les Péripatéticiens & moi, qui croyons que l'Ame agit réellement ſur le Corps, & que le Corps agit réellement ſur l'Ame. En vain ſommes-nous réunis de ſentiment ſur la réalité de l'action & ſur la ſimplicité de l'Ame: la ſeule différence dans la nature du Corps en met une eſſentielle, immenſe, totale, dans la nature de l'action réciproque, telle que l'ont conçue les Péripatéticiens, ou telle que je la conçois. La différence eſt non ſeulement, comme je l'ai déjà dit, du *Matériel* à l'*Immatériel;* ce qui ſuffiroit ſeul pour conſtituer une Hypotheſe très diſtincte de l'ancienne: mais la différence eſt bien plus grande encore. Elle eſt de toute la diſtance qu'il y a entre la Fauſſeté & la Vérité; ou, s'il ſe peut quelque choſe de plus, entre une abſurdité honteuſe & une évidence auſſi palpable que le ſujet le peut permettre. Au lieu de ces infinités d'infinités de Maſſes brutes, qui doivent agir tout à la fois ſur l'Ame, & ſur quoi l'Ame doit

Digitized by Google

doit agir tout à la fois, puisqu'après des infinités d'infinités de divisions & de subdivisions, ou prétend qu'il n'y a rien dans le Corps qui ne soit Masses composées d'une infinités de Masses encore composées d'une infinité d'infinités de Masses, & toujours des Masses à l'infini de l'infini: au lieu de ce ramas absurde d'infinités d'infinités d'Etres, où l'on ne voit partout que pluralité d'Etres, & nulle part un Etre; chez moi, c'est un Etre simple, c'est-à-dire, un Etre qui n'est pas plusieurs Etres, lequel Etre agit sur d'autres Etres comme lui, & reçoit leur action comme ils reçoivent la sienne. Tous agissent les uns sur les autres comme d'individu à individu: y a-t-il rien de plus clair & de plus vrai? Qu'on me dise qu'il ne falloit pas beaucoup de génie pour en venir là; j'en conviendrai de bon coeur; mais cependant on n'y étoit point venu.

D'ailleurs où sont, Messieurs, où sont dans mon Hypothese, ces émissions, ces transfusions d'Entités, ces qualités, ces formes, ces entéléchies, qui régnoient dans la Philosophie de l'Ecole, & qui l'ont enfin précipitée, sous les coups de Descartes, dans l'ignominie où elle est tombée? Il me reste infiniment moins, & du langage, & de l'esprit, & des principes, & des dogmes de l'Ecole Péripatéticienne, qu'il n'en reste aux Cartésiens mêmes, & surtout aux Leibnitiens. Content d'établir trois ou quatre vérités fondamentales, la simplicité de mon Ame, & la réalité de l'Action &c.; je me garde bien de me jetter dans des détails où tous les Philosophes ont échoué, & où je ne doute point que je n'échouasse comme les autres. Je me tais de ce que je ne sais point; & si mon Hypothese a un avantage décidé, comme je le ferai voir en répondant par la suite à une objection, ce sont les limites étroites où je la tiens. Loin de moi cette démangeaison de paroître tout expliquer, en parlant de tout, en ne demeurant court sur rien, en mettant partout les mots à la place des choses: défaut qui a été souverainement celui de la Philosophie scholastique, & dont la Philosophie Leibnitienne, la Wolffienne au moins, n'a que trop hérité!

Après

Digitized by Google

Après avoir conſtaté par de ſi bonnes preuves la différence eſſentielle de mon Hypotheſe avec l'*Influence phyſique*, auſſi bien que la parfaite identité de l'*Harmonie préétablie* avec les *Cauſes occaſionelles*, ſeroit-on d'humeur de me ſoûtenir encore que je n'ai rien fait? Cela ſe pourroit bien, Meſſieurs, ſi je donnois lieu de croire que je n'oſe attaquer de front la fameuſe démonſtration de Leibnitz. La voici dans ſes propres termes.

„Figurez-vous, dit-il dans ſon ſecond éclairciſſement, & ailleurs*), deux Horloges ou montres qui s'accordent parfaitement. Or „cela ſe peut faire de trois manieres. La premiere conſiſte dans une „influence mutuelle: la ſeconde eſt d'y attacher un ouvrier qui les re„dreſſe à tous momens: la troiſieme eſt de les fabriquer avec tant „d'art & de juſteſſe, qu'on ſe puiſſe aſſûrer de leur accord par la ſuite. **) Mettez maintenant l'Ame & le Corps à la place de ces deux „Pendules. La premiere maniere eſt la voye d'*Influence* de la Philo„ſophie vulgaire: la ſeconde eſt l'aſſiſtance continuelle du Créateur „dans le Syſteme des *Cauſes occaſionelles:* la troiſieme eſt l'*Harmonie „préétablie.*“

Oui, Meſſieurs; voilà trois manieres d'expliquer l'accord de deux Pendules; il n'y a que ces trois-là, & toutes trois ſont différentes. La premiere eſt à peine poſſible; on n'en a qu'un exemple presque fortuit dans une expérience de Mr. Huygens. La ſeconde plus commode eſt ridicule; elle couvre de honte ce pauvre Deſcartes & ce pauvre Malebranche, avec leurs mauſſades patraques. La troiſieme eſt admirable; elle éleve Leibnitz juſqu'au ciel, & fait un honneur infini à ſa logique, & ſurtout à ſa bonne foi. Quand vous voudrez avoir deux Horloges parfaitement d'accord, vous ferez bien de vous en tenir à ce Syſteme d'*Harmonie préétablie*, & de laiſſer là les *Cauſes occaſionelles.* Pour nos Boutiques, l'un eſt ſans contredit le meilleur, & l'autre le pire . . . Mais, ſi Dieu-même étoit votre Horloger, cela ne changeroit-il pas la theſe? Je vous le demande, Meſſieurs. Cet

*) *Recueil de Pieces &c.* Tom. II. p. 397.
**) Voyez encore *R. Fr.* p. 410.

Digitized by Google

Cet Horloger-ci ne peut pas non plus agir ſur ſon Horloge; & il ne peut pas non plus n'y pas mettre d'avance toute la juſteſſe imaginable. Ne voilà-t-il pas les deux Syſtemes identifiés; les ſublimes Pendules de Leibnitz réduites aux Patraques de Malebranche, ou celles-ci élevées à la ſublimité des premieres? L'aſſiſtance divine, ſur laquelle appuye le Pere Malebranche, exclut-elle l'Harmonie parfaite que Dieu a préétablie entre le Corps & l'Ame? Et cette Harmonie préétablie, ſur laquelle M. Leibnitz inſiſte le plus, exclut-elle l'Aſſiſtance divine, cet Acte continuel, & cependant unique & individuel, de la Création, ſans quoi tout retomberoit dans le néant? A l'égard du premier cas, celui de l'*Influence*, ou plûtot de l'*Action réelle*, remarquez, je vous prie, comme l'ingénieuſe comparaiſon de Leibnitz le préſente très heureuſement de façon à confondre les deux manieres dont on peut l'entendre. J'ai prouvé qu'une Action peut être, ou *phyſique*, ou *immatérielle*. Vraiment! comparez-moi l'Action mutuelle du Corps & de l'Ame à l'Action de deux Pendules l'une ſur l'autre; cette Action ne pourra jamais être que *phyſique*, & l'idée d'une l'Action *immatérielle* ne viendra ſeulement pas à l'eſprit. Mais comparez l'Action mutuelle du Corps & de l'Ame à l'Action de deux Monades, que vous ſuppoſeriez pour un moment agir l'une ſur l'autre. Nous tombons dans le défaut contraire. L'idée d'une Action *phyſique* ne viendroit pas même à l'eſprit: cette action ne pourroit être qu'*immatérielle*, comme l'Action, au moins, de la Monade créatrice ſur chaque Monade créée; ou, ſi vous voulez du réciproque, comme l'Action de chaque perſonne divine ſur les deux autres. Je trouve un exemple enfin, & cet exemple ſent bien les Pendules de Mr. Huygens. Voulez-vous un autre exemple qui n'ait pas le défaut de préſenter le *phyſique* à l'excluſion de l'*immatériel*, ou l'*immatériel* à l'excluſion du *phyſique*? Répremons la comparaiſon dont je me ſuis ſervi il y a trois mois, d'un Général & de ſon Armée. Si vous conſidérez que l'Action ſuppoſée réelle du Chef ſur les ſubalternes, & des ſubalternes ſur le Chef, ſe fait d'individu à individu, ſans nous embarraſſer de ſavoir comment; vous aurez quelque idée de ce que j'appelle Action *immatérielle*, & *non-phyſique*,

Digitized by Google

ſique, quand il eſt queſtion d'Etres ſimples qui agiſſent les uns ſur les autres d'individu à individu, comme le ſuppoſe ma *Pſychocratie*. Au contraire, conſidérez-vous les actions réelles de Corps de troupes, les uns ſur les autres, comme les actions de multitudes entant que multitudes? Vous avez l'idée de ce qui répond à ce que j'appelle Action *phyſique* entre les Corps phyſiques; & je dis que ce n'eſt pas comme cela que le Général & l'Armée, non plus que l'Ame & le Corps, agiſſent l'un ſur l'autre. Mais ſuppoſez-vous avec les Péripatéticiens que c'eſt comme cela qu'ils agiſſent, & qu'ils ne peuvent même agir d'individu à individu, parceque l'Armée ſe diviſant & ſe ſubdiviſant, dites-vous, en Régimens, & toujours en Régimens à l'infini, on n'y trouve partant que des multitudes, & nulle part des hommes, ſi ce n'eſt le Chef? Enrichiſſez-vous enſuite cette ſinguliere Armée d'une infinité de jolis petits Etres de votre façon, d'un uſage commode & merveilleux pour expliquer l'Art militaire? Mr. le Général a une vertu *ordonnatrice* qu'il communique par transfuſion à toute l'Armée, laquelle en reçoit, par exemple, une forme ou une qualité *gradifique*, quand elle eſt en marche, & *ſtatifique*, quand elle fait halte. Si l'on remporte la victoire, c'eſt que l'Armée a en elle, & qu'elle a répandu ſur le Général, une Entéléchie *triomphative*. Plie-t-elle? fuit-elle? Ce ſont d'autres Entitatules d'une autre eſpece. Vous avez, Meſſieurs, la plus juſte image de l'*Influence phyſique*; mais de quel front auroit on confondu cette Hypotheſe avec la mienne?

Ah! ſi je voulais préſentement pouſſer plus loin ma comparaiſon, & l'appliquer au cas de l'Action apparente, dans la ſuppoſition que ce fût un Magicien qui fût, tant dans le Général que dans l'Armée, *à l'occaſion* l'un de l'autre, ou pour les rendre *repréſentatifs* l'un de l'autre; de quels nouveaux traits n'accablerais-je pas en commun les *Cauſes occaſionnelles* & l'*Harmonie préétablie?* Il ne faut pas tout dire; c'eſt bien aſſez d'avoir réduit la fameuſe démonſtration de Leibnitz, tant répétée, tant retournée par ſes diſciples, à ne paroître plus que ce qu'el-

Digitized by Google

qu'elle eſt; un pur Sophiſme. Deux défauts de Logique, & deux défauts tout à fait contraires, dans un ſeul raiſonnement fort court! Faire un ſeul cas de ce qui en eſt deux, & en faire deux de ce qui n'en eſt qu'un! Joignez à cela une injuſtice outrée envers Deſcartes & envers Malebranche. Etoit-ce bien la peine de chercher une comparaiſon auſſi louche, & qui tire autant à conſéquence? *Louche:* car quel rapport y a-t-il de deux choſes auſſi diſſemblables que l'Ame & le Corps, à deux choſes auſſi ſemblables que deux Pendules? *Tirant à conſéquence:* en cela même; & par le Mécaniſme qui perce; & par le Fataliſme qui ſaute aux yeux, en dépit des proteſtations. Mépriſes, erreurs de toutes parts! Aveuglement inconcevable! Un mot ſembleroit ſuffire pour en convaincre. Hélas! que de paroles ſont néceſſaires, Meſſieurs, & ſouvent perdues, quand c'eſt aux préjugés des hommes qu'on a affaire, & non pas à leur raiſon!

FIN

Digitized by Google

FIN
DE LA PSYCHOCRATIE. *)

La ſeconde Objection qu'on ne manquera pas de former contre mon Hypotheſe, c'eſt l'extreme indépendence où l'on trouvera qu'elle met les Etres à l'égard de l'Action de Dieu. Mon caractere n'étant point, Meſſieurs, de m'envelopper dans des ſubterfuges, la réponſe eſt délicate. J'aurois lieu ſans doute de m'attendre à des qualifications fâcheuſes, ſi, après en avoir eſſuyées pour de très minces ſujets, je n'avois eu le bonheur de voir qu'on m'a rendu juſtice dans une matiere tout autrement importante; dans une matiere où je heurtois, d'une façon décidée, des préjugés, il eſt vrai, mais des préjugés très reſpectables: & c'eſt juſtement où je puiſe ma réponſe. Vous concevez que je veux parler de ma *Théologie de l'Etre*, toute fondée ſur le principe de l'*Aſéité univerſelle;* expreſſion qui ſembloit devoir ſeule exciter bien des clameurs. Elle en a excité quelques unes, mais elles n'ont été que ſourdes & de peu d'effet. L'uſage qu'on m'a vu faire du principe, la maniere dont je l'ai manié, les autorités dont je me ſuis couvert, les ſentimens non-équivoques de Religion qui ſont l'ame de l'Ouvrage; l'Athéiſme ſurtout, l'Athéiſme, écraſé par ſon principe même, & l'Athée frappé malgré lui d'une terreur ſalutaire; voilà mes garans. Voilà ce qui m'a mis en une ſorte de droit d'articuler *l'Exiſtence néceſſaire* des Etres. La foi n'en a point paru bleſſée. Dieu demeure toujours *l'Etre par excellence; celui qui eſt.* Tous les Etres, *quoiqu'exiſtans par eux-mêmes*, n'en ſont pas moins à une diſtance infiniment infinie de l'*Etre ſuprême*, & ne lui ſont *coëternels* que dans un ſens extrêmement impropre.

Dans

*) Lû dans les Aſſemblées du 10 & du 17 Novembre 1763.

Digitized by Google

Dans ce point de vue, Meſſieurs, on n'a point été révolté de m'entendre dire, *que quoi que ce ſoit de ſubſtanciel n'a paſſé du Néant à l'Etre, ni ne peut paſſer de l'Etre au Néant.* C'eſt ce qu'avoit toujours cru l'Antiquité, même au ſein de la Religion Judaïque, & c'eſt ce qu'on croyoit encore dans le premier Siecle au moins de l'Egliſe Chrêtienne, où de très habiles Théologiens, & notre illuſtre Sécretaire entr'autres, (que je cite ici amicalement, sil m'eſt permis de le dire, ou du moins en eſprit de paix,) où de très habiles Théologiens penſent que le dogme d'une Création *ex nihilo* étoit *parfaitement inconnu.* Toute mon Hypotheſe *de l'Action réelle & réciproque* des Etres, je ne le diſſimule point, eſt tacitement fondée ſur ce principe. En l'expoſant & en l'expliquant, j'ai pu le taire; je ne le pourrois plus, ſans choquer la ſincérité, dès qu'il s'agit de répondre aux objections. Je ſuis prêt plûtot à tout abondonner, & je n'héſiterai point ſi ma ſolution peut faire la moindre peine. Au reſte je n'ai rien de pis à ajouter, rien de pis à déduire du principe, que ce qui eſt déjà conſigné dans vos *Mémoires*, & qui a été préſenté au public ſans inconvénient en deux années différentes (1755 & 1757); mais il faut que j'appuye là deſſus. Ce n'eſt que par là que je puis non ſeulement répondre à l'objection, & juſtifier cette indépendance, *prétendue exceſſive*, où je mets les Etres, mais encore tourner éminemment l'objection à l'avantage de mon Hypotheſe. On verra ſans peine, ceci juſtifié, qu'elle eſt la ſeule, qui, conſervant à tous les Etres ſubalternes la qualité d'*Agens réels*, & les tenant dans une dépendance *auſſi grande qu'il eſt poſſible*, à l'égard du ſouverain Etre, leve une infinité de ſcandales. Pourquoi voudroit-on une dépendence impoſſible, chimérique, contradictoire, ſource de toutes les contradictions, ſource des difficultés les plus accablantes, & de mille doutes affreux, qui ne vont pas moins qu'à faire méconnoitre l'aimable idée d'un Dieu?

Inconſidérés que nous ſommes, à quoi tend notre faux zele? Que gagnons-nous, & que prétendons-nous faire gagner à Dieu, en reculant les bornes des poſſibles pour reculer celles du pouvoir di-

vin

Digitized by Google

vin? Croyons-nous que Dieu nous ſache gré de ces Conquêtes imaginaires, dont nous voulons accroître ſon Empire? Ou, ſous le pretexte qu'il eſt incompréhenſible, nous imaginerons-nous le mieux connoître, quand nous aurons chargé ſon idée d'incompréhenſibilités de notre façon? Quelles que ſoyent les bornes des poſſibles, la toute-puiſſance eſt toujours la toute-puiſſance, dès qu'elle peut faire tout ce qui eſt poſſible. Si faire *que deux & deux deviennent cinq* eſt poſſible, la toute-puiſſance le peut faire: mais ſi cela n'eſt pas poſſible, la toute-puiſſance n'en ſera pas moins la toute-puiſſance pour ne le pouvoir faire. Pareillement, Meſſieurs, s'il eſt poſſible qu'un Etre capable d'Action *ſoit créé agiſſant réellement*, c'eſt-à-dire *ſe modifiant réellement ſoi-même, & modifiant réellement les autres, à l'inſtant qu'on donne l'exiſtence à lui & aux autres;* ah! ſans doute la toute-puiſſance le pourra faire, & l'on n'a garde de le conteſter. Mais ſi cela n'eſt pas poſſible? Si cela eſt contradictoire? Et ſi d'ailleurs l'Ecriture n'a rien prononcé là deſſus; ſi les paſſages qu'on en allégue peuvent même ſignifier le contraire de ce qu'on leur fait ſignifier, comme l'a certainement démontré feu Mr. de Beauſobre le Pere: on ne porte aucune atteinte à la toute-puiſſance, en diſant qu'elle ne peut faire ce qui eſt impoſſible.

La queſtion n'eſt donc jamais, Meſſieurs, que du poſſible ou de l'impoſſible. Notre dépendance à l'égard de Dieu ſera toujours aſſez grande, dès qu'elle ſera *auſſi grande qu'il eſt poſſible.* Or c'eſt de toute cette étendue que je la ſuppoſe. Je reconnois Dieu pour le Créateur & pour l'Auteur de tout bien: c'eſt de lui que vient l'ordre; c'eſt de lui que vient juſqu'au moindre rayon de lumiere, juſqu'au moindre ſentiment de vertu. Dieu eſt le ſeul objet digne de notre amour & de notre confiance. Il eſt à côté de nous, il eſt au milieu de nous, il veille ſans ceſſe ſur nous. Sa Providence nous mene à des biens certains par des épreuves indiſpenſables. J'aime dans cette idée, j'aime dans cette perſuaſion, à le connoître auſſi pour l'Auteur, au moins indirect, de tout le mal qui m'arrive; je ne revendique que le

Digitized by Google

le mal que je fais moi-même. Je bénis ſa main dans mes maux & dans mes traverſes, où j'ai ſouvent trouvé, par cela ſeul, (& qui de nous n'eſt pas dans le cas?) mille fois plus de douceur, que dans les vains ſuccès, les propriétés paſſageres, & les faux plaiſirs de la vie. Je ne revendique encore un coup que mes mauvaiſes actions & mes mauvaiſes inclinations. Et quant à l'exiſtence néceſſaire du fond de l'Etre, qu'y a-t-il là de précieux pour des Etres, qui d'eux-mêmes n'ont le bonheur qu'en poſſibilité, & la miſere en réalité? L'exiſtence, notre fatale exiſtence, ſans Dieu, ne ſeroit, ſelon moi, qu'un ſujet de déſeſpoir; & je tiens qu'il a fait infiniment plus pour nous que de nous faire paſſer du Néant à l'Etre. Je tiens qu'il a déployé infiniment de puiſſance, de ſageſſe, de bonté; de bonté ſurtout! Car, avec une puiſſance qui n'auroit rien à vaincre, avec une ſageſſe indépendante des moyens, que ſeroit-ce qu'une bonté qui s'arrêteroit à l'infinitieme partie des biens poſſibles? On eſt forcé pourtant de convenir, dans le Syſteme ordinaire, que Dieu ne deploye, ſur tout ce qu'il y a d'Etres, qu'une infinitieme partie de ſa puiſſance, c'eſt-à-dire, de ce qu'il peut faire; de ſa ſageſſe, c'eſt-à-dire, de ce qu'il voit poſſible; & de ſa bonté, c'eſt-à-dire de ce qu'il pourroit vouloir; ſi cela ſe peut appeller bonté! Selon moi, Dieu abſorbe à chaque inſtant, ſur chacun de nous, toute la poſſibilité de ce dont cet inſtant eſt ſuſceptible. Il eſt donc infiniment plus notre Créateur dans mon Hypotheſe, que dans l'Hypotheſe ordinaire de la création. Avec cela, nous demeurons agens, *agens réels*, tant ſur nous-mêmes, que les uns à l'égard des autres; & au milieu de toutes nos actions *très réelles*, Dieu fait tout ce qui eſt à faire, par la raiſon qu'il ne fait pas tout.

Je vais tâcher de mettre ces Vérités dans le jour qui leur convient. Pour y mieux réuſſir, Meſſieurs, ayant déjà tant fait que d'inſérer dans cet ouvrage les ſix premieres ſections de ma *Théologie de l'Etre*, accompagnées de réfléxions & d'éclairciſſemens, vous me permettrez d'en faire autant de la ſeptieme, & de quelques traits de la ſuivante. C'eſt aimer beaucoup à ſe répéter, dira-t-on, mais quoi?

Digitized by Google

quoi? quand une vérité, ou la preuve d'une vérité eſſentielle, doit être bien préſente à l'eſprit de ceux à qui l'on parle, doit-on craindre de ſe répéter? Quand on s'eſt une fois exprimé auſſi bien qu'on en eſt capable, & qu'on ſent que le ſujet ne peut que perdre ſous de nouveaux tours, ne ſeroit-ce pas une fauſſe délicateſſe que de craindre de ſe répéter? Et ce n'eſt point ſe citer ſoi-même, puiſqu'on n'attache pas à ſes paroles, la ſeconde ou la troiſieme fois, plus d'autorité que celle du vrai, & de ſes véritables expreſſions. Dans un Ouvrage d'eſprit, dans une Piece d'éloquence, dans un Poëme, ayons de pareils ſcrupules: ici ne penſons, je vous en conjure, qu'aux grands objets qui nous occupent.

Le Morceau dont je vous parle, Meſſieurs, tranche préciſément l'endroit, où, traitant du Corps & de l'Ame, il ſembloit que mon Hypotheſe de la *Pſychocratie* alloit ſe produire; il ne manquoit que d'articuler le mot, comme vous avez vu. Ce Morceau a pour titre *de la Cauſe créatrice.* Vous allez ſentir la liaiſon de mes idées. Le voici.

„Elevons-nous à des conſidérations plus importantes.

„Cet Empire dont je jouis, & cette dépendance où je me trou„ve dans mon Empire, & par cet Empire là-même, me porte à de„mander d'où me vient cet Empire, & cette dépendance; & plus gé„néralement encore, *d'où je ſuis?*

„Je ſuis: mais ai-je toujours été, & ſerai-je toujours?

„L'idée de commencement & de ceſſation d'Etre me vient par „l'expérience journaliere d'une infinité d'Etres compoſés que je vois „ſe former & ſe détruire, & par celle des modifications qui ſe mani„feſtent en moi & qui diſparoiſſent bientôt après. Mais je ne trou„ve en tout cela l'idée du commencement & de la ceſſation d'aucun „Etre véritable.

„Des Sociétés de pluſieurs Etres, & les modifications d'un mê„me Etre, ne ſont point des Etres proprement dits.

„Je

„Je ne conçois dans le premier cas que des Sociétés qui ſe for-
„ment ou qui ſe détruiſent; mais je ne vois le commencement ni la
„fin d'aucun des individus qui les compoſent.

„Je n'éprouve dans le ſecond que les variations de mon Etre;
„mais je n'ai point encore éprouvé ſa fin, & je ne me ſouviens point
„de ſon commencement.

„Ma mémoire ne me rappelle, il eſt vrai, qu'une durée très
„courte, mais elle ne me rappelle pas même la millieme partie de la
„durée dont je ſuis certain. D'ailleurs je puis avoir exiſté longtems,
„privé de ſentiment & de penſée. Je puis même avoir paſſé, (je dis
„moi qui penſe, moi Etre ſimple, & non cette Union accidentelle de
„moi qui penſe & d'une multitude d'Etres à moi ſubordonnés;) je
„puis avoir paſſé ſucceſſivement par une infinité d'alternatives d'états
„de ſenſibilité & d'états d'inſenſibilité, ſans en avoir le moindre ſouvenir.

„Voyons ce que m'apprend la refléxion.

„D'abord je ſuis très convaincu, que ſi j'ai toujours été je ſerai
„toujours, & que ſi je n'ai pas toujours été, je pourrai bien n'être
„pas toujours.

„Si je dois finir, vû que je ſuis un Etre ſimple, cela ne peut
„arriver par diſſolution, mais par ce qu'on appelle *Annihilation;* &
„ſi j'ai commencé, cela n'a pû arriver par compoſition mais par une
„véritable *Création.*

„La *Création* ſeroit le paſſage du Non-Etre abſolu à l'Etre.

„L'*Annihilation* ſeroit le paſſage de l'Etre au Non-Etre abſolu.

„Plus j'y penſe, moins je conçois la poſſibilité de l'une ou de
„l'autre, parceque je n'en ai point d'expérience. Mais, ſi je n'avois
„l'expérience des changemens qui s'exécutent continuellement en moi
„& hors de moi, je n'en concevrais pas mieux la poſſibilité; ils ont
„quelque choſe d'auſſi étrange, & j'en ſuis réduit à ſavoir que je chan-
„ge ſans comprendre comment je change.

„De

Digitized by Google

„De ce que je ne comprens point que j'aye commencé à être, „ce n'eſt donc point une raiſon de nier que j'aye commencé à être.

„D'un autre côté, de ce que je n'ai point de raiſon de le nier, ce „n'en eſt pas une de l'affirmer, à moins qu'il ne s'en préſente des preuves.

Je m'arrête ici. Une réflexion, je vous prie, Meſſieurs. Remarquez que ce n'eſt point l'incompréhenſibilité de la création en ſoi qui m'embaraſſe. Cela ne m'a jamais cauſé le moindre doute, ni fait la moindre peine: je ſuis convaincu que le mouvement d'un Atome, le plus léger changement de modification d'un Etre, ne ſont pas moins incompréhenſibles que la création même, priſe dans le ſens le plus rigoureux. Jamais le principe des Anciens, *Gigni de nihilo nihil*, ne m'a paru une propoſition qu'on pût admettre ſans preuves. Bien loin de la trouver claire par elle-même, j'ai toujours reconnu qu'elle étoit d'une pénible diſcuſſion, indépendamment même des préjugés pour ou contre qui ſe rencontrent ſur le chemin. J'applaudis de tout mon coeur à une penſée de l'excellent Auteur de l'*Hiſtoire du Manichéiſme* *). Mr. de Beauſobre change cette Propoſition, *Rien ne ſe fait de rien*, en celle-ci qui eſt équivalente, *il eſt impoſſible à la Toute-puiſſance de faire quelque choſe de rien;* & il demande ſi l'on oſeroit dire que cette propoſition eſt auſſi évidente que celle-ci: *Un & un ſont deux*, & s'il eſt également viſible que le contraire implique contradiction? Je vais plus loin que Mr. de Beauſobre: je dis que le prétendu Axiome eſt très douteux, & que je ne vois encore aucune impoſſibilité, comme aucune poſſibilité, à ce que Dieu créât des Etres purement paſſifs, pourvû qu'il les fît heureux, ſi c'étoient des Etres ſenſibles qui pûſſent l'être. Mais c'eſt dans la création d'*Agens*, *& d'Agens malheureux & criminels*, qu'eſt la contradiction; & je ne crains point de dire, que cette contradiction ſeroit auſſi viſible que celle d'*Un & un ſont trois*, ſi des préjugés puiſſans ne la couvroient de nuages.

O que

*) Tom. II. p. 221.

Digitized by Google

O! que deviennent donc par conſéquent tous les lieux-communs, toutes les déclamations d'Auteurs ſouvent bien reſpectables? Celle-ci, par exemple, que le bon Pere Malebranche met dans la bouche du Verbe, dans une de ces converſations familieres qu'ils ont enſemble *)? „Que *les* Philoſophes ſont *ſtupides & ridicules!* Ils s'ima„ginent que la création eſt impoſſible, *parce qu'ils ne conçoivent pas* „que la puiſſance de Dieu *ſoit aſſez grande* pour faire de rien quelque „choſe!" Ne devroit-on pas, Meſſieurs, être un peu plus circonſpect à faire parler la Sageſſe divine, & à lui faire juger les hommes? Premierement, le Verbe fait ici bien de l'honneur à tous les Philoſophes, qui ne ſont pas tous à beaucoup près dans le cas. En ſecond lieu, les Philoſophes dont il s'agit, ne diſent pas que la création eſt impoſſible, parce que la Puiſſance de Dieu *n'eſt pas aſſez grande.* Ce ſeroit une expreſſion impertinente, qu'il eſt injuſte de leur mettre dans la bouche. Ils diſent, avec Malebranche-même, Leibnitz, & tout le monde d'accord aujourd'hui là deſſus, que la toute-puiſſance ne peut pas faire ce qui eſt impoſſible. Or ils déclarent, non qu'ils ne conçoivent pas que la création abſolue ſoit poſſible, mais qu'ils conçoivent très diſtinctement qu'elle eſt impoſſible, parce que la qualité de *Créatures* implique avec celle d'*Agens criminels & malheureux.* Enfin, ſi le Verbe eût dit au Pere Malebranche: „Que les Philoſophes ſont ſtupides „& ridicules! (& vous en particulier, mon Fils!) Ils s'imaginent „qu'un quarré rond eſt impoſſible, parce qu'ils ne conçoivent pas que „la puiſſance de Dieu ſoit aſſez grande pour en tracer un géométrique„ment!" Le Pere Malebranche eût cru n'avoir pas *bien entendu la réponſe du Verbe*, comme il nous avertit dans ſa Préface qu'il craint que cela ne lui ſoit arrivé ſouvent. Et ſi c'étoit le grand Deſcartes, qui eût feint des converſations avec le Verbe, lui Deſcartes qui ſoutenoit, ou faiſoit ſemblant de ſoutenir, que Dieu eût pû faire *que deux & deux ne fuſſent pas quatre?* le Pere Malebranche, en diſciple éclairé qui ſait relever ſon Maître, n'eût pas manqué de dire, qu'il y avoit bien de la témérité à mettre ſes propres penſées, ſes raiſonnemens, ſes opi-

*) *Converſations chrétiennes*, p. 182.

Digitized by Google

opinions & ſes erreurs, dans la bouche de Dieu; qu'il y avoit beaucoup de mal-adreſſe à ſe faire inſtruire par la Sageſſe divine, pour ne faire au bout du compte que lui prêter ce qu'on croit ſavoir & ce qu'on ne ſait point; mais ſurtout, Meſſieurs, qu'inſulter tous les Philoſophes par la bouche de Dieu, & les accuſer fauſſement de donner atteinte à ſa puiſſance, tandis qu'on compromet effectivement ſa ſageſſe, juſqu'à lui faire dire des impertinences, eſt tout au moins un travers bien ſingulier. Mais n'inſultons point nous autres à cette lourde chûte du Pere Malebranche: il n'y a perſonne qui, en s'échauffant contre de prétendus impies, ne tombe dans de pareils travers; & ſans s'être fort échauffé, notre grand Leibnitz a dit de ſang froid pis que cela ſur cette matiere. Nous le verrons dans peu: reprenons le fil de ma ſeptieme Section.

„Je vois des gens qui tiennent pour bonnes preuves, qu'un „Etre *ſimple* vient de rien, & que par lui-même il ne ſeroit rien, les „changemens-mêmes de cet Etre, ſes variations, en un mot ce „qu'on appelle ſa *Contingence:* c'eſt une raiſon que j'avoue que je ne „puis ſentir.

„Car, ou la cauſe qui m'aura donné l'Etre, change; ou elle „ne change point. Si elle change, elle aura dû comme moi, venir „de rien, & ainſi à l'infini. Si elle ne change point, comment me „donne-t-elle l'Etre ſans changer? Comment eſt-elle la même, quand „elle veut me donner, & quand elle ne veut pas encore me donner „l'Etre? Le paſſage du non-vouloir au vouloir n'eſt-il pas un chan„gement en elle? Ou veut-elle & ne veut-elle pas tout à la fois, ſans „paſſage, ſans ſucceſſion? Incompréhenſibilité pour expliquer une „incompréhenſibilité!

„Si donc il y a une cauſe créatrice, je ne puis la concevoir, „*d'une part que comme incréée, & de l'autre cependant, comme ſuſcep„tible d'une ſorte de variation:* variation, quand c'eſt moi qu'elle crée, „ou quand c'eſt un autre; variation, quand elle me crée, ou qu'elle „ne me crée pas encore. Ainſi la variation n'eſt preuve par elle-même

Digitized by Google

„me que d'une contingence modale, & non d'une contingence du „fond de l'Etre.

„Eh bien! ce ne ſera point la variation par elle-même, mais „la variation jointe à l'imperfection, qui ſera preuve de la contingence „eſſentielle, ou ſubſtantielle, des Etres: autre raiſon que j'ai encore „le malheur de ne point ſentir.

„Un Etre eſt imparfait, ſujet à la miſere; miſérable même: „donc c'eſt, dit-on, un Etre tout parfait & très bon, qui l'a créé; „c'eſt-à-dire, qui l'a fait paſſer de l'apathie du néant à ce dangereux „état. La conſéquence ne me paroit rien moins qu'invincible en ſoi. „Il faut que la choſe ſoit ſoutenue par d'autres preuves.

„L'imperfection d'être ſujet au mal, ajoute-t-on, doit être „jointe à l'imperfection de n'exiſter point par ſoi-même. Faux prin- „cipe qui ſe renverſe par pluſieurs raiſons!

„En premier lieu, il ſemble que l'on ſuppoſe tacitement, qu'u- „ne imperfection doit être jointe à telle autre imperfection que ce ſoit; „ce qui n'eſt pas vrai.

„En ſecond lieu, l'on ſuppoſe très effectivement, que ces pa- „roles, *l'imperfection de n'exiſter point*, *ou de n'exiſter point par ſoi-* „*même*, expriment une imperfection poſſible; ce qu'on ne prouve „point, & ce que je défie de pronver.

„En troiſieme lieu, je doute qu'exiſter, fût-ce par ſoi-même, „ſoit une perfection. Eſſentiellement heureux, oui. Eſſentiellement „malheureux, non. Balotté entre le bonheur & le malheur, je n'en „ſais rien.

„En quatrieme lieu, à ſuppoſer qu'exiſter, & exiſter par ſoi „même ſoit une perfection; eſt-ce que la poſſibilité, ou la non-ré- „pugnance des attributs n'eſt pas une perfection? Cependant elle ap- „partient en propre à l'Etre, même borné, même imparfait, ſans „qu'aucune cauſe l'en gratifie.

„En

Digitized by Google

„En cinquieme lieu, puiſque l'on convient que les eſſences des „Etres n'ont point beſoin de cauſe, je voudrois qu'on me fît enten„dre pourquoi les exiſtences en ont beſoin, des exiſtences imparfai„tes, d'une cauſe toute parfaite; des exiſtences miſérables, d'une „cauſe pleine de bonté!

„En ſixieme lieu, la perfection morale de ſe déterminer au „bien eſt ſans comparaiſon plus grande que la perfection vague & mé„taphyſique d'une exiſtence auſſi imparfaite que la mienne. Cepen„dant ma conſcience me dit que j'atteins quelquefois la premiere; „qu'un autre ne fait pas tout en moi. Quelle impoſſibilité y auroit-il „que j'euſſe la ſeconde? la ſeconde, qui eſt beaucoup moindre?"

Vous ne trouverez, Meſſieurs, aucune contradiction, je l'eſpere, entre *cette légere prétention à des actes vertueux*, & ce que j'ai déclaré ci-deſſus, *que je ne revendiquois que mes mauvaiſes actions; que le moindre ſentiment de Vertu vient de Dieu.* On ſent dans quel eſprit ces choſes ſont dites.

„Enfin, en ſeptieme & dernier lieu, une choſe m'effraye dans „la ſuppoſition d'une cauſe créatrice. *Un pouvoir qui n'eſt point ſubor„donné à des moyens!*

„Qui de rien peut faire quelque choſe, pourroit de quelque „choſe faire un Etre heureux, ſans le ſecours d'aucun moyen.

„Qui de rien peut faire quelque choſe, pourroit de ce même „rien faire quelque choſe d'incomparablement plus parfait; ne fût-ce „qu'au point de perfection où tout Etre ſeroit content.

„La cauſe créatrice n'eſt aſſujetie à aucun moyen. Rien ne la „gêne; & elle ne nous fait que ce que nous ſommes.

„Ce qu'il y a de plus accablant, les eſſences-mêmes ſe prê„tent à elle. Par mon eſſence, à moi appartenante, & qui ne doit „rien à la premiere cauſe, je ſuis ſuſceptible de cent mille millions de „degrés de béatitude, & ainſi à l'infini: & la premiere cauſe ne fait de „moi que ce qu'elle a fait!

„N'é-

„N'étant encore un coup *aſſujettie à aucun moyen*, qu'eſt-ce „qui l'arrête? . . .

Toute la Section ſe termine à ce ſentiment, à cette exclamation douloureuſe, qui me mene à examiner dans la ſuivante *l'idée de Dieu.*

„Y auroit-il donc en vous, ô mon Dieu, un défaut de bon„ne volonté?"

Hé non, Meſſieurs! mais c'eſt que nous avons de ſa toute-puiſſance une très fauſſe idée. Nous l'étendons au delà des poſſibles: créateurs nous-mêmes, nous créons en ſa faveur des régions infinies de poſſibles. Et, en vérité, notre déſintéreſſement eſt grand: car nous n'en ſommes pas mieux de joindre une pareille puiſſance à la toute-bonté; elle n'en fait aucun uſage, & cela dépoſe contre nos chimeres. Approfondiſſons donc d'avantage cet important point de vue.

Par notre eſſence, vous dis-je, *à nous appartenante, & qui ne doit rien à la premiere cauſe*, chacun de nous, Meſſieurs, & des infinités d'infinités d'Etres comme nous, chacun de nous eſt ſuſceptible des plus hauts degrés de béatitude à l'infini. Mais, ainſi que je l'ai remarqué dès le commencement de cette lecture, *nous n'avons de nous-mêmes le bonheur qu'en poſſibilité:* en réalité, c'eſt, ou le néant, ou la miſere; le néant, ſelon ceux qui admettent la création abſolue; la miſere, ſelon moi, qui ne crois Dieu Créateur que de l'ordre, & du bien qui en réſulte. Le béatitude n'eſt donc *de notre fond*, dans l'une & dans l'autre Hypotheſe, *qu'en poſſibilité*, & rien de plus. Il faut la toute-puiſſance, la toute-ſageſſe, & la toute-bonté, c'eſt-à-dire, qu'il ne faut pas moins que Dieu tout entier, pour nous y conduire. Dieu s'y refuſe-t-il? Non, dans mon Syſteme, propre à remplir le coeur d'autant de conſolation que d'amour. Dieu déploye, ſur chacun de nous, à chaque inſtant, tout ce que l'eſſence d'*Agens réels* préſente de poſſible à la toute-puiſſance, à la toute ſageſſe, & à la toute-bonté, pour l'inſtant où nous ſommes. Quelle plainte, quel reproche pourrions-nous lui faire? En ſommes-nous mieux depuis une éternité, dira-t-on? Sans doute nous ſommes mieux: nous ſommes

Digitized by Google

mes avancés vers le bonheur par des degrés lents, mais auſſi rapides qu'il étoit poſſible, & qui peuvent de jour en jour devenir plus rapides dans des progreſſions inaſſignables; ſi nous rétrogradons, c'eſt notre faute. Mais quand nous ne ſerions pas mieux; & fuſſions-nous même éternellement miſérables, n'eſt ce rien que de n'avoir pas ces motifs d'une haine exécrable contre Dieu? *Nous ne lui demandions pas l'exiſtence, & il nous l'a donné! Il ne tenoit qu'à lui de nous la donner ſans riſque, & il nous l'a donnée avec la pleine connoiſſance du ſort qui nous attendoit? Il auroit pû nous créer dans la modification du bonheur, & nous y maintenir; & il ne l'a pas voulu! La toute-puiſſance, aſſez grande pour créer, n'étoit-elle pas aſſez grande pour une choſe auſſi facile? La toute-bonté, qui agit de la ſorte envers pluſieurs, n'étoit-elle pas la toute-bonté pour agir de même envers tous?*

Non non, encore une fois, Meſſieurs: la juſtice & la bonté de Dieu, ſelon moi, ne laiſſent pas à des criminels de ſi juſtes ſujets de plaintes dans leur déſeſpoir. Mon Hypotheſe fait disparoître juſqu'à la moindre trace de ces ſcandales. Mais que l'Hypotheſe contraire eſt déſolante; & qu'elle a réduit à d'étranges extrémités les plus grands Génies que nous connoiſſions! Qu'on demande à Deſcartes, à Paſcal, à Nicole, au Docteur Arnaud, au Docteur Clarke, au Pere Malebranche, à Locke, à Neuton, à notre grand Leibnitz enfin; (c'eſt lui qui va nous répondre dans un inſtant;) demandez-leur pourquoi Dieu n'a pas fait de chacun de nous, & de tout ce qu'il y a d'Etres intelligens poſſibles, autant de Chérubins fixés à l'état de béatitude? Tous croyent qu'il n'a tenu qu'à Dieu de le vouloir; l'effet alloit ſuivre: & même Locke y ajoute encore libéralement tout ce qu'il y a d'Atomes matériels, dont il penche fort à croire que Dieu pourroit faire autant d'intelligences du premier ordre. Pourquoi donc Dieu ne l'a-t-il pas fait? C'eſt qu'il ne l'a pas voulu. Et pourquoi ſa toute-ſainteté & ſa toute-bonté ne l'ont-elles pas voulu? Les uns, pour toute réponſe, vous demandent à leur tour; pourquoi Dieu n'a pas fait autant de Démons, que vous prétendez lui faire faire de Chérubins?

Digitized by Google

bins? Ils vous ſoutiennent que Dieu le pouvoit, ſans déroger aucunement à ſes perfections; & que les Créatures ſont encore bien en reſte avec ſa toute-bonté, de ce que ce n'eſt pas là ce qu'elle a voulu faire. Les autres vous diſent que toutes les perfections divines veulent être ſatisfaites, que la juſtice veut des malheureux, & qu'il ne paroit pas qu'elle ſoit auſſi facile à contenter ſur ſon partage, que la bonté. D'autres, plus humains, vous diſent que Dieu n'a proprement en vue que de faire des bienheureux; mais que l'eſpece coûte, & qu'on ne peut l'acheter trop cher: il entre dans les ingrédiens du bonheur la perſpective d'une infinité de crimes & de miſeres, & ils ont calculé que pour chaque bienheureux du Paradis il faut quelques millions d'Energumenes dans le lieu voiſin. D'autres encore vous diſent que Dieu dans ſes oeuvres ſe propoſe ſurtout la ſimplicité, & les voyes les plus générales, celles où il y a le moins d'exceptions. Or ils ſe perſuadent fort bizarrement, qu'il ſeroit moins ſimple à Dieu, que ce ſeroit quelque choſe de moins général, & où il y auroit plus d'exceptions, de ne créer que des Anges, d'avoir fait de chacun de nous des Anges, des Eſprits heureux par la contemplation de Dieu, que de fabriquer le Monde que nous voyons. Tâchez de concevoir cela, ſi vous pouvez; c'eſt l'opinion du Pere Malebranche. Les derniers enfin, après avoir eſſayé de toutes ces raiſons, & les avoir aſſez goûtées, ſi ce n'eſt peut-être la premiere, croyent trouver le vrai noeud de l'affaire. La découverte eſt ſublime. C'eſt que l'Etre tout-parfait *aime ſouverainement la Diverſité;* l'Uniformité lui déplaît, fût-ce l'Uniformité de vertu, l'Uniformité de raiſon, & bien plus par conſéquent l'Uniformité de bonheur dans ſes Créatures. Sa ſageſſe en ſeroit bleſſée: un Dieu qui ne mettroit que cela dans ſon Monde! C'eſt un Midas qui ne fait que de l'or.

Que dites-vous, Meſſieurs, du ſtyle de ces dernieres phraſes? Je n'en ſuis pas en peine: ſachez que c'eſt votre Leibnitz qui vous parle, & que je l'adoucis beaucoup. Il faut l'écouter lui-même. C'eſt dans ſa *Théodicée* §. 124: il veut répondre à cette objection de

Bayle.

Digitized by Google

Baile: *Le plus grand amour qu'un Prince puiſſe témoigner pour la vertu, eſt de faire, s'il ſe peut, qu'elle ſoit toujours pratiquée ſans aucun mêlange de vice. S'il lui eſt aiſé de procurer à ſes ſujets cet avantage, & que néanmoins il permette au vice de lever la tête, ſauf à le punir enfin après l'avoir toléré longtems; ſon affection pour la vertu n'eſt pas la plus grande qu'on puiſſe concevoir; elle n'eſt donc pas infinie.* Mr. de Leibnitz commence par dire, d'un ton de mauvaiſe humeur, *qu'il ſe laſſe* de répondre toujours aux mêmes choſes. Enſuite il refait la réponſe banale qu'il a déjà faite, *que, puisque Dieu a permis le Vice, il faut bien que ce ſoit le mieux.* Cette réponſe, qui ſuppoſe que Dieu pouvoit ne pas permettre le vice, eſt bonne contre Bayle, lequel ne s'embarraſſant de rien, & ne cherchant qu'à tout brouiller, convient de tout avec tout le monde, fait l'Orthodoxe rigoureux, appuye tous les dogmes, & ne cherche au bout du compte qu'à les mettre aux priſes enſemble. Vis-à-vis de moi cette réponſe ne vaudroit rien, mais ce n'eſt pas ce dont il s'agit. Le génie de Leibnitz s'évertue pourtant enfin, &, malgré ſa laſſitude, veut donner une réponſe plus préciſe. Or la voici. „L'affection de Dieu pour quelque choſe créée que ce ſoit „*eſt proportionnée au prix de la choſe.* La vertu eſt la plus noble qua„lité des choſes créées, mais ce n'eſt pas la ſeule bonne qualité des Créa„tures, *il y en a une infinité d'autres* qui attirent l'inclination de Dieu. „De toutes ces inclinations réſulte le plus de bien qu'il ſe peut; & il ſe „trouve *que, s'il n'y avoit que vertu, s'il n'y avoit que Créatures raiſon„nables, il y auroit moins de bien.* Midas ſe trouva moins riche, „quand il n'eut que de l'or. Outre que *la ſageſſe doit varier.* Multi„plier uniquement la même choſe, quelque noble qu'elle puiſſe être, ce „ſeroit une ſuperfluité, ce ſeroit une *pauvreté.* Avoir mille Virgiles „bien reliés dans ſa Bibliotheque, chanter toujours les airs de l'Opéra „de Cadmus & d'Hermione, caſſer toutes les porcelaines pour n'a„voir que des Taſſes d'or, n'avoir que des boutons de diamant, ne „manger que des perdrix, ne boire que du vin de Hongrie ou de „Schiras; appelleroit-on cela raiſon?"

Digitized by Google

Au nom de Dieu, Meſſieurs! . . . Oui, je l'avoue; à ſe ſentir ſur un Deſcartes, un Malebranche, un Leibnitz, des avantages auſſi decidés, que ceux que j'ai dans cette controverſe, il n'eſt pas poſſible qu'il ne s'éleve dans le coeur des mouvemens de préſomption. Mais, lorsque rentrant en ſoi-même, on reconnoit ſincérement, & ſans fauſſe modeſtie, la ſupériorité prodigieuſe de ces grands hommes, on ne peut que demeurer convaincu, qu'apparemment on a le bonheur d'avoir quelques préjugés de moins, & de tenir entre ſes mains une cauſe triomphante. Qu'on eſt fort avec la Vérité! & qu'on eſt foible, avec tout le talent poſſible, quand ce n'eſt qu'une erreur & une contradiction palpable que l'on défend! Vous le voyez dans un génie tel que Leibnitz. Y a-t-il miſere au deſſous de l'indigne réponſe que vous venez d'entendre? Quoi? ce ſeroit la même choſe à Dieu, de ne voir que des heureux autour de lui, en lui & par lui, qu'à un gourmet de ne boire que des mêmes vins; à un Apicius de ne manger que des mêmes viandes; à un Tigellius de ne fredonner que les mêmes airs; à un Donat de n'avoir que des Virgiles dans ſa bibliotheque; ou à un Midas de ne faire que de l'or? Mais, quelque ſoif inſatiable qu'un Midas eût de l'or, il avoit d'autres beſoins, & le ſentit bien. La toute-bonté a-t-elle d'autre ſoif & d'autre beſoins que de faire des heureux? Un homme fou de Virgile, comme Me. Dacier l'étoit d'Homere, ne trouveroit pourtant pas plus de délices à en avoir un millier qui feroient toute ſa bibliotheque, qu'à en avoir une douzaine, ou une vintaine, répandus dans ſes appartemens & dans ſes différens habits pour la commodité. Mais l'infinie bonté ne ſeroit-elle pas plus ſatisfaite, ſi d'un mot elle avoit changé chaque Monade d'un univers ſans bornes en une Intelligence unie à Dieu, occupée de Dieu, brulante d'amour & de reconnoiſſance dans le ſein de Dieu? *Cela s'appelleroit-il raiſon*, dit Mr. de Leibnitz? C'eſt-à-dire que, ſelon lui, *cela s'appelleroit Folie?* Manie de faire des Etres vertueux! Hé fi! toujours de la vertu! *La ſageſſe doit varier.* La vertu eſt fort bonne; mais il y a *une infinité de qualités* dans les Créatures, *qui attirent l'inclination de Dieu.* C'eſt beaucoup, Meſſieurs, *qu'une infinité!* Nous attendions-

nous

Digitized by Google

nous à tant de richeſſes? Quelle *pauvreté*, ſi nous n'avions que de la vertu, & les qualités qui ſubſiſtent avec la vertu? Quelle perte que celles qui ſont ſi bien incompatibles avec la vertu, & ſi précieuſes cependant, qu'il faut ſacrifier l'exiſtence d'une infinité d'Etres vertueux, y ſubſtituer celle d'une infinité d'Etres bruts ou méchans, pour ne pas *appauvrir* le meilleur des Mondes? *La ſageſſe doit varier!* Admirons la fécondité de ce Principe. C'eſt-à-dire qu'il faut que toutes les eſpeces & que toutes leurs nuances exiſtent, pour plaire à la ſageſſe divine. Mais les eſpeces les plus vicieuſes ſont juſtement celles qui ſont en plus grand nombre, & qui abondent le plus, comme nous voyons qu'il n'y a qu'un Triangle équilatéral, une infinité d'Iſoſceles, & une infinité d'infinités de Scalenes; un quarré, une infinité de Parallélogrammes, & une infinité d'infinités de Quadrilateres; un Cercle, une infinite d'Ellipſes, & une infinité de Courbes barroques; &c. Voilà donc la porte ouverte à des infinités d'infinités de maux pour le moindre bien; en voilà la ſource conſolante dans la prédilection de la Sageſſe divine pour la *Variété*, à qui elle n'héſite point de ſacrifier juſqu'à la vertu-même. Nous voyons auſſi, que c'eſt avec peu de bonne foi, que Leibnitz parle en cent endroits de ſa *Théodicée* de la quantité du mal qui eſt dans le Monde. Il a là deſſus des expreſſions & un ſang froid qui impatientent; *une bagatelle*, *un inconvénient*, *un vice léger*. Quelquefois même, à l'entendre, il ſemble qu'il n'y ait de maux que *ſur cette petite terre*, *dans ce petit coin*, & que tout ne ſoit que Félicité, Vertu, Raiſon, dans les grands Eſpaces qui nous environnent: ce qui n'en ſeroit pas faire l'éloge; nous ſerions le morceau brillant de l'univers à ce compte, & l'objet des complaiſances de la Sageſſe. *La ſageſſe doit varier!* C'eſt donc à dire que la ſageſſe doit prendre plaiſir à voir réaliſer les Sardanapales & les Nérons, & toutes les nuances des crimes. La juſtice en prend enſuite à torturer les criminels; ce qui fait encore ſpectacle. Enfin la pauvre vertu, ſpectacle aſſez uni, ſe trouve auſſi là à titre de variété. J'aurois cru, pour moi, que la ſageſſe ou la toute-ſcience très ſatisfaite de voir en poſſibilité tant d'horreurs qui menacent les Etres, le ſeroit encore plus de

Digitized by Google

de n'en réaliſer aucune. J'aurois cru qu'en rempliſſant de la vertu des Anges les ames des Nérons-mêmes & des Sardanapales, la juſtice divine trouveroit des exercices aſſez doux, pour ne ſe pas plaindre de demeurer oiſive. Et quant à l'infinie bonté, à la toute-bonté, qui n'a garde de tolérer le crime, puiſque le crime ne ſubſiſte qu'au milieu des maux; à l'égard, dis-je, de la toute-bonté, par laquelle ſeule Dieu eſt adorable, j'aurois cru que tout lui étoit ſubordonné dans un Dieu, Meſſieurs, dont le nom eſt AMOUR.

Ces idées ſont belles & raviſſantes: au contraire celles de Leibnitz, de Malebranche, de Deſcartes, & des autres, ſont affreuſes & déſeſpérantes. Mais, me crie-t-on ſans ceſſe, le fait eſt pour eux, & contre vous; le fait vous condamne, tout au moins de témérité.

Qu'entendez-vous par le fait, Meſſieurs? Le fait eſt que nous ſommes très éloignés de la ſainteté & du bonheur des Anges. Le fait eſt que la Terre regorge de crimes & de maux, & qu'il eſt à parier qu'il en va de même, ou fort à peu près, des autres Planetes dans ces eſpaces immenſes qui nous environnent. Telle eſt la nature des choſes, qu'effectivement il regne une variété malheureuſe, qui fait que tous les degrés, ou ont exiſté, ou exiſtent, & que par conſéquent le mal ſurabonde, au moins des tems infinis. Mais le fait eſt-il que la Sageſſe divine ſe complaiſe dans cette variété ſi peu analogue à la vertu; dans cette nature méchante & vicieuſe? Le fait eſt-il que ce ſoit la Sageſſe divine qui ait rendu cette nature réelle, tandis que l'on convient que ce n'eſt point elle qui l'a rendu poſſible? Le fait, le fait eſt-il que la ſageſſe ait craint de *s'appauvrir* par une ennuyeuſe uniformité; qu'elle ait craint d'agir en *Midas* en changeant tous les Etres de cette Nature, juſqu'aux Nérons-mêmes & aux Sardanapales, en des Etres ſaints & vertueux? Ou plûtot, le fait n'eſt-il pas que la Sageſſe tend à cette bienheureuſe uniformité, en nous ordonnant à tous, *de nous rendre parfaits, comme notre Pere céleſte qui eſt parfait?* Leibnitz oſeroit-il dire que la ſageſſe ſait bien que nous n'en ferons rien, & que nous ne lui ôterons pas les plaiſirs de la Variété? C'eſt l'effroyable conſéquence de ſon principe.

En

Digitized by Google

En voici une autre qui ne vaut pas mieux. Comment Leibnitz entend-il que la Sageſſe divine s'appauvriroit en ne donnant l'être qu'à des Créatures vertueuſes & raiſonnables? On peut l'entendre de deux manieres. L'une qui eſt celle que nous avons ſuppoſée juſqu'à préſent; ſavoir que Dieu fît en effet des Anges de tous tant que nous ſommes, en ſorte qu'il y eût dans le monde le même nombre d'Etres & les mêmes Etres, élévés à la dignité d'Anges: mais la variété ſichere à la Sageſſe divine ſeroit perdue; *ce ſeroit une pauvreté*, une miſére, ſelon Leibnitz. L'autre maniere eſt de dire, qu'il n'y auroit preſque point d'Etres dans le monde, s'il n'y en avoit que de vertueux & de raiſonnables, parce que Dieu ſeroit obligé de ne point créer les autres, vû qu'il eſt impoſſible à ſa toute-puiſſance même *d'en faire d'autres Etres que ce qu'ils ſont.* Sans exclurre la premiere maniere, fondée ſur l'antipathie eſſentielle de la Sageſſe pour toute uniformité, même de vertu & de raiſon, on voit, par la ſuite de la *Théodicée*, que c'eſt de cette derniere façon que Leibnitz a dû l'entendre. Cette façon ſembleroit d'abord moins abſurde ſi elle excluoit l'autre; mais elle ne l'exclud point, & de plus examinons la bien; nous trouverons qu'elle n'eſt pas moins abſurde.

Après bien des tours & des détours, & bien des raiſonnemens étranges, pour expliquer pourquoi nous n'avons pas tous été créés ſaints & vertueux, ou en vient donc à dire *que la toute-puiſſance ne l'a pas pû.* Que n'en venoit-on là tout de ſuite? Mais Leibnitz y vient, Meſſieurs, par une raiſon bien différente de la mienne. Il croit qu'il eſt abſolument impoſſible à la toute-puiſſance de nous faire autres que nous ne ſommes; & moi, je crois qu'il lui eſt ſeulement impoſſible de le faire d'un mot, ou d'un acte de volonté, parce qu'il y faut du tems & des moyens. La véritable raiſon, ſelon Leibnitz, pourquoi Dieu ne nous a pas tous fait des Anges, c'eſt que ce ne ſeroit plus nous, ſi c'étoient des Anges; comme ce ne ſeroit plus Sextus Tarquin, mais un autre Etre d'un autre Monde, ſi Sextus Tarquin eût évité de retourner à Rome, de peur dy commettre le crime dant l'Oracle l'avertiſſoit. C'eſt bien là ce qui s'appelle montrer la corde,

Digitized by Google

corde, & convenir, malgré qu'on en ait, de ce Fataliſme qu'on s'efforce de pallier. Quoi! Dieu lui-même ne peut pas changer la ſuite des modifications d'un Etre, ſous en faire un autre Etre d'un autre Monde, c'eſt-à-dire, ſans anéantir ce Monde & en faire un autre! Et vous nous prêchez de redreſſer nos voyes, & de nous élever à la ſtature de Chriſt! La plaiſanterie eſt bonne! Vous prêchez aux triangles ſcalenes de ſe redreſſer, & de ſe rendre au moins iſoſceles; s'ils ne peuvent atteindre à la perfection de l'équilatéral. Vous prêchez à une ſérie de changer la ſuite de ſes termes; & ſi elle la change, vous lui ſoutenez que ce n'eſt plus elle, que c'en eſt une autre. Je ſais ce que répond à cela l'Ecole Leibnitienne. Chaque ſérie a ſa loi: la loi de l'une eſt de parler, celle des autres eſt d'aller leur train; c'eſt le ton harmonique de l'Univers.

O que je ſuis loin d'un pareil ſyſteme! Je crois que chacune de nos Ames, Etre ſimple, eſt ſuſceptible, non ſeulement d'une infinité de modifications différentes qui ſe ſuccedent à l'infini, mais encore d'une infinité de ſuites différentes de modifications. De toutes ces ſuites une ſeule exiſtera, mais chacune pourroit exiſter; & ce ſeroit cependant la même Ame, pour le fond, la même Monade, le même Etre ſimple; & non un autre. Si je n'euſſe jamais quitté Paris, & que je n'euſſe point eu l'honneur de venir parmi vous, Meſſieurs; nous n'en ſerions pas pour cela, vous & moi, d'autres Etres d'un autre Monde. Ce Monde, ſi l'on veut, n'eut plus été le même Monde, ſi par un tel Monde ou entend préciſément une telle diſpoſition du compoſé. Je ne veux point diſputer des termes. Mais ce Monde eut été le même Monde, en ce qu'il eût été compoſé des mêmes Etres: & les Etres euſſent été les mêmes, parceque l'eſſence de chacun de nous, le fond de notre Etre fût demeuré, quoique les modifications accidentelles en euſſent été fort différentes. Il faut convenir de cela, ſi l'on ne veut bouleverſer les Notions de la terre entiere, & ſe moquer du Genre humain. Ceci poſé, je commence par vous dire que j'entens par ſainteté, & ſainteté d'un Ange, celle d'une Intelligence unie à Dieu,

voyant

Digitized by Google

voyant Dieu face à face, & pénétrée par cette vue du plus tendre amour & de la plus vive reconnoiſſance. Je vous demande : la Monade, l'Etre ſimple, l'Ame de chacun de nous, eſt-elle ou n'eſt-elle pas ſuſceptible de cette modification? Si mon Ame n'en eſt pas ſuſceptible, & que Dieu ne la lui puiſſe donner ſans que ce fût dès-lors une autre Ame que la mienne, une autre ſérie eſſentiellement différente, *un autre Sextus Tarquin*, un Etre d'un autre Monde; que dis-je? ſi, pour donner cette modification à un Etre, ſemblable à moi en apparence par les premiers termes de ſa ſérie, mais au fond très différent, il ne faudroit pas moins qu'anéantir ce Monde avec moi, & en faire un autre; vous vous moquez bien cruellement, & de moi, & du Genre humain, en parlant des ſaintes eſpérances du Chriſtianiſme. Il faut donc convenir que l'Ame de chacun de nous eſt ſuſceptible de cette modification de ſainteté. Donc, s'il exiſte en Dieu une puiſſance créatrice qui n'ait qu'à vouloir, & qui agiſſe ſur le néant même ſans être aſſujettie à aucun moyen, il a été facile à Dieu de créer l'Ame de chacun de nous avec cette modification de ſainteté. Dieu ne l'a point fait: cela ne me fait pas naître le moindre doute, ni ſur la toute-puiſſance, ni ſur la toute-bonté de cet Etre ſupreme. Je demeure convaincu, que Dieu peut réellement tout ce qui eſt poſſible, & qu'il veut ſérieuſement & efficacement tout le bien poſſible; mais je crois qu'il ne le peut & ne le veut que de la façon dont il eſt poſſible. Le ſeul doute légitime qui puiſſe me venir eſt donc ſur l'idée du poſſible; & c'eſt à quoi ſe réduit encore un coup, Meſſieurs, toute la queſtion, ainſi que je l'ai dit d'abord.

Le doute même ne tombe pas proprement ici ſur le poſſible, mais ſur la maniere du poſſible. Car nous ne pouvons douter que la modification dont il s'agit ne ſoit poſſible, puiſque les ſaintes Ecritures nous la montrent en perſpective, & nous ordonnent d'y arriver. Mais nous diſent-elles que Dieu ait pû nous donner à tous cette modification dès le premier inſtant de notre exiſtence, & qu'il ne l'ait pas voulu? Les ſaintes Ecritures ne nous diſent-elles pas au contraire, le plus clai-

clairement & le plus positivement du monde, que c'est à nous d'agir pour arriver à la perfection avec le secours de la Grace? De là n'avons-nous pas lieu de conclurre que la bienheureuse modification que Dieu ne nous a pas donnée, ne se peut acquérir que par *des Agens, & des Agens très réels;* que c'est la seule maniere dont elle est possible? Il est vrai que, si l'on prend au sens rigoureux & absolu ce que l'Ecriture dit de la Création, on ne peut se défendre d'une conclusion toute différente. Dieu aura pû nous créer tous aussi saints en un instant, que nous le pouvons jamais être après un siecle de risques & de misères; & sa bonté infinie ne l'aura pas voulu! Mais cela-même n'est-il pas un motif très légitime de douter du sens de quatre ou cinq passages, que des Théologiens orthodoxes du premier ordre assurent pouvoir signifier le contraire? Et quand ces passages ne pourroient pas signifier le contraire, n'est-ce point ici le cas, ou jamais, de cette grande regle de l'Interprétation; *ne point trop prendre au pied de la lettre, ce qui pris au pied de la lettre a des conséquences fâcheuses.* C'est donc au bon sens, c'est à la raison à nous apprendre, si la qualité d'*Agens réels* & celle de *Créatures au sens absolu* sont contradictoires, ou non. Voici une Analyse toute neuve, & digne, si je ne me trompe, de votre attention: je vous supplie, Messieurs, de me l'accorder; je soumets le tout à vos lumieres.

Si le fond de notre Etre a eu besoin une fois d'un acte de la toute-puissance qui le tirât du néant, il a besoin du même acte à chaque instant pour n'y pas retomber. Ainsi la foule des Théologiens, & des Philosophes qui admettent la création, a grande raison de dire, *que la conservation n'est & ne peut être que l'acte de la Création réitéré à chaque instant.* Chaque acte de la Conservation est donc un acte de Création, non au sens que la création donne l'Etre à ce qui ne l'a point, mais au sens qu'elle donne l'Etre à ce qui ne l'auroit point de soi-même. Dans le premier acte de la Création Dieu n'est aidé de rien; & dans chaque acte de la conservation Dieu n'est pas plus aidé de l'existence antécédente. Mais aussi l'existence antécédente n'aide pas plus

Digitized by Google

la Créature à ſe modifier elle-même à chaque inſtant quelconque, qu'au premier inſtant de ſon être. Suivons la Créature d'inſtant en inſtant depuis le premier, comme j'ai fait il a dix ans, dans mes *Penſées ſur la Liberté;* nous n'y trouverons abſolument rien que Dieu n'y ait mis. La force de cette vérité eſt telle qu'elle a contraint la plûpart des Théologiens, & bien des Philoſophes, à prononcer, quoiqu'avec aſſez de répugnance, que la Créature *peut agir, mériter & démériter, dès le premier inſtant indiviſible de ſa création, dans le paſſage même du néant à l'être.* En effet, ſi elle ne peut pas agir dès ce premier inſtant, elle ne le pourra pas davantage dans le ſecond, ni dans les autres; & ſi elle le peut dans les autres, elle le peut dès le premier. Mais qu'elle le puiſſe dans aucun, c'eſt ce qui eſt inſoutenable, à commencer par le premier.

Y a-t-il, Meſſieurs, contradiction plus manifeſte dans les termes que de prétendre, *qu'un Etre ſoit créé à l'inſtant qu'il ſe modifie ſoi-même, ou qu'il ſe modifie ſoi-même à l'inſtant qu'il eſt créé?* On convient que tout ce qui exiſte, eſt *déterminément tel;* rien d'indéterminé n'exiſte. Dieu crée un Etre: il le crée donc *tel;* ou, pour éviter toute équivoque, cet Etre exiſte dès cet inſtant avec telles & telles déterminations. Je vous demande: toutes les déterminations de cet Etre, outre l'exiſtence, viennent-elles de Dieu? Ou aucunes de ſes déterminations, excepté l'exiſtence, ne viennent-elles de Dieu? Ou enfin quelques-unes viennent-elles de Dieu, & quelques-unes de l'Etre-même? Si toutes viennent de Dieu, Dieu a donc tout fait, & l'Etre rien: l'Etre ne s'eſt point modifié lui-même, l'Etre n'a point agi. Si aucunes ne viennent de Dieu excepté l'exiſtence, Dieu en créant n'a donc fait qu'un Etre indéterminé, c'eſt-à-dire un Rien; & c'eſt cet Etre indéterminé, ce Rien, qui a tout fait en ſoi; c'eſt ce Rien qui s'eſt modifié ſoi-même, c'eſt rien qui a agi. Quelques déterminations viennent-elles de Dieu, & les autres viennent-elles de l'Etre? Alors je vous demande de nouveau: les déterminations qu'on dit venir de l'Etre, ont-elles pour cauſes celles qu'on

qu'on dit venir de Dieu, ou ne les ont-elles pas pour cauſes? En ſont-elles produites, ou n'en ſont-elles pas produites? Si elles ne les ont pas pour cauſes, elles n'ont donc, (vû que nous ſuppoſons cet Etre ſeul vis-à-vis de Dieu,) elles n'ont, dis-je, pour cauſes que la partie indéterminée de l'Etre, le Rien. Il n'eſt pas plus poſſible que la partie indéterminée de l'Etre, le Rien, ſe donne quelques déterminations, qu'il n'eſt poſſible que le tout indéterminé de l'Etre ſe les donne toutes. . Je concevrais auſſi aiſément que l'Etre qui n'eſt point ſe créât lui-même. Reſte donc enfin que les déterminations qu'on dit venir de l'Etre ayent pour cauſes les déterminations qu'on dit venir de Dieu. C'eſt le parti qu'on prend, & ce n'eſt pas le moins déraiſonnable, puiſqu'il charge Dieu de nos crimes & de nos miſeres, préciſément comme dans le cas où toutes les déterminations viennent de lui. Seulement on y ajoute une contradiction, ou quelque choſe de pis, en ſoutenant que certaines déterminations viennent de l'Etre, lorsqu'il ſaute aux yeux qu'elles n'en viennent point. Car, dans un inſtant individuel, les déterminations qu'on dit venir de Dieu, ne ſont pas des facultés vagues, une faculté vague d'agir, par exemple; mais des modifications actuelles. Des facultés vagues n'exiſtent point; ce ne ſont que de ſimples abſtractions, ce ne ſont point des déterminations. Or des déterminations, des modifications actuelles, ne peuvent produire avec elles, dans le même inſtant où elles exiſtent, que les déterminations qu'elles ſuppoſent, & par lesquelles elles ſont produites auſſi bien qu'elles les produiſent. C'eſt comme les déterminations de l'inégalité, & de telle inégalité des côtés d'un triangle, produiſent dans l'inſtant les déterminations de l'inégalité, & de telle inégalité des angles, & en ſont elles-mêmes produites au même inſtant; parceque dans le fond ni les unes ni les autres ne ſe produiſent, mais qu'elles s'accompagnent. Il eſt donc ſûr que c'eſt Dieu qui crée toutes les déterminations de l'Etre créé; & que l'Etre créé ne s'en donne aucunes, ne ſe modifie, ni n'agit, à l'inſtant qu'il eſt créé: il eſt ſûr que l'Etre n'eſt que paſſif. Nous verrons bientôt que la condition du premier inſtant, du ſecond & du troiſieme, &c. ne peut qu'être exactement la même.

Je

Digitized by Google

Je n'avois point analyſé, Meſſieurs, ce premier inſtant de la création dans mes *Penſées ſur la liberté*. J'avois ſuppoſé, bonnement, qu'il n'y avoit plus perſonne capable de diſconvenir, „que dans ce „premier inſtant il n'y a encore rien dans une intelligence créée qui „puiſſe lui être imputé à mérite & à démérite; rien qui ne ſoit paſſif: „que tout ce qu'elle a en elle, elle ne peut l'avoir que de la main de „ſon Créateur; ſenſations, perceptions, volitions, s'il y en a; en „un mot quelque modification que ce ſoit avec quoi elle eſt créée.“ Mais je me trompois lourdement, & j'étois inexcuſable de ne pas faire aſſez d'attention à ce que doit produire dans les gens le beſoin de leur Syſteme. Il eſt vrai qu'on n'articule pas fréquemment la poſſibilité d'une Créature *péchante & damnable* dès le premier inſtant indiviſible de ſa création; mais il n'y a perſonne qui n'en vienne là, dès-qu'on preſſe un peu les conſéquences. Ce m'eſt une leçon de ne rien ſuppoſer qui ne ſoit expreſſément avoué de ceux à qui je parle. L'inconvénient eſt que cela m'oblige à m'étendre beaucoup plus que je ne voudrois. Hé quoi? les Philoſophes que je combats ne ſe ſont-ils pas étendus, en leur tems, tout à leur aiſe? Malebranche, Leibnitz, Bayle, étoient-ils fort courts, & ne leur arrivoit-il jamais de ſe répéter? Ou trouve-t-on un Baumgarten? C'eſt le Métaphyſicien le plus concis, & avec cela l'un des plus clairs que je connoiſſe: que n'a-t-il travaillé ſur des Principes plus vrais. Mais un Wolff! mais un Locke! ce dernier ſurtout, qui a moins écrit, mais qui eſt à proportion beaucoup plus diffus que le premier! Y a-t-il dans les quarante *in-quarto* de Wolff rien qui exerce & mette à bout la patience du Lecteur, comme le Livre des *Idées innées*, ou le Chapitre *de la Puiſſance*, qui ne ſont qu'une Logomachie & une Battologie perpetuelles? Ce qui me paſſe, c'eſt que les beaux-eſprits de ce ſiecle délicat ſoyent allé puiſer dans les Ouvrages de Locke leur *Matérialiſme*, qui premierement n'y eſt pas, & qui de plus ſeroit acheté bien cher, en vérité, Meſſieurs, s'il y étoit; mais il n'y eſt pas. Locke, très reſpectable à cet égard, & à bien d'autres, a été toute ſa vie ſincérement attaché aux principes du Chriſtianiſme: ſes moeurs auſteres répondoient à ſa croyance; & quant

Digitized by Google

quant à ſa Doctrine, il étoit peut-être plus *ce qu'on appelle Orthodoxe*, c'eſt-à-dire, plus attaché à la lettre, que je ne me pique de l'être en certains points. Combien l'imitation d'un pareil Maître ſeroit plus pénible à ſes prétendus diſciples, que ne me le paroit à moi la lecture de ſon Ouvrage? Revenons.

L'analyſe du premier inſtant de la création nous a convaincus, que tout y ſeroit purement paſſif de la part de la Créature. Pour démontrer la même choſe des inſtants ſuivans, je ne répéterai point ce que j'ai dit là deſſus dans mes *Penſées ſur la Liberté*, quoique le morceau ſoit de la derniere force, & qu'il vînt ici fort à propos. Je veux traiter la choſe d'une façon nouvelle & plus courte, remettant aux perſonnes qui en ſeront curieuſes à confronter les deux manieres . . . . Dieu vient de donner à un Etre, dans le premier inſtant, Meſſieurs, outre l'exiſtence, toutes les déterminations de l'exiſtence; il n'y a laiſſé rien d'indéterminé, parce que rien d'indéterminé n'exiſte. Si c'eſt un corps, Dieu lui a donné une maſſe, une volume, & une figure déterminée. Si c'eſt une intelligence, un eſprit, Dieu lui a donné toutes les modifications, de quelque eſpece qu'elles ſoyent, avec leſquelles il eſt parvenu à l'exiſtence; perceptions, ſenſations, appétitions, & volitions même s'il y en a. De plus, toutes ces modifications déterminées que la bonté ſupreme donne à ſa Créature, ne peuvent être que bonnes, & très bonnes: les perceptions vrayes; les ſenſations, agréables; les appétitions, utiles; & les volitions, parfaitement innocentes. Voilà les fleurs de l'exiſtence d'un Etre créé: & aucun venin n'eſt caché ſous ces fleurs; elles ſont de Dieu. O que nous ſerions heureux, ſi nous étions des Etres créés! ô que la qualité de Créature, & ſa dépendance, ſeroient ſouhaitables, ſi elles étoient dans l'ordre des poſſibles! Qu'on ne diſe point que notre limitation, notre imperfection eſſentielle, ſeroit le venin caché, & le germe de tous les maux. J'avoue qu'il ſeroit contradictoire, que Dieu créât une intelligence ſans aucune limitation, c'eſt-à-dire, égale à lui-même, & indépendante de lui: cela ſeroit contradictoire; car ce qui a eu beſoin d'être

Digitized by Google

tre créé, ayant beſoin de l'être à tout moment, ne peut que dépendre en tout & partout de la cauſe qui lui a donné l'Etre. Mais je ſoutiens qu'il y a limitation & limitation, ou plûtôt qu'il ne faut pas confondre la limitation avec l'imperfection proprement dite. Il n'y a point de Théologiens qui ne conviennent, que l'Ame humaine du Sauveur du Monde n'eſt qu'une Intelligence infiniment limitée à l'égard de la Divinité qui s'y eſt unie, & que cette Intelligence ignore une infinité de choſes qu'elle ignorera toujours. Ne ſeroit-ce pas cependant une expreſſion très mal ſéante, de dire que l'Ame du Sauveur eſt infiniment imparfaite? C'eſt qu'il y a une limitation, qui, quoiqu'éloignée infiniment des perfections divines, ne doit point s'appeller imperfection. Il ne s'y trouve aucun venin caché, aucune pente vers l'erreur, & moins encore vers le crime. Une pareille limitation n'exclud, ni l'impeccabilité, ni une béatitude conſtante. Or ce n'eſt qu'avec une pareille limitation, que je conçois, Meſſieurs, que la toute-bonté créeroit les Etres, s'ils étoient dans le cas d'être créés. Cela eſt-il moins compris dans l'idée nette de la toute-bonté, qu'il ne l'eſt dans l'idée nette de la toute-puiſſance de pouvoir tout ce qui eſt poſſible? Et quant à l'idée du poſſible qui eſt le noeud de la difficulté; oſeroit-on dire que la poſſibilité d'une création, & de la création *d'un Agent libre*, puiſſe ſe mettre dans la balance avec une idée auſſi nette que celle de la toute-bonté? Si donc le fait eſt contraire, & qu'il y ait de la mépriſe quelque part; eſt-ce de ce que nous concevons, ou de ce que nous ne concevons point, que nous devons nous méfier? Eſt-ce de l'idée nette de la bonté, oû de l'idée d'un poſſible extrêmement ſuſpect? Je vous laiſſe la réponſe.

Franchiſſons enfin le premier inſtant, & paſſons au ſecond. Souvenons-nous, Meſſieurs, qu'il n'y a en Dieu, ni diſtractions, ni abſtractions quelconques. Dieu ne peut pas ne plus penſer à l'Etre qu'il vient de créer. Ainſi donc, dans l'inſtant ſuivant, ou Dieu veut, ou il ne veut pas que l'Etre exiſte. Si Dieu ne le vouloit pas, l'Etre n'exiſteroit pas: mais il le veut, & ce vouloir eſt la cauſe unique de l'exiſ-

Digitized by Google

l'exiſtence de cet Etre dans ce ſecond inſtant. C'eſt un acte préciſément de même nature que celui qui précéde; & ſi bien de même nature, que la plûpart des Théologiens ſont d'accord de l'appeller *une Création réitérée.* Mais laiſſons-là, pour éviter toute chicane, ce mot de *Création réitérée;* & diſons, que l'acte du premier inſtant & l'acte du ſecond ſont ſi préciſément de même nature, qu'on les peut comprendre l'un & l'autre ſous la dénomination commune d'*acte qui fait exiſter.* L'un & l'autre *eſt un acte qui fait que l'Etre exiſte*, & qu'il *exiſte tel* en tel ou tel inſtant; le premier dans le premier inſtant, & le ſecond dans le ſecond inſtant. Au premier inſtant, Dieu a voulu que l'Etre exiſtât avec telles & telles déterminations; & l'Etre a exiſté avec telles & telles déterminations, qui venoient toutes de Dieu. Au ſecond inſtant, Dieu veut encore que l'Etre exiſte, & il ne peut pas le vouloir d'une volonté vague. Dieu veut donc que l'Etre exiſte avec telles & telles déterminations; & l'Etre exiſte avec telles & telles déterminations, qui toutes viennent encore de Dieu. Si vous en doûtez, reprenez mot pour mot tout le raiſonnement que j'ai fait ſur le premier inſtant, & donnez-vous la peine de l'appliquer au ſecond. Vous ne trouverez dans la Créature, au ſecond inſtant, ni au troiſieme, ni au quatrieme &c. aucune détermination, aucune qui ne lui vienne immédiatement de la main de Dieu. Cette application eſt démonſtrative, & doit ſeule ſuffire; mais voici une petite ébauche qui la rend encore plus ſenſible.

Ou les déterminations du ſecond inſtant ſont préciſément les mêmes que celles du premier, ou elles ne ſont pas préciſément les mêmes. Si elles ſont préciſément les mêmes, & ſans le moindre changement, cela exclud juſqu'à la ſenſation même de durée qui ſeroit une modification, ou une détermination nouvelle: & ſi Dieu conſervoit, ou recréoit, ou enfin feſoit exiſter, un Etre de la ſorte pendant un million de ſiecles, ce million de ſiecles pourroit ne ſe conſidérer que comme un ſeul inſtant, & il eſt viſible que l'Etre y ſeroit purement paſſif. Suppoſons enſuite que les déterminations du ſecond, du troiſieme,

Digitized by Google

ſieme, du quatrieme inſtant, &c., ne ſont pas préciſément les mêmes, mais qu'elles ne différent que par la ſeule ſenſation de la durée. Quand cela continueroit de la ſorte encore un million de ſiecles, on m'avouera qu'il n'y a encore rien que de paſſif dans l'Etre; à moins qu'on ne veuille ſoutenir que *ſentir qu'on a déjà exiſté* eſt plus une action que de *ſentir ſeulement qu'on exiſte.* Or la ſenſation de l'exiſtence eſt une des déterminations que Dieu a miſes dans l'Etre au premier inſtant. Donc elle eſt toute paſſive: &c. Allons plus loin, & ſuppoſons dans le ſecond inſtant quelqu'autre détermination nouvelle, différente d'une ſimple ſenſation de durée. Suppoſons le plus petit changement poſſible; un plus ou un moins de vivacité, par exemple, dans une perception, ou dans une ſenſation quelconque &c. Comment ne pas voir, que ſi cette modification eſt différente, c'eſt que Dieu la fait différente; que ſi Dieu la feſoit préciſément la même, elle ſeroit préciſément la même; & que par conſéquent ſi elle eſt moins vive, c'eſt que Dieu lui donne un moindre degré de vivacité? Quand nous reprendrions la ſeconde ſuppoſition, celle où Dieu feroit exiſter l'Etre un million de ſiecles préciſément dans le même état, avec la ſenſation de la durée de ce même état, ne craignez pas d'en voir naître le plus léger ſentiment d'ennui ou ſentiment de dégoût. Cela implique. Ne voyez-vous pas qu'un ſentiment de dégoût vient, non de ce que les ſenſations de plaiſir ſont toujours les mêmes, mais bien au contraire de ce qu'elles ne ſont pas toujours les mêmes? Or nous ſuppoſons que Dieu les fait les mêmes. De plus une légere ſenſation de dégoût ſeroit une modification nouvelle, & nous ſuppoſons que c'eſt préciſément le même état que Dieu veut continuer. Mais ſuppoſons-la, cette modification de dégoût; n'eſt-il pas viſible que c'eſt Dieu qui la feroit naître, & qui la feroit naître à propos de rien; dans une pauvre Créature qui n'eſt que paſſive? Que Dieu daigne continuer à ſa Créature, fût-ce des millions de millions de ſiecles, fût-ce toute l'Eternité, préciſément les mêmes modifications qu'elle a eues d'abord; (ce qui eſt poſſible; & ce qui ne lui coûtera pas plus à vouloir toujours qu'à vouloir une fois:) je défie, Meſſieurs, que le moindre dégoût s'y-

s'y trouve. Je défie, par conſéquent, que la porte ſoit ouverte au moindre mal.

Ce que je dis du dégoût, appliquez-le au mécontentement; appliquez-le à la préſomption ou à l'orgueil: ce ſera toujours la même choſe. Je ne puis entrer ici dans un plus grand détail; mais j'oſe vous renvoyer à mes *Penſées ſur la liberté.* Faites-moi la grace de méditer un peu tout le morceau ſur la chûte de l'Ange rebelle, & de me dire ce qu'on y peut répondre. Il n'y a rien de démontré, s'il ne l'eſt pas qu'il implique contradiction qu'une Créature ſe modifie, ni dans le premier, ni dans le ſecond, ni dans aucun inſtant de ſa durée. En un mot, ou la nouvelle détermination du ſecond inſtant a pour cauſes les déterminations qui la précédent & qui l'accompagnent; ou elles ne les a pas pour cauſes. Si elle les a pour cauſes, comme celles-ci viennent toutes de Dieu, & qu'elles n'ont pas la moindre pente au mal, la nouvelle détermination ne peut auſſi que venir de Dieu, & n'avoir pas la moindre pente au mal. Si elle ne les a point pour cauſes, elle pourra ne point venir de Dieu, elle pourra tendre au mal: mais dans un Etre, où la toute-bonté n'a laiſſé, ni dans cet inſtant, ni dans le précédent, rien d'indéterminé, trouvez-moi où il peut y avoir lieu à une détermination nouvelle, bonne ou mauvaiſe? Irons-nous dire avec Leibnitz, *que nous nous modifions au ſens qu'une goutte d'eau s'arrondit d'elle-même?* Mais c'eſt étrangement abuſer des termes; ce qui eſt l'ordinaire de ce grand homme. Qui eſt-ce qui s'aviſe d'entendre au pied de la lettre, qu'une goutte d'eau s'arrondit ſoi-même, & non pas qu'elle eſt arrondie? Irons-nous dire avec S. Auguſtin, le P. Malebranche, le D. Arnaud, une infinité d'autres, *que Dieu fait effectivement tout le poſitif de nos actions, & que nous ne faiſons que le négatif?* Mais c'eſt encore une pauvreté, une puérilité inſupportable. Faire le négatif, ou ne rien faire, n'eſt-ce pas la même choſe? Que la toute-bonté, qui a tant fait en nous, daignât faire encore ce dont nous ne feſons que le négatif, & tout ira bien. Ou plutôt qu'elle s'épuiſe à tout faire: ne ſera-t-il pas toujours vrai que nous

Digitized by Google

n'aurons fait que le négatif? En ſerons-nous moins coupables, tout-remplis de ſentiments vertueux que Dieu nous aura donnés, ſi pour être coupable il ſuffit de n'avoir fait que le négatif?

Il eſt tems de tirer des concluſions de tout ceci: redoublez d'attention, Meſſieurs; je vous en conjure.

Tant de miſeres phyſiques & morales dont la nature eſt pleine, & tant de miſeres métaphyſiques auſſi inſupportables en leur eſpece, ſorties de la plume des plus grands hommes ſur cette matiere, ne nous ouvriront-elles point enfin les yeux? A quels ſignes plus manifeſtes pourrons-nous reconnoître combien eſt ſuſpect le principe ſur lequel on raiſonne? Le principe *d'une Création abſolue*, principe non-démontré & indémontrable, n'offre que contradictions dans le fait & ne produit qu'abſurdités dans le raiſonnement. C'eſt une vérité inconteſtable, que j'ai déjà eu l'aſſurance de vous préſenter en propres termes dans ma *Théologie de l'Etre.* Quoiqu'il s'en fallut beaucoup que mon aſſertion fût accompagnée de preuves auſſi complettes que celles de ce diſcours, mes Réflexions parurent aſſez conſidérables, & ſurtout elles parurent énoncées d'une façon aſſez décente, pour qu'on pût les conſigner dans vos *Mémoires.* De peur de rien gâter aujourd'hui par des expreſſions moins meſurées, je veux reprendre préciſément celles dont je me ſuis ſervi: ce n'eſt qu'un morceau de la 8e. Section.

„Un des défauts, vous ai-je dit, Meſſieurs, un des défauts „les plus eſſentiels des preuves communes de l'exiſtence de Dieu, dans „le genre métaphyſique, eſt de le *vouloir prouver comme* CRÉATEUR, „au ſens ſtrict & rigoureux qu'on donne à ce terme aujourd'hui, c'eſt-„à-dire, d'une cauſe *qui de rien a fait les Etres.*

„Si Dieu eſt Créateur en ce ſens, & qu'il veuille être reconnu „pour tel, il a dû ſe réveler comme tel. Nous, nous devrons l'en „croire, & nous ſoumettre: mais le myſtere eſt certes trop au deſſus „de la raiſon, pour ſe trouver jamais *conſéquence légitime d'un Argu-„ment de Philoſophie.*

„L'Hy-

Digitized by Google

„L'Hypotheſe de l'exiſtence de Dieu ne doit point renfermer „de plus grandes incompréhenſibilités, *ni même d'auſſi grandes*, que „l'Hypotheſe contraire.

„Il ne faut point que la Divinité, qu'on admet dans le ſyſteme „des choſes pour rendre tout intelligible, devienne, par les fauſſes no„tions qu'on en donne, *la Piece la moins intelligible, & la plus embar„raſſante de tout le Syſteme.*

„Aucune démonſtration propoſable à des eſprits qu'on veut „gagner, aucune preuve faite pour prouver à des gens qui ne croyent „pas encore, ne peut *porter immédiatement ſur l'inintelligible, ni me„ner immédiatement à l'inintelligible.* Que peut-on eſpérer de ce qui „révolte par les deux faces?

„Il me ſemble donc auſſi abſurde de vouloir démontrer l'exiſ„tence de Dieu *par la Néceſſité métaphyſique d'une création*, que ſi on „la vouloit démontrer *par l'Analogie mathématique de la Trinité;* en „prenant ces deux termes au ſens de la rigoureuſe Orthodoxie.

„Encore même le dernier ſeroit-il moins abſurde, puiſqu'il „faut convenir que la Trinité étonne plus la raiſon qu'elle ne l'effraye; „les conſéquences n'en ont rien de fâcheux: au lieu que la création „priſe au ſens né dans les ténebres de l'école, *eſt la ſource des plus „cruelles & des plus accablantes difficultés, contre l'infinie bonté, ſur „l'origine du mal, ſur la liberté & la moralité de nos actions* &c.

„C'eſt ſur tant & de ſi fortes conſidérations, que je me garde „bien de préſenter Dieu *ſous l'idée de Puiſſance créatrice.*

„Je frémirois tout le premier de l'idée d'un pouvoir indépen„dant des moyens, qui, *maître d'un mot* de rendre tout ſaint, tout „heureux, ne daigne pas le vouloir.

„Je me tiendrois pour ſûr de révolter par l'idée *d'une immuta„bilité mal-entendue*, qu'on joint à cette cauſe: cauſe merveilleuſe„ment propre à opérer tous les changemens, par la raiſon ſinguliere „qu'elle ne change jamais.

„J'au-

Digitized by Google

„J'aurois honte des extrémités où l'on ſe réduit pour concilier „en tous tant que nous ſommes la qualité d'*Etres crées* avec celle „d'*Agens réels*, capables de ſe modifier dans l'acte-même de la „Création.

„Je craindrois enfin, que pour attribuer à mon Dieu le chétif „honneur d'être *cauſe du fond de mon Etre*, je n'en fiſſe une cauſe tel„lement univerſelle, qu'elle s'étendît aux maux, aux maux encore „plus qu'aux biens.

„*Aux maux encore plus qu'aux biens*! Car le mal demeure mal; „& le bien lui-même eſt un mal, par comparaiſon d'un bien plus „grand dont il tient la place, & auquel la cauſe créatrice ne daigne „point atteindre.

„Tant que je n'ai donc en main que le flambeau de la raiſon, le „ſeul d'ailleurs dont je puiſſe faire uſage quand j'agite la queſtion *s'il y „a un Dieu;* j'abandonne ſans peine l'idée d'une *Création* qui ne peut „avoir le moindre fondement, & qui charge la queſtion des plus re„butantes difficultés.

„J'abandonne l'idée pleine de contradictions d'un Etre *invaria„ble quoi qu'il faſſe;* d'un Etre ſans ſucceſſion, quand il créera, quand „il crée, & quand il a créé.

„J'abandonne l'idée d'Etre *néceſſaire par privilege ſpécial;* & „les démonſtrations ſophiſtiques qu'on en apporte, lesquelles n'ont ja„mais convaincu que ceux qui croyoient.

„Mais que dira-t-on ſi, du terrein reſſerré où je me renferme, „ſort la démonſtration la plus invincible *qu'il y a un Dieu.*

„Et quel Dieu? . . . *Un Etre ſimple, infiniment puiſſant, „infiniment ſage, infiniment bon; . . . Ordonnateur univerſel; Lé„giſlateur; Inſpecteur; Juge ſouverain, plein de juſtice & d'équité; „Rémunérateur de la vertu; Vengeur du crime;* . . . un Dieu, contre „l'exiſtence du quel les maux ſans nombre dont la nature eſt inondée, „ne dépoſent en aucune façon, *puiſque ce Dieu très bon n'eſt point l'Au-*

Digitized by Google

„*l'Auteur de cette nature vicieuſe ; puiſqu'il eſt faux que, muni d'un pou-*
„*voir indépendant des moyens, il n'eût tenu qu'à lui de faire une toute*
„*autre nature ; puiſqu'enfin il n'eſt le Créateur du Monde, qu'en ce ſens*
„*qu'il eſt le Créateur de l'ordre, de la perfection, du bien ; d'un bien*
„*infini, vers lequel il conduit chaque Etre par le plus rapide progrès*
„*qu'il eſt poſſible.*"

C'eſt ce que je me flatte, Meſſieurs, d'avoir fidellement & ſolidement exécuté dans les Sections ſuivantes de l'Ouvrage dont il s'agit. Une perſonne de mérite, que je ne puis nommer de peur de la compromettre, m'a fait la grace de me dire à ce ſujet une choſe bien conſolante. *Votre démonſtration de l'exiſtence de Dieu peut tout au moins paſſer aujourd'hui comme un pis-aller ; mais avec le tems il ne ſeroit pas impoſſible que le pis-aller devînt la Pierre angulaire de l'Edifice.* Oui, j'oſe le croire : ou, ſi ce n'eſt pas préciſément à ma démonſtration qu'il en faudra revenir, ce ſera du moins au principe de ma démonſtration, *l'Aſéité univerſelle des Etres.* Et pourquoi s'effaroucher de ce terme ? Tous les termes, Meſſieurs, communs à Dieu & à nous, à commencer par le mot *Etre*, n'ont-ils pas, à l'égard de Dieu, une *Appréhenſion*, c'eſt trop peu dire, *infiniment infinie ;* il faut ajouter *du degré ſuprême de l'infini ; perfection, réalité, bonté, juſtice, raiſon, ſageſſe, intelligence, puiſſance, action*, avec *exiſtence, être* & *maniere d'être*, ſont tous termes communs ſans contredit à Dieu & à nous. Je ne dis point avec un M. Jurieu, & cent Théologiens de différens partis & de différentes ſectes, que ces mots ne ſignifient point en Dieu la même choſe qu'en nous, & que même ils ſignifient ſouvent en Dieu le contraire de ce qu'ils peuvent ſignifier en nous au ſens le plus exact : c'eſt vouloir parler de Dieu ſans s'entendre, c'eſt bouleverſer toutes les idées. Mais je dis que *perfection, réalité, bonté, juſtice, raiſon, ſageſſe, intelligence, puiſſance, action*, avec *exiſtence, être* & *maniere d'être*, pris au degré le plus élevé en tout ce qui n'eſt pas Dieu, n'eſt qu'un rien & un néant à l'égard de Dieu. Il en eſt de même de l'*Aſéité*, ou de l'*exiſtence par ſoi-même :* voici comme je m'en explique dans

Digitized by Google

dans la dix-huitieme & derniere Section, qui a pour titre *de l'éternité propre de Dieu.*

„Je veux finir par dire un mot de l'*éternité* telle que je la con-„çois en Dieu.

„L'opinion d'une *éternité ſucceſſive en Dieu* ne m'eſt point par-„ticuliere; ç'a été celle de beaucoup de Philoſophes & de Théolo-„giens, même fort Orthodoxes.

„Mais voici ce qui m'eſt particulier, ſi je ne me trompe, & „qui peut mériter quelque attention.

„Qui le croiroit? il eſt un ſens, & un ſens très raiſonnable, „à ce qu'il me ſemble, ſelon lequel, même dans l'Hypotheſe *de l'exiſ-„tence éternelle & néceſſaire (ou de l'aſéité) de tous les Etres*, il n'y a „cependant pas un ſeul Etre *qui ſoit coéternel à Dieu.*

„Exprimons ceci encore avec plus de force.

„Suppoſons que l'exiſtence de Dieu n'a pas un ſeul inſtant *d'an-„tériorité* ſur celle des Etres;

„Suppoſons que Dieu n'a pas exiſté un ſeul inſtant, ſans que „tous les Etres poſſibles exiſtaſſent *avec lui:*

„Je dis qu'il n'en ſera pas moins vrai, *que l'exiſtence de Dieu „ſuppoſe infiniment, & du plus haut degré de l'infini, celle de tous les „Etres enſemble.*

„Rien de plus facile que d'amener à l'évidence ce paradoxe „prétendu.

„C'eſt qu'il y aura bien eu autant d'inſtans dans l'exiſtence des „Etres que dans celle de Dieu; mais que chaque inſtant de l'exiſtence „de Dieu *aura eu une intenſité infinie, & infiniment infinie.*

„Il s'agit d'expliquer ce que j'entens par l'*intenſité* de l'exiſtence „en chaque inſtant.

„Pluſieurs Etres A, B, C, D. &c. exiſtent dans un même inſtant „donné, ou coëxiſtent un inſtant. „A

Digitized by Google

„A n'a point de ſentiment; B a un ſentiment très foible; C a „un ſentiment double, ou deux ſentimens; D en a un triple &c.

„Les intenſités de ces inſtans d'exiſtence pour ces Etres ſeront „comme 0, 1, 2, 3, &c.

„De même, ſi de deux Etres A & B, le premier A n'a qu'une „idée diſtincte dans l'inſtant où le ſecond B en a cent, les *intenſités* de „leurs exiſtences pour ces inſtans ſeront comme 1 à 100.

„Puis donc qu'il y a un Etre, qui eſt *Dieu*, lequel en chaque „inſtant de ſon exiſtence *a toutes les idées diſtinctes poſſibles*, jointes au „ſentiment de bonheur & de felicité *le plus vif qui ſoit poſſible*, l'inten- „ſité d'un ſeul inſtant d'exiſtence en lui eſt *infiniment infinie* à l'égard de „toutes les exiſtences des Etres.

„Donc *un ſeul inſtant de Dieu eſt une Eternité*, non en *ſucceſ- „ſion*, mais en *compréhenſion* ou en *extenſion*.

„Donc notre éternité à nous *n'eſt que néant ou zéro* en compa- „raiſon *d'un ſeul de ſes inſtans*.

„C'en eſt aſſez pour le préſent: je m'expliquerai autre part „plus au long ſur ce ſujet, & ferai voir, *comment*, *quoique tout ſoit „éternel*, *néceſſaire*, *& exiſtant par ſoi-même*, *tout ne fait encore*, *en „quelque ſorte*, *que commencer à exiſter*, *ſi ce n'eſt Dieu*, *à qui tout le „reſte eſt redevable*, *en un ſens*, *de l'exiſtence*, *&*, *en tout ſens de bien „plus que de l'exiſtence*."

La partie, Meſſieurs, la plus eſſentielle de cette promeſſe, déjà bien ébauchée dans ce diſcours, ſera totalement remplie par ma *Théocharis*, à laquelle je ſonge tout de bon à mettre la main. Sera-ce me rapprocher aſſez de la rigoureuſe Orthodoxie? Rien ne me ſeroit plus facile que de m'en rapprocher tout-à-fait en apparence. Il ne tiendroit qu'à moi de faire, comme notre grand Leibnitz, *des diſcours exotériques*, ainſi qu'il les appelloit, *& nullement acroamatiques*. Je pourrois, auſſi facilement que lui, *diriger tout à l'édification*, au ſens qu'il l'entendoit; c'eſt-à-dire, à l'aide de mots & de phraſes, m'ajuſ-

ter

Digitized by Google

ter aux préjugés reçus. Mais la ſainte vérité ſouffriroit trop de ces accommodemens politiques, ou plûtot de ces jeux d'eſprit. Qu'a gagné ce génie ſi grand, ſi profond, le plus grand & le plus profond des génies métaphyſiciens? Qu'a-t-il fait que jetter un fâcheux ſoupçon, & ſur lui-même, & ſur un Ouvrage, qu'on pourroit regarder, ſinon comme le plus heureux, peut être comme le plus ſublime effort de la Métaphyſique? Je dirai en deux mots ce que je penſe de ce ſoupçon, tourné en réalité par M. Pfaff ſur un aveu poſitif à ce qu'il prétend, de la main de Leibnitz; par M, des Maizeaux, intime ami de Leibnitz; par M. le Clerc, & par bien d'autres. En gros, je ne puis m'arrêter à l'idée que Leibnitz n'ait compoſé ſa *Théodicée*, que pour ſe jouer, & de qui? de Dieu & des Hommes. Car certainement, ſi la *Théodicée* n'eſt qu'un jeu d'eſprit, la *Théodicée* n'eſt qu'une impiété déteſtable du commencement juſqu'à la fin. D'un autre côté, en vingt endroits fort ſemblables à celui que j'ai relevé dans ce diſcours, endroits inexcuſables, impardonnables, même dans la ſuppoſition d'un Ecrivain qui s'aveugle en faveur de ce qu'il croit être la vérité, je ne me ſens pas loin, je vous l'avoue, de la plus vive indignation. L'idée qu'il fait aſſaut de bel eſprit, qu'il étale ſa ſubtilité, qu'il ſe moque encore un coup de Dieu & des hommes, le tout *pour l'édification*, me frappe alors avec une ſorte d'évidence. Cette *ſageſſe divine*, Meſſieurs, *qui doit varier*, fût-ce aux dépens de la *raiſon* & de la *vertu;* cette *ſageſſe*, qui agiroit en *Midas*, & ſe trouveroit dans une véritable *pauvreté*, ſi tous les Etres étoient *vertueux & raiſonnables:* ce ſeroit *n'avoir que des Virgiles dans ſa Bibliotheque, ne chanter que les mêmes airs d'Opera, ne manger que des perdrix, ne boire toujours que des vins de Hongrie ou de Schiras.* Ah! qu'à de pareils traits la confidence, réelle ou prétendue, dont ſe vante M. Pfaff, eſt prête à trouver créance chez moi, quelqu'effort que je faſſe pour m'en défendre. Voilà ce que c'eſt que d'avoir *Doctrine exotérique* & *Doctrine acroamatique;* Doctrine pour le dehors & Doctrine pour le dedans: on mérite de perdre toute confiance. Je ſuis peut-être trop délicat; M. Wolff l'étoit moins. *Que m'importe*, dit-il, *que Leibnitz ait penſé tout autre choſe que ce qu'il diſoit,*

diſoit, ſi ſon jeu d'eſprit ſe trouve être la vérité pure. Ce qu'il importe? Non, on ne me perſuadera jamais, qu'une défenſe ſolide des plus ſaintes vérités pût être le fruit du génie d'un profane qui s'en mocqueroit, & qui ne reconnoitroit pas lui-même, avec tout ſon génie, la ſolidité de ce qu'il diroit. Paſſe pour quelque vue, quelque ouverture nouvelle; mais un Syſteme auſſi étendu que la *Théodicée?* Avoir la ſimplicité de croire cela poſſible; eſt bien pis vraiment que l'Hiſtoire de la dent d'or.

On n'eſt point dans ces cruelles incertitudes, Meſſieurs, avec ce bon Pere Malebranche, dont toute la Doctrine étoit *acroamatique*, & jamais purement *exotérique.* C'étoit la candeur & la ſincérité-même, avec cela génie vaſte & profond, quoique moins que Leibnitz, je vous l'ai déjà dit, & d'ailleurs un peu rétréci comme Paſcal par la dévotion, mais par une dévotion tendre & pleine de ſentiment. Si les préjugés de ſon Egliſe; ou des principes qui n'en ſont pas plus vrais pour être communs à presque toutes les ſectes; ſi le vice eſſentiel de bien des ſujets qu'il traite lui fait dire ſouvent des choſes fort étranges, & s'il s'aviſe, dans ſes *Méditations chrétiennes & métaphyſiques*, de les mettre dans la bouche du Verbe, c'eſt de la meilleure foi du monde; c'eſt qu'il a cru l'avoir entendu comme cela de la bouche du Verbe: non en Fanatique; car il ne faut pas s'imaginer que le Pere Malebranche ſe donne pour un homme à révélations. Voici ce qu'en dit M. de Fontenelle. „Le Pere Malebranche étoit perſuadé, que le Ver„be eſt la ſeule lumiere qui nous éclaire, & le ſeul Maître qui nous in„ſtruit, (*la Raiſon univerſelle;*) & ſur ce fondement il l'introduit par„lant à lui comme à ſon diſciple, & lui découvrant les plus ſublimes „vérités de la Métaphyſique & de la Religion. Il n'a pas manqué d'a„vertir dans ſa Préface, qu'il ne donne pas cependant pour vrais diſ„cours du Verbe tous ceux qu'il lui fait tenir; qu'à la vérité ce ſont „les réponſes qu'il croit avoir reçues lorsqu'il l'a interrogé, mais qu'il „peut ou l'avoir mal interrogé, ou avoir mal entendu ſes réponſes; „& qu'enfin tout ce qu'il veut dire, c'eſt qu'il ne faut s'adreſſer qu'à ce

Maître

Digitized by Google

„Maître commun & unique. Du reſte, on peut aſſurer que le Dialo-
„gue a une nobleſſe digne, autant qu'il eſt poſſible, d'un tel Interlo-
„cuteur. L'art de l'Auteur, ou plûtot la diſpoſition naturelle où il ſe
„trouvoit, a ſû y répandre un certain ſombre, auguſte & majeſtueux,
„propre à tenir les ſens & l'imagination dans le ſilence, & la raiſon
„dans l'attention & dans le reſpect. Si la Poëſie pouvoit prêter des or-
„nemens à la Philoſophie, elle ne lui en pourroit pas prêter de plus
„philoſophiques."

Imaginons donc le Pere Malebranche, proſterné dans ſes lon-
gues méditations, & baignant de larmes ſon Crucifix; il ne le dit pas,
mais on le devine; maniere de philoſopher bien différente de celle d'un
homme du monde, & d'un courtiſan! Il médite, Meſſieurs, ſur no-
tre ſujet même, ſur les preuves de la Création priſe au ſens rigoureux
& abſolu. Quelle eſt la voix de la vérité, qu'il croit entendre en lui-
même, pour prix de ſes ardentes prieres, & d'une attention ſuivie;
qui eſt elle-même, comme il l'appelle, *une Priere naturelle ſouvent
exaucée?* La réponſe ſe réduit à dire, *que ſi Dieu n'étoit pas Créateur*
du fond-même des Etres, *il ne lui ſeroit pas poſſible de les connoître,
ni d'agir ſur eux;* il ne pourroit, ni mouvoir la matiere, ni modifier
les eſprits. *Or on ne peut lui conteſter*, ſans Athéiſme, la puiſſance
de mouvoir la matiere, & de modifier les eſprits, *en général une action
réelle ſur tous les Etres.* Donc on ne peut conteſter à Dieu *la qualité
de Créateur*, au ſens le plus abſolu. Ah, mon Pere! vous avez par-
faitement bien interrogé; mais cette réponſe, ſur laquelle il ne paroît
pas qu'il vous reſte le moindre doute, eſt-elle bien ſûre? Ne voyez-
vous pas qu'elle prouve trop, & qui ſi le Tout-puiſſant ne peut pas
donner la plus petite modification à un Etre, s'il n'a créé cet Etre, à
plus forte raiſon un Etre créé ne peut pas ſe modifier lui-même? Il
faudra donc que Dieu ſoit la cauſe unique de toutes les modifications
des Etres; auſſi eſt ce votre avis. Cependant vous nous parlez quel-
quefois de je ne ſais quelle *ſuſpenſion* que nous pouvons nous donner
nous-mêmes. Eſt-ce que cette ſuſpenſion n'eſt pas une modification? Com-

Digitized by Google

Comment de pauvres Créatures ſe la peuvent-elles donner? Une maſſe de plomb n'a la faculté, ni de ſe donner le mouvement qu'elle n'a pas, ni de ſuſpendre le mouvement qu'elle a: ſupoſons-lui pour un moment cette faculté de ſuſpenſion. Dieu imprime à la maſſe de plomb, comme Créateur & unique Moteur, un mouvement capable de lui faire parcourir cent toiſes par ſecondes à l'infini. Au bout de dix toiſes, la maſſe de plomb fait uſage de ſon pouvoir ſuſpenſif, & s'arrête. C'eſt Dieu, dit le Pere Malebranche, qui a fait tout le poſitif: c'eſt lui qui a tranſporté le plomb pendant les dix toiſes; la maſſe n'a fait que s'arrêter. Oui: mais, pour s'arrêter, elle a détruit une force toute divine de 90 toiſes pour cette premiere ſeconde, & de 100 toiſes pour les ſuivantes à l'infini. N'eſt-ce pas là un bien plus grand acte que de s'être mue 10 toiſes? De même, ſelon le Pere Malebranche, Dieu imprime à nos volontés, comme Créateur & unique Moteur, un mouvement vers le bien infini qui eſt lui-même; mais, par notre miſérable faculté de ſuſpenſion, nos volontés s'arrêtent au bout de 10 toiſes, ſur des beautés charnelles, ou d'autres biens faux & périſſables. Tout le poſitif de nos volontés eſt de Dieu; cette ardeur avec laquelle nous aimons les faux biens, eſt de Dieu: mais tout cela eſt bon; il n'y a que notre ſuſpenſion qui ſoit mauvaiſe; nous avons du mouvement pour aller plus loin, & nous le détruiſons. Je vous ai déjà fait voir d'avance, par ma comparaiſon, Meſſieurs, la futilité de ce raiſonnement. Cette ſuſpenſion eſt un acte, & tout acte eſt une modification de l'Etre qui agit. Comment veut-on qu'un Etre, qui ne s'eſt pas créé lui-même, qui eſt ſans ceſſe ſous la main créatrice de Dieu, & qu'on aſſure incapable de ſe donner aucune autre modification, puiſſe ſe donner cette modification-là plûtot qu'une autre? Nous ne pouvons arrêter le mouvement d'un fétu par notre action propre; & nous pouvons arrêter ce mouvement infini que Dieu nous imprime! Nous ne pouvons, par notre action propre, faire ceſſer en nous la plus petite modification de peine, ni même de plaiſir; & nous pouvons faire ceſſer une modification infinie! On nous refuſe tout pouvoir *effectif;* & on nous en donne un *deſtructif* infiniment plus grand,

Digitized by Google

grand, dont l'exercice n'eſt jamais que funeſte! Pourquoi Dieu nous a-t-il donné cette pitoyable eſpece de pouvoir? Quel en eſt le bon? Quelle difficulté leve-t-on par là? Aucune. Preſſez un peu les Malebranchiſtes, & vous trouverez au bout du compte, que le pouvoir ſuſpenſif n'eſt rien. Dieu a transporté la maſſe de plomb l'eſpace de dix toiſes. Si le Moteur eût continué de la mouvoir, elle ſe fut mue, c'eſt-à-dire, qu'elle eût été mue. Le Moteur a diſcontinué de la mouvoir, & elle s'eſt arrêtée, c'eſt-à-dire, qu'elle a été arrêtée. Voilà le fin de l'affaire: cela revient à la goutte d'eau de Leibnitz, qui s'arrondit d'elle-même, c'eſt-à-dire, qui eſt arrondie. Tant il eſt vrai, qu'après les diſcours les plus différens, les deux Syſtemes de l'*Action apparente*, le Malebranchiſte & le Leibnitien, reviennent toujours aux mêmes Sophiſmes. Et quant à ce prétendu mouvement que nous aurions pour aller plus loin, ce n'eſt auſſi que pure fiction. La maſſe a parcouru dix toiſes, parceque Dieu les lui a fait parcourir; elle en eût parcouru cent, ſi Dieu l'avoit bien voulu. Dieu, en qui il n'y a point d'abſtraction, & qui fait que cette maſſe exiſte en tel inſtant, avec telles & telles déterminations, vouloit-il pas qu'elle ſe mut, ou plûtot qu'elle fût mue, au bout des dix toiſes? S'il l'a voulu, il a donc dû la mouvoir, puisqu'elle ne peut pas ſe mouvoir elle-même. Et s'il ne l'a pas voulu, comment ſe ſeroit-elle mue, puiſqu'elle ne peut pas ſe mouvoir elle-même? Tout ce qu'on veut dire, c'eſt que l'impreſſion donnée d'abord à la maſſe, ou à notre volonté, ſembloit marquer un deſſein de les mouvoir plus loin; mais ce deſſein n'exiſtoit pas.

Vous venez d'entendre, Meſſieurs, dans ce court expoſé de la doctrine Cartéſienne, ce qui s'eſt dit de plus conſéquent, de meilleure foi, & avec le moins d'étalage, ſur l'*Action de la Créature*; & la doctrine Leibnitienne s'y peut ramener très aiſément, en la dépouillant de l'écorce de ſes grands mots. Donnez-moi telle explication que vous voudrez de l'*Action*, dans le principe d'une *Création abſolue*: je ferai toujours voir que les Créatures ne ſeront que *paſſives*, & que Dieu *ſeroit l'Auteur*, & *l'unique Auteur*, d'infiniment plus de mal

mal que de bien. Mais auſſi, donnez-moi telle démonſtration que vous voudrez de ce prétendu Principe: prenez-la dans l'idée de l'*Etre néceſſaire* par privilege ſpécial; prenez-la dans la *Mutabilité* des Etres, & dans ce que vous appellez leur *Contingence:* je m'engage à faire voir que la démonſtration n'eſt qu'un tiſſu de Paralogiſmes honteux. C'eſt la ſolution de la difficulté, & la preuve la plus complette de la néceſſité de mon Hypotheſe.

En vain le Docteur Clarke, & quelques autres, ſemblent vouloir échapper aux conſéquences du Principe, en ne regardant point la conſervation comme l'acte réitéré de la création. La conſervation n'eſt, ſelon eux, que je ne ſais quel concours, vague & indéterminé, à des facultés, auſſi vagues & indéterminées, imprimées à la Créature lorsqu'elle eſt créée. Mais rien de vague & d'indéterminé, Meſſieurs, n'exiſte, en Dieu, ni ailleurs. Un acte indéterminé, une faculté indéterminée, ſont des chimeres, fruits de nos abſtractions. Parce que nous ſommes contraints, quand nous penſons à une choſe de ne point penſer à d'autres, d'où naiſſent chez nous les idées vagues, indéterminées, abſtraites, ſerons-nous aſſez aveugles pour croire qu'il en ſoit de même à l'égard de Dieu? Etre forcé d'en venir à de pareilles inconſéquences, c'eſt témoigner aſſez que le principe eſt inſoutenable. Je veux avec le Docteur Clarke, que l'idée de la création réitérée ſoit une idée des Scholaſtiques, & je le crois bien, comme l'idée même de la création n'eſt qu'une idée des Peres. Grace à Dieu, les Peres n'ont point parmi nous plus d'autorité que les Scholaſtiques, & ils en méritent moins en cette rencontre. Les Peres ont poſé le faux principe; & les Scholaſtiques, qui ne péchent guere que par admettre de faux principes venus d'ailleurs ſur leſquels ils raiſonnent très bien, ont en effet très bien raiſonné ſur celui-ci. Les Peres, qui aiment à creuſer des abymes, & à forger des myſteres, ont établi que *deux & deux ſont cinq;* & les Scholaſtiques en ont conclu que *deux & deux* ſont la moitié de dix, le tiers de quinze, le quart de vingt, &c. M. Clarke, & ceux qui l'imitent, admettent le faux principe des Peres, &

Digitized by Google

& nient la juſte conſéquence des Scholaſtiques. C'eſt le moyen de déraiſonner par tous les ſens.

Que ce ſoit les Peres qui ont creuſé cet abyme, où ſe perdent les plus grands eſprits de ces derniers ſiecles, dont les uns tombent dans l'impiété, parcequ'on leur donne la création abſolue pour un Dogme eſſentiel de la Religion; & les autres tombent dans les raiſonnemens les plus abſurdes, & entaſſent les aſſertions les plus injurieuſes à la Divinité, toujours dans l'idée d'un Dogme eſſentiel qu'il s'agit de défendre à quelque prix que ce ſoit: que les Peres, dis-je, ayent ſeuls creuſé cet abyme; voici mes garans & mes témoins. Je n'en ai nommé que deux juſqu'à préſent: j'en produirai cinq, dont l'autorité eſt d'autant moins ſuſpecte, que tous regardent la création abſolue comme une vérité inconteſtable, & l'opinion de ceux qui la nient, ou qui en doutent, comme une erreur groſſiere; mais ils reconnoiſſent que ce n'eſt qu'une erreur philoſophique, ou de raiſonnement, qui peut être fort innocente. Ah! que je me charge avec plaiſir, Meſſieurs, de la groſſiereté de l'erreur, ſur la garantie qu'on me donne de ſon innocence! Car en qui ſeroit-elle innocente, j'oſe m'en flatter, ſi elle ne l'eſt pas en moi, avec les ſentimens & les motifs qui m'y ont conduit.

Mon premier garant, que je cite encore un coup *amicalement & en eſprit de paix*, (il ne paroit pas l'avoir bien entendu la premiere fois;) c'eſt M. le Profeſſeur Formey: je ne démentirai point ce que j'ai déjà dit, & ce que je répete. Il a déclaré, dans ſa *Traduction de Salluſte le Philoſophe* *), qu'il tenoit pour démontré „que l'idée de la „création a été *parfaitement inconnue* à toute l'Antiquité, non ſeule„ment Payenne, *mais même Juive & Chrétienne.*“ Je me ſuis autoriſé de cette déclaration, dans une Note de nos *Mémoires* de 1755 **): j'en ai conclu, *qu'un Dogme parfaitement inconnu à toute l'Antiquité Juive & Chrétienne, n'eſt ni ne peut être un Article de foi:* j'ai même preſſé les conſéquences plus fortement que je ne fais ici: la choſe lui a paſſé

*) p. 119. **) p. 491.

Digitized by Google

paſſé par les mains avec l'impreſſion de nos *Mémoires;* il avoit une ſorte de droit que cette Note que j'ajoutois à ma Piece ne fût point imprimée dans nos *Mémoires.* Cependant il ne m'en a point désavoué, ni là, ni dans mes *Vues philoſophiques* *), & j'oſe croire qu'il ne m'en désavouera point.

Le ſecond garant eſt feu M. de Beauſobre le Pere. Ce grand Homme, cette lumiere de l'Egliſe Réformée, auſſi digne, & plus digne du titre de *Pere de l'Egliſe*, que la plupart de ceux que Rome en décore; ce grand homme a démontré ſans réplique, dans ſon *Hiſtoire du Manichéiſme* **), que des quatre ou cinq paſſages, tant de l'ancien que du nouveau Teſtament, où il s'agit de la création, il n'y en a pas un ſeul *qui doive néceſſairement s'entendre* d'une création abſolue; que même il n'y en a point *qui ne puiſſe s'entendre* d'une ſimple conſtruction ou formation. Par exemple, ces premiers mots de la Geneſe, *au commencement Dieu créa le Ciel & la Terre*, ſe peuvent très bien traduire, *au commencement Dieu forma le Ciel & la Terre;* ou, ce qui eſt bien pis pour le ſentiment vulgaire, & bien mieux pour le mien, *avec la Matiere, ou le Principe des choſes, Dieu forma le Ciel & la Terre.* M. de Beauſobre prouve que le mot que nos verſions traduiſent par *au commencement*, peut très bien ſignifier *avec la Matiere*, & que le mot qu'elles traduiſent par *créa* eſt préciſement le même que Moïſe employe pluſieurs fois, dans ce premier Chapitre & dans les ſuivans, pour exprimer la *formation* des Poiſſons *produits par les eaux*, & celle de l'homme *tiré de la terre*, comme chacun ſait. Le paſſage ne prouve donc rien moins qu'une *Création abſolue*, & il en eſt de même de tous les autres.

Les trois Théologiens célebres, & non ſuſpects, qui ſont du même avis, & que je n'ai point encore nommés, ſont, M. Zimmermann de Zurich, dans l'Egliſe Réformée; le Docteur Cudworth, dans l'Egliſe Anglicane; & le Pére Petau, dans l'Egliſe Romaine. Les deux pre-

*) T. II. p. 386.
**) Tom. II. L. V. ch. 3. 4. & 5.

Digitized by Google

premiers reconnoiſſent expreſſément pour innocente l'erreur de ceux qui, admettant un Dieu & une Providence, ne nient que la *Création abſolue*. Pour le Pere Pétau, il ne peut pas, abſolument parlant, la croire innocente, parce qu'outre l'Ecriture ſainte ſon Egliſe a encore pour regle de Foi ce qu'elle appelle *la Tradition:* mais l'autorité de ce ſavant Jéſuite n'en eſt que plus forte; l'aveu que l'Ecriture ſeule ne décide rien ſur ce ſujet, eſt tout ce dont j'ai beſoin. Au reſte, comme c'eſt M. de Beauſobre qui me fournit ces trois témoignages, c'eſt à lui, Meſſieurs, que je vous renvoye.

Je ne dois point diſſimuler que M. de Beauſobre, & les autres, croyent très fermement, que les paſſages de l'Ecriture doivent s'entendre au ſens le plus rigoureux, ſur ce raiſonnement. La création abſolue eſt une vérité démontrée par la raiſon, & le contraire eſt une erreur: donc les paſſages en queſtion doivent s'entendre au ſens de la vérité, & non à celui de l'erreur. Mais, on me permettra de rétorquer. La création abſolue n'eſt, ni démontrée par la raiſon, ni démontrable: elle eſt la ſource des plus effroyables difficultés: elle révolte & précipite dans l'Athéiſme une infinité de gens: elle fait dire les plus grandes miſeres, aux génies les plus ſublimes qui entreprennent de la défendre, ou qui ſeulement ſont contraints de raiſonner dans ſon Principe: elle rend inconſéquentes & fauſſes toutes les démonſtrations qu'on donne de l'exiſtence de Dieu, parce qu'on y mêle toujours cette fauſſe idée de l'*Etre ſeul néceſſaire:* en la ſupprimant, j'ai le bonheur au contraire moi de préſenter à l'Athée la démonſtration la plus propre à fixer ſon attention, & à lui toucher le coeur, s'il eſt poſſible: enfin je démontre que la création abſolue implique, ſinon en ſoi, du moins avec notre qualité d'*Agens réels*. Et pour comble de bonheur & de lumiere, Meſſieurs, il ſe trouve que des paſſages de l'Ecriture, qui ſembleroient venir à la traverſe déſagréablement, & favoriſer un prejugé très funeſte, ſelon moi, à la Religion & à la Philoſophie, ont un ſens exquis, un ſens autoriſé, un ſens même très ancien, qui détruit l'erreur & conſtate la vérité: donc c'eſt en ce ſens que je ſuis obligé

Digitized by Google

obligé de les entendre. Et voyez de nouveau, je vous prie, ce que c'eſt qu'un préjugé de moins, & une bonne cauſe; n'eût-on que de foibles talens. Je demande à M. Formey ce que je demanderois au vénérable M. de Beauſobre, s'il étoit vivant, & que nous euſſions le bonheur de poſſéder ici le Pere & le Fils, comme nous avons celui d'y poſſéder les deux illuſtres Euler. Je demande: quel eſt le plus conſéquent, de croire qu'une idée, *parfaitement inconnue à l'Antiquité Juive & Chrétienne*, eſt pourtant celle qu'expriment les paſſages dont il s'agit; ou de croire que ce n'eſt pas celle qu'ils expriment? C'eſt qu'en rendant gloire à la vérité, malgré le préjugé qu'on a, le préjugé s'en vange, & gâte la vérité; ces deux choſes ſont inalliables.

Mais cette diſcuſſion ne devient-elle point trop théologique? J'oublie ſans doute que nos Statuts nous interdiſent de pareilles matieres. C'eſt le reproche qu'on me fit, il y a dix ans, au ſujet de mes *Penſées ſur la Liberté.* A ceux qui le renouvelleroient aujourd'hui, je prendrois la liberté de demander, dût-on m'appeller un importun Queſtionneur; je demanderois donc, Meſſieurs, ſi l'on a lu la *Théodicee:* ſi l'on croit que cet immortel ouvrage de notre Fondateur, le plus grand Philoſophe de ſon ſiecle; avec cela, Mathématicien, Phyſicien, Hiſtorien, Poëte, Homme du monde, & qui plus eſt Courtiſan; ſi, dis-je, on croit que cet ouvrage fût propre pour nos lectures Académiques. Qui oſeroit le nier? Hé bien, qu'on me diſe de bonne foi, ſi, traitant le même ſujet, & mené par le ſujet juſqu'aux confins de la Métaphyſique, je fais ſur la Théologie qui y avoiſine, plus d'excurſions, & moins à propos que n'a fait Leibnitz. Nous ne devons point traiter les matieres en Théologiens; mais, lorsque les diſcuſſions délicates où nous ſommes contraints d'entrer, ſemblent bleſſer les principes de la ſaine Théologie, ou plûtot de la Religion, il eſt de notre devoir de nous juſtifier, & tout ce qui eſt propre à notre juſtification eſt dans l'ordre de nos Statuts. Ou bien il ne faut point de Claſſe de Métaphyſique dans une Académie, ni même d'Académie dans un Etat; à moins que ce ne ſoit de ces Académies de Son-

Digitized by Google

nets & de Madrigaux: l'Italie en fourmille, & un Galilée n'y a rien à craindre.

Suppoſons ici Galilée, ou, pour remonter plus haut, Copernic lui-même. Toute la Terre eſt encore dans le préjugé de ſe croire ſottement le centre du Monde; & la Théologie du tems appuye de toute ſa force cette ſotte Erreur, qu'elle croit très eſſentielle à la Religion. Vingt paſſages de l'Ecriture pris trop à la lettre vont anathématiſer notre Aſtronome. Cela ne lui ôte point le courage de vous propoſer, Meſſieurs, ici, dans cette Académie, ce qu'il croit le vrai Syſteme de l'Univers. Trouveriez-vous mauvais, que pour prévenir un ſoulévement injuſte, il eſſayât de concilier ce Syſteme avec l'Ecriture, puiſque la choſe n'eſt pas impoſſible? Mais, s'il avoit le bonheur, que des Théologiens du premier mérite, & des plus accrédités parmi vous, euſſent démontré depuis peu, & déclaré, „qu'à la vé„rité le mouvement de la Terre eſt une *groſſiere Erreur;* mais qu'elle „eſt innocente; qu'elle n'a rien d'impie, ni même d'hérétique; que „c'étoit l'idée de toute l'Antiquité, non ſeulement Payenne, *mais mê„me Juive & Chrétienne;* & qu'enfin, ſi vingt paſſages de l'Ecriture „diſent que la *Terre eſt ſtable*, ces mêmes vingt paſſages diſent auſſi „qu'elle *roule fort vîte*, & que ce qui décide la *ſtabilité*, c'eſt ſeule„ment qu'elle eſt plus conforme à la raiſon." Ne jugez-vous pas que Copernic ſeroit un bien mal-adroit défenſeur de ſon Syſteme, s'il ne tiroit avantage d'un pareil aveu? Croyez-vous que cette diſcuſſion d'un quart d'heure fût étrangere au ſujet, & nullement Académique?

Peſez ſérieuſement, Meſſieurs, les paroles par où je vais finir. Il s'agit de voir ſi la vérité eſt faite pour le Siecle où je parle: pour moi, je n'y vois pas grande apparence. Sans prétendre être auſſi bon Métaphyſicien que Copernic étoit bon Aſtronome, & ſans décider que mon Syſteme ſoit appuyé ſur d'auſſi bonnes raiſons que le ſien, je ne laiſſe pas d'avoir dans le parallele des avantages infinis. Il n'y avoit peut-être pas au ſiecle de Copernic deux mortels qui crûſſent comme lui le mouvement de la Terre; & moi, je ne ſuis pas aujourd'hui le cent-

cent-millieme peut-être, qui penſe que la Métaphyſique & la Religion ſont dans les entraves d'un faux principe, d'où naiſſent les plus fâcheux inconvéniens. Copernic ramenoit un Syſteme dont on ne trouve de foibles traces que dans l'Antiquité Payenne; & moi, j'en ramene un qui a été celui de toute l'Antiquité, *même Juive & Chrétienne.* Copernic ramenoit un Syſteme qui révolte naturellement tous les hommes; & moi, j'en ramene un dont le contraire révolte ſi bien, que c'eſt le ſujet des lieux communs perpetuels de ceux qui le ſoutiennent. Copernic ramenoit un Syſteme dont on ne pouvoit entrevoir alors l'utilité réelle, puiſque c'eſt encore aujourd'hui même un paradoxe inconcevable pour une infinité de gens d'ailleurs très éclairés, comment ce Syſteme eſt vrai, & comment il a perfectionné la Géographie & la Navigation: & moi, je ramene un Syſteme dont tout le monde convient que, s'il eſt vrai, il délivre la Métaphyſique & la Religion de ſes plus cruelles difficultés. Copernic a contre lui un plus grand nombre de paſſages de l'Ecriture, tous poſitifs, tous n'ayant qu'un ſens, & dont l'unique ſolution eſt de dire, qu'il ne faut pas les prendre au pied de la Lettre; que le ſaint Eſprit a parlé vulgairement; que ſon deſſein n'a pas été de nous enſeigner, ni l'Aſtronomie, ni la Phyſique: & moi, j'ai le bonheur que, dans le petit nombre de paſſages qu'on m'oppoſe, le ſaint Eſprit enſeigne préciſément la vérité dont je prens la défenſe; leur ſens naturel eſt le mien; il n'a pas fallu moins, pour le faire méconnoître, que le génie, forgeur de myſteres, de ceux qui ont inſenſiblement trouvé la Transſubſtantiation, dans les paroles, *Ceci eſt mon Corps.* Il eſt même viſible qu'il y a moins loin de la Transſubſtantiation à ces paroles, *Ceci eſt mon Corps*, que de la création de rien à celles-ci, *Au commencement Dieu a formé le Ciel & la Terre.* Et que ſera-ce ſi l'on traduit, *de la Matiere, ou du Chaos, Dieu a formé le Ciel & la Terre?* Copernic étoit contraint d'éluder lui-même, de ſon mieux, les paſſages qu'on lui oppoſoit, & l'on étoit en droit de lui dire; qui êtes-vous? Vous êtes bien téméraire, de prétendre que le ſaint Eſprit *parle vulgairement*, & de vouloir *reſtraindre* le ſens de ſes paroles à votre fantaiſie! Et moi, j'ai le bonheur que ce

ſont

Digitized by Google

ſont des Théologiens célebres, & non ſuſpects, qui m'offrent une interprétation ancienne, & même la plus ancienne, à laquelle je n'ai d'autre part que de l'adopter. On ne peut m'accuſer, ni de témérité ni de ſuffiſance: en ce qui ſeroit moins de mon reſſort, je ne parle que d'après les Théologiens les plus conſommés, qui ont rendu gloire à la vérité ſans le moindre intérêt. Copernic, Chanoine de Warmie, payé par l'Egliſe pour remplir les devoirs de ſa Prébende, ne pouvoit que ſcandaliſer par des occupations & une opinion, qui devoient paroître auſſi extravagantes, que contraires aux ſentimens actuels de toute l'Egliſe & de tout le genre humain. Pour moi, qui ai quité Famille & Patrie pour la recherche de la vérité, moi Membre de l'Académie de Berlin & de ſa Claſſe de Métaphyſique, appellé par mon état aux méditations où je me livre, & y apportant depuis douze ans tous les tempéramens imaginables; de quel droit me chicanera-t-on ſur un plus ou ſur un moins d'une prétendue Orthodoxie? Copernic étoit d'une Religion, qui outre l'Ecriture admet encore des Traditions, des Peres, des Conciles, des Papes; & tout cela étoit contre lui. Moi, je ſuis d'une Religion, qui eſt la vôtre, dont les principes me donnent autant de droit qu'à Luther & à Calvin, d'interpréter l'Ecriture ſelon ma conſcience; à moins que cette liberté acquiſe par tant de ſang ne ſoit anéantie, & que nous n'ayons que changé de chaînes. Enfin, Copernic a vécu dans un Siecle, & dans un pays, où régnoit une craſſe ignorance avec une ſuperſtition groſſiere; & moi, c'eſt au Siege, c'eſt à l'heureuſe Epoque, où la Philoſophie ſur le Trône nous invite tous à penſer, Meſſieurs, ſi nous ſommes capables de penſer!

L'Auteur de la *Pluralité des Mondes* dit en plaiſantant, que Copernic ſe tira habilement d'affaire en mourant le jour même que ſon Livre fut publié. Mais, dans le ſiecle ſuivant, le pauvre Galilée presque ſeptuagénaire, ne dut ſon ſalut qu'à une honteuſe rétractation; & c'eſt un de ces procédés crians, que nous ne ceſſons de reprocher à la tyrannie de l'Egliſe Romaine. Cependant, je ne crains point d'avan-

Digitized by Google

vancer, Meſſieurs, ſur la différence des conjonctures, que la perſécution morale à laquelle mon Hypotheſe pourroit bien être expoſée, les faux rapports, les imputations odieuſes, les tracaſſeries (j'eſpere qu'il n'y aura rien de plus) ſeront quelque choſe de plus flétriſſant pour nos Concitoyens, que n'eſt pour Rome l'affaire de Galilée. Car enfin, ne diſſimulons rien; indépendamment des autorités qu'il contredit, le Syſteme de Copernic a des points de vue, qui ne ſont rien moins que favorables, je ne dis pas au Chriſtianiſme entendu comme il doit l'être, mais à la plupart des Sectes du Chriſtianiſme, à toutes celles qui ſe piquent trop d'une rigoureuſe Orthodoxie, à la Catholique par conſéquent. Voyez-vous; telles choſes qu'on peut croire ſur une Terre, centre d'un petit Monde où tout roule à ſon ſervice, ne deviennent guere probables ſur une petite Planete, confondue parmi d'autres dans la vaſte étendue de la Sphere de notre Soleil, qui n'eſt elle-même qu'un point, un atome d'un Univers immenſe. Soyez perſuadés, que cette penſée, quoiqu'à tort, a conduit bien des gens à une incrédulité totale, parce que, quand on ſecoue une fois le joug de la crédulité, on n'y garde point de meſures. Au contraire, je défie que les conſéquences de mon Hypotheſe menent à l'incrédulité qui que ce ſoit: elles ne peuvent que la prévenir; & regagner à Dieu ceux que les ſeules difficultés de la *Création abſolue* en tiennent écartés; & le nombre en eſt fort grand. Dès qu'on voit clairement, que Dieu n'eſt point *l'Auteur du Mal*, & que nous pouvons être *Agens réels*, on reſpire; & ces peines d'eſprit levées, il eſt facile de préter l'oreille à la voix de la Religion.

Digitized by Google

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE
DE BELLES-LETTRES.

* *
*

Digitized by Google

RÉFLEXIONS
SUR
LES SPECTACLES.

PAR M. FORMEY. *)

Je n'ai pas deſſein de traiter ce ſujet dans toute ſon étendue, puiſque nos meilleurs Ecrivains viennent de s'acquitter de cette tâche, & qu'ils ont déployé à cette occaſion tous les efforts de leur génie. Je ne prétens pas non plus examiner les raiſons pour & contre les Spectacles qui ſe trouvent dans les derniers Ouvrages publiés ſur ce ſujet. Cette matiere devient trop rebattue, & paroit à peu près épuiſée. Mais ce qui m'a déterminé au choix de ce ſujet, c'eſt un Ecrit du ſiecle paſſé, compoſé par un des plus célebres Auteurs de ſon tems, & dont je ſuis ſurpris qu'aucun de nos modernes n'ait fait mention. Il le méritoit cependant, ſinon par ſa force, au moins par la ſingularité de pluſieurs idées qui s'y trouvent. Je veux parler du *Traité de La Comédie*, qui fait partie du Tome III. des *Eſſais de Morale* de M. Nicole. Le hazard me l'ayant fait relire il y a quelque tems, cette lecture m'a conduit à quelques réflexions qui feront la matiere de ce Mémoire.

La

*) Lu le 30 Octobre 1760.

Digitized by Google

La premiere remarque de M. *Nicole*, c'eſt qu'il n'y a point eu d'Apologiſte des Spectacles avant le ſiecle où il écrivoit; & cela, ajoute-t-il, „parce que les autres ſiecles étoient plus ſimples dans le bien „& dans le mal, & que ceux qui faiſoient profeſſion de piété témoi„gnoient une horreur conſtante pour les ſpectacles profanes.“ Si cet habile Ecrivain avoit conſidéré ſon ſiecle plus attentivement, il ſe ſeroit apperçu qu'on pouvoit, ſans le noircir & le décrier, juſtifier le changement de ſes idées par rapport aux Spectacles. Pour cet effet, il falloit tracer leur hiſtoire, & en marquer exactement les périodes. D'abord les Spectacles paſſerent du Paganiſme au Chriſtianiſme, & tinrent pendant longtems de leur origine. On a même prétendu qu'ils avoient fait partie des cérémonies ſacrées des Payens & que ce fût la principale raiſon qui engagea les Peres à tonner contr'eux, & les Conciles à les frapper d'anatheme. Il eſt évident que ce premier âge des Spectacles n'a rien de commun avec ceux qu'on repréſente aujourd'hui; & que les Pieces où il regne encore des idées empruntées du Paganiſme, comme *Amphitryon* & presque tous les Opéra, bien loin de favoriſer cette Religion, la décréditent de plus en plus, & en découvrent toutes les abſurdités.

De cette extrémité on ſe jetta dans celle qui étoit diamétralement oppoſée. Les Spectacles avoient fait partie du Culte Payen: on voulut les mettre dans les mêmes rélations avec le Culte Chrêtien. On ſçait que les anciennes Pieces du Théatre François étoient des morceaux de l'Hiſtoire Sacrée, & que les Myſteres de la Paſſion en particulier étoient joués de la maniere la plus indécente. M. *de Fontenelle* & Mrs. *Parfait* ont fourni à cet égard tous les détails néceſſaires. Les abus crians de ce genre dramatique engagerent à l'abolir. Il ne peut donc entrer pour rien dans la cenſure de M. *Nicole*, puiſqu'il n'exiſtoit plus, & que les Spectacles de ſon tems ne reſſembloient en rien à ceux dont je viens de parler.

Vint enſuite la Comédie proprement ainſi dite, mais libre, ou plutôt licencieuſe, telle qu'on la voit dans les Pieces de *Jodelle*, de

Cor-

Digitized by Google

Garnier, de *Hardy* & de *Rotrou*. Ecoutons M. *de Fontenelle*: „Nul „ſcrupule ſur les moeurs, ni ſur les bienſéances. Tantôt on trouve „une Courtiſanne au lit, qui par ſes diſcours ſoutient aſſez bien ſon ca„ractere. Tantôt l'Héroïne de la Piece eſt violée. Tantôt une Fem„me mariée donne des rendez-vous à ſon galant. Les premieres careſ„ſes ſe font ſur le Théatre; & de ce qui ſe paſſe entre les deux amans, „on n'en fait perdre aux ſpectateurs que le moins qu'on peut.“ *Voilà certainement*, avoit-il dit plus haut, d'*étranges moeurs*. *Il ne paroit pas cependant que perſonne en ait été ſcandaliſé*. Par ce mot *perſonne*, il faut entendre les Séculiers, la Cour, la Ville; car d'ailleurs l'Egliſe continuoit toujours à proſcrire les Spectacles, & l'on ne doit pas douter qu'il ne reſtât un petit nombre de perſonnes éclairées & pieuſes qui en ſentoient les inconvéniens. J'avoue que, lorsque M. *Nicole* écrivoit, cet âge de la Comédie venoit à peine de finir, qu'il s'en trouvoit quelques traces dans les premieres Pieces de *Corneille*, & que d'autres Auteurs donnoient ſouvent au Théatre des Pieces qui avoient beſoin d'être encore épurées. Cependant il auroit pu déjà découvrir la poſſibilité d'un Théatre repurgé, & ſentir que pluſieurs des Pieces qu'on jouoit de ſon tems, avoient une décence & une régularité, qui, pouſſées encore à quelques degrés, ſuffiſoient pour transformer le Théatre en une Ecole de moeurs.

Mais voici la grande raiſon qui a fait tenir à M. *Nicole* le langage qui regne dans ſon Traité; raiſon qui arrête & jette encore aujourd'hui dans l'embarras tous les Ecrivains de la Communion Romaine, lorsqu'ils reſpectent les principes de leur Egliſe. C'eſt cette contradiction qu'on ne ſe met point en peine de lever, en vertu de laquelle tout le monde va ſans ſcrupule aux Spectacles, & met ce plaiſir au nombre des plus vifs & même des plus innocens de la vie, tandis que les Acteurs & les Actrices, frappés d'excommunication, privés de ſépulture, ſont tout à la fois des perſonnes adorées & flêtries. On a dit à cet égard tout ce qu'on pouvoit dire, & je n'ai rien à ajoûter. Mais il n'eſt pas ſurprenant que l'Ecrivain de Port-Royal, qui a vêcu avant

Digitized by Google

avant toutes ces diſcuſſions, qui ne connoiſſoit presque le Théatre que de réputation, dans un tems où ſa réputation, n'agueres très mauvaiſe, étoit encore tout à fait équivoque; enfin qui étoit attaché à une Secte de Rigoriſtes bien voiſine du fanatiſme; il n'eſt pas ſurprenant, dis-je, que M. *Nicole*, placé dans ces circonſtances, ait voulu traiter les partiſans des Spectacles, comme Samſon traita les Philiſtins, en les écraſant ſous les ruines du Théatre. Jusques-là donc je ne ſerois pas ſurpris de ſon zele; mais je le ſuis que ce zele ait produit un effet, à la vérité aſſez ordinaire dans ceux qui pouſſent trop loin cette diſpoſition; c'eſt de lui faire oublier les regles de la Logique, & de le jetter dans les aſſertions les plus gratuites.

Et d'abord tout ce qu'il dit pour prouver que la Comédie, par ſa nature même, eſt une Ecole & un Exercice du Vice, tombe dès qu'on produit des Pieces dramatiques qui combattent au contraire le Vice, & qui concourent, pour ainſi dire, avec les Sermons aux progrès de la Vertu. L'*Avare* & le *Tartuffe* ne tendent-ils pas à déraciner deux des vices les plus odieux? Le *Glorieux* & le *Philoſophe marié* ne ſont-ils pas propres à guérir les hommes des travers les plus déraiſonnables? Mais, du tems de M. *Nicole*, on n'avoit encore que des Pieces d'intrigue, tirées pour la plûpart du Théatre Eſpagnol; les Pieces de caractere ſont venues plus tard; & celles qu'on peut nommer de ſentiment, (le Comique attendriſſant,) ſont encore plus récentes. Si notre Moraliſte avoit aſſiſté aux repréſentations de quelques Pieces de Mrs. *de la Chauſſée* & *de Boiſſy*, ou à la *Cénie* de Madame *de Grafigny*, je penſe qu'il auroit été, ſinon détrompé, au moins ému & ébranlé.

Mais, à s'en tenir aux Pieces mêmes qu'il a en vue, aux Pieces d'intrigue, où tout roule ſur quelque *amourette*, que divers obſtacles traverſent, & dont le dénouement eſt un mariage, il me paroit pouſſer les choſes beaucoup trop loin; & il fait là deſſus une ſortie contre l'Amour, qui eſt des plus ſingulieres. „La paſſion de l'Amour, dit „il, eſt la plus forte impreſſion que le péché ait faite ſur nos ames:

„ce

„ce qui paroit assez par les désordres horribles qu'elle pròduit dans le „Monde; & il n'y a rien de plus dangereux que de l'exciter, de la „nourrir, & de détruire ce qui la tient en bride, ce qui en arrête le „cours. Or ce qui y sert le plus est une certaine horreur que la coû„tume & le bonne éducation en impriment, & rien ne diminue davan„tage cette horreur que la Comédie?" Voilà de terribles paroles: mais sortent-elles de la bouche d'un Philosophe, d'un Théologien même, qui parte de principes solides & de notions distinctes: ou plutôt ne faut-il pas les regarder comme échappées à un Solitaire bilieux, dont le cerveau est en fermentation? Quoi! l'amour, le penchant d'un sexe pour l'autre, est l'effet & la suite du péché! Adam innocent n'auroit pas aimé sa femme innocente! Un mari vertueux peche quand il aime une femme, non seulement vertueuse, mais aimable, attrayante! Un Amant ne sauroit dans des vues légitimes sentir une vive passion pour l'objet qu'il recherche! Il ne s'agit, ni des extravagances, ni des crimes de l'Amour: il faut en considérer seulement le fonds, l'essence, & les déterminations qui en résultent dans tous les individus, pour décider ensuite si la coutume & la bonne éducation impriment de l'horreur pour l'amour, s'il convient d'en déraciner le principe dans les coeurs; & si, tout au contraire, ce ne seroit pas aller directement contre les vues de la Nature & de la Providence, que d'affoiblir simplement, bien loin qu'on doive chercher à la détruire, une impression à laquelle tiennent tout à la fois la conservation de l'espece, & l'un des plaisirs les plus doux & les plus légitimes que l'on puisse goûter ici bas.

Quoique la derniere Piece que M. *de Voltaire* vient de mettre au Théatre (en 1760) ne soit peut-être pas égale à celles qu'il a données dans la force de son âge, j'y renverrois cependant M. *Nicole*, s'il étoit au monde, pour se convaincre que l'amour peut être proposé aux Citoyens qui fréquentent les Spectacles, comme le modele le plus digne d'imitation. Cette Piece est intitulée *Tancrede*; & ce *Tancrede* n'est pas celui du Tasse, c'est un Chevalier Sicilien, un Héros de la trempe de nos anciens Chevaliers. *Aménaïde*, son Epouse, & l'Héroïne de

Digitized by Google

de la Piece eſt la Vertu perſonifiée; l'Amour chez elle eſt l'honnêteté même, le devoir. L'honneur, ſurtout cet honneur délicat qu'offenſe le défaut d'eſtime, eſt le principe du courage de cette Héroïne; elle brave tout pour détromper ſon Epoux qui la ſoupçonne, & ſuccombe enfin à la joye d'être juſtifiée à ſes yeux. *Tancrede* à demi-mort, qui reconnoit la fidélité d'Aménaïde, expire auſſitôt; & *Aménaïde*, en paſſant ſubitement de l'inquiétude de lui ſurvivre avec une tache, au plaiſir d'en être reconnue fidele, & à la douleur de le voir expirer, tombe dans l'épuiſement cauſé par ces trois paſſions, qui abſorbe ſes forces, & rend l'ame aux genoux de *Tancrede:* tout le monde fond en larmes à un aſpect auſſi touchant. Se peut-il un plus bel exemple de fidélité conjugale, une plus forte leçon pour les Epoux défians & dominés par la jalouſie! Quelle impreſſion dangereuſe peut-on remporter d'un pareil Spectacle? L'eſprit y eſt inſtruit, le coeur y eſt touché; & ſi les ſens ſont flattés, où eſt le précepte qui défend de leur accorder la jouiſſance de ſemblables plaiſirs? Ne peut-on pas même dire que, plus on y prendra de goût, plus on reviendra des plaiſirs groſſiers, brutaux & deshonorans?

Continuons à ſuivre notre Moraliſte. Quand même on n'arriveroit dans les Pieces de Théâtre qu'au mariage, & qu'on n'y repréſenteroit que des paſſions légitimes, cela ne le contente point, *parce que*, ce ſont ſes termes, *encore que le mariage faſſe un bon uſage de la concupiſcence, elle eſt néanmoins en ſoi toujours mauvaiſe & déréglée; & il n'eſt pas permis de l'exciter, ni dans ſoi-même, ni dans les autres.* Je cherche un ſens à ces paroles, & je n'y en trouve point, au moins qui ſoit raiſonnable. Pour ſe marier ſuivant les vues de la Nature, (car je ne parle point des mariages d'intérêt, de politique, &c.) il faut s'aimer, ſe deſirer, vouloir être unis réellement & phyſiquement. Sans ce deſir, & même s'il n'étoit très vif, le Monde finiroit. Il y a tant d'inconvéniens attachés au mariage, c'eſt un joug ſi peſant, une carriere ſemée de tant d'épines, même pour les couples les plus heureux, que perſonne n'en courroit les riſques, ſi l'attrait le plus puiſ

Digitized by Google

puiſſant de tous n'y ſollicitoit, n'y déterminoit invinciblement. Eſt-ce là ce que M. *Nicole* nomme la *concupiſcence;* & eſt-il fondé à dire qu'elle eſt toujours mauvaiſe *en ſoi* & déréglée? Il falloit exprimer préciſément le contraire: *en ſoi* elle eſt toujours bonne & réglée, comme le ſont toutes les paſſions, tous les penchans, tous les inſtincts naturels; mais elle peut devenir, de même que toutes les autres paſſions, un état violent & déſordonné, un délire, une fureur. Alors il s'agira de décider, ſi le Théatre l'enflamme effectivement, & la fait ſortir de ſes juſtes bornes. C'eſt aſſurément ce qui n'eſt jamais arrivé à ceux qui ont aſſiſté aux repréſentations de *Polyeucte*, de *Cinna*, d'*Andromaque* & de *Britannicus*, d'*Alzire* & de *Zaïre*, non plus qu'à celles du *Miſantrope*, des *Femmes ſavantes*, & des bonnes Pieces Comiques qui ont paru depuis *Moliere.* La Tragédie attendrit, la Comédie égaye: on ſe retire ſatisfait du Spectacle: & ſi l'on a retenu les plus beaux endroits, ces endroits, généralement parlant, ne renferment aucun germe de corruption. Je dis, généralement parlant, car je ne prétens pas juſtifier ſans exception tout ce qui ſe dit au Théatre. Cela n'eſt pas poſſible, mais auſſi cela n'eſt pas néceſſaire. S'il faloit s'abſtenir de tout ce qui n'eſt pas entierement exempt de défaut & de danger, il faudroit ſe ſéqueſtrer des Sociétés, ne ſe mêler d'aucune converſation, ne lire aucun Ouvrage de goût & d'agrément; car il ſe gliſſe partout des traits, des maximes, qui ſont nuiſibles, ou peuvent le devenir à ceux qui en abuſent. Mais je ne crains pas de dire qu'il y a moins de danger à voir pendant deux ou trois heures la repréſentation d'une belle & bonne Piece de Théatre, qu'à ſe trouver le même eſpace de tems dans les trois quarts des Sociétés ordinaires, ou à lire la plupart des Livres les mieux écrits & les plus eſtimés. Je ſçais bien qu'on éviteroit tous ces dangers en ſe réfugiant dans une ſolitude pareille à celle de Mrs. de Port-Royal, ou en ſe faiſant Chartreux. Mais eſt-ce là la vocation de l'homme raiſonnable? Eſt-ce même celle du Chrêtien le plus attaché à ſa Religion? C'eſt ce que tous les *Nicoles* du monde ne prouveront jamais.

Auſſi

Digitized by Google

Auſſi des Docteurs de ſa propre Communion, encore avant la fin du ſiecle paſſé, ont tenu un langage fort différent du ſien, & qui s'accorde avec le nôtre. Je trouve dans le mois de Décembre, 1695, de l'*Hiſtoire des Ouvrages des Savans*, par M. *Baſnage de Beauval*, l'Extrait de la *Lettre d'un Théologien, conſulté pour ſavoir, ſi la Comédie peut être permiſe, ou doit être abſolument défendue?* Cette Lettre de 70 pages *in* 12. fut imprimée à Paris, chez *Guignard*. L'Auteur, après pluſieurs réflexions fort judicieuſes, dit qu'il faut toujours diſtinguer la bonté des choſes que l'on corrompt d'avec la malice des corrupteurs, l'abus que les hommes font de tant d'objets n'étant point une raiſon de les proſcrire. „La Société, continue-t-il, le commerce du monde, „offre bien plus d'occaſions à ces coeurs ſi promts à s'enflammer, & „ſi ſuſceptibles des paſſions, que la repréſentation d'une Comédie. C'eſt „là que la vertu trouve tant d'écueils, & qu'elle fait ſi ſouvent naufrage. Faut-il pour cela s'exiler du monde, pour s'occuper uniquement de ſon ſalut, & pour n'être point diſtrait par tant d'objets ſi „capables de nous ſéduire? Il s'enſuivroit qu'une femme, parce qu'elle eſt belle, eſt obligée en conſcience de ſe cacher, de peur d'allumer des deſirs criminels, ou qu'il faudroit la ſequeſtrer de la vue des „hommes pour le ſalut du genre humain, afin qu'elle ne fût point un „objet funeſte de tentation. Faut-il, diſoit *Lycurge*, arracher toutes „les vignes à cauſe de l'intempérance des yvrognes? Il n'eſt donc pas „juſte de faire ceſſer la Comédie, ni de ſe priver d'un divertiſſement „honnête, ſous prétexte que des perſonnes foibles, ou peut-être déjà „amollies & efféminées par la volupté, en peuvent faire un mauvais „uſage. On n'eſt pas obligé à retrancher, pour l'amour d'elles, l'amuſement le plus agréable des gens d'eſprit, ni à abolir ce que la Comédie a d'ingenieux & d'inſtructif en faveur des eſprits mal diſpoſés, qui „y cherchent des excuſes à leur déréglement. L'eſprit humain ayant „beſoin de relâchement (*arcum non ſemper tendit Apollo*,) & de reprendre de nouvelles forces dans le repos, la Comédie eſt un plaiſir „légitime & permis." Ainſi penſoit & s'exprimoit un Théologien dont j'ignore le nom, & qui certainement n'a pas eu autant de réputation

Digitized by Google

tation, quoiqu'il lui fût ſupérieur, au moins à en juger par le parallele de leurs raiſonnemens ſur le ſujet en queſtion.

La même queſtion fut agitée peu de tems après en Angleterre. Les deux Tenans étoient Mrs. *Collier* & *Dennis* *). Le premier peut être appellé un Antagoniſte furieux des Spectacles: il eſt vrai qu'il en veut à ceux d'Angleterre, où il ſe trouve en effet des irrégularités & des indécences qu'on ne ſauroit juſtifier. M. *Dennis* répond de ſon mieux, & ſe ſert au moins de bonnes raiſons pour prouver la poſſibilité & l'utilité des Spectacles décens.

Revenons au Traité que j'examine. Ce qui ſuit devient toujours plus extraordinaire, & en le liſant on a peine à en croire ſes propres yeux. La Comédie eſt un divertiſſement damnable, parce qu'il anéantit le devoir de la vigilance Chrêtienne, & que perſonne ne s'eſt jamais aviſé de s'y préparer par la priere. *Riſum teneatis.* Quoi! tout divertiſſement eſt interdit, dès qu'on ne peut le commencer & le finir par une priere! Cela me rappelle ces queſtions bizarres qui ſe trouvent dans quelques Caſuiſtes, & que je n'oſe rapporter qu'en Latin: *Num inter naturalis debiti & conjugalis officii egerium liceat pſallere, orare*, &c. Répondons pourtant ſérieuſement. 1. La vie d'un homme de bien eſt une priere continuelle, & même la ſeule agréable à l'Etre ſupreme. Celle d'un Chrêtien eſt conforme au précepte apoſtolique: *ſoit que vous mangiez, ſoit que vous buviez, quoique vous faſſiez, que ce ſoit pour la gloire de Dieu.* 2. Pourquoi feroit-on plus de mal en allant à la Comédie ſans avoir fait ſa priere, qu'en s'amuſant à la paume, au billard, en prenant toute autre récréation, qui n'eſt pas ordinairement précédée d'un acte invocatoire? 3. Pourquoi, ſi on le vouloit, ne pourroit-on pas faire une priere avant que d'aller au Spectacle, tout comme on en fait une en ſe mettant à table? Le fonds en ſeroit à peu près le même; on rendroit graces à Dieu des biens, des plaiſirs qu'il nous accorde: & on le ſupplieroit de nous préſerver de tout

*) Voyez les Extraits de leurs Ecrits dans l'*Hiſtoire des Ouvrages des Savans*, Tom. XIV. p. 215. & 292.

Digitized by Google

tout abus, de tout excès. 4. Enfin, ou la vigilance Chrêtienne reſſemble aux pratiques de ces Orientaux, qui s'occupent à regarder ſans interruption le bout de leur nés, & qui ſont au déſeſpoir quand on le leur fait perdre de vue; ou bien elle permet toutes les récréations honnêtes proportionellement au beſoin que nous pouvons en avoir. Tout reviendra donc à la premiere & unique queſtion: S'il eſt malhonnête, criminel d'aller au Spectacle? Ou encore plus préciſement: Si la Tragédie, la Comédie, ſont des Spectacles mauvais & dangereux? Or nous nions cette derniere aſſertion, mais avec les reſtrictions déjà indiquées, c'eſt-à-dire, en banniſſant pour jamais du Théatre les Pieces que la Morale & la Religion s'accordent à condamner.

Je regarde comme un pur Sophiſme l'argument ſur lequel M. *Nicole* s'appuye. „Si les perſonnes qui vivent dans la retraite & dans „l'éloignement du monde, ne laiſſent pas de trouver de grandes diffi„cultés dans la Vie Chrêtienne, au fond même des Monaſteres; quel„les peuvent être les playes & les chûtes de ceux qui, menant une vie „toute ſenſuelle, s'expoſent à des tentations, auxquelles les plus forts „ne pourroient pas s'empêcher de ſuccomber!" Il n'y a preſque pas un mot ici qu'on ne puiſſe relever. Les Solitaires croyent fuir les tentations: ils les attirent en quelque ſorte, & les rendent inſupportables. L'Homme n'eſt jamais en plus mauvaiſe compagnie qu'avec lui-même, lorsqu'il ſe livre à une retraite forcée, pour laquelle la Nature ne l'a point formé, & dont la Religion ne lui fit jamais un devoir. Comme on a dit que le chagrin montoit en croupe, & galoppoit avec celui qui vouloit l'éviter, on peut dire de même que tous les penchans vicieux, toutes les agitations de la chair & des appétits ſenſuels ſe réveillent avec plus de force dans ceux qui ont rompu commerce avec le Monde, que dans ceux qui y vivent, s'y occupent utilement & s'y amuſent honnêtement. Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à lire dans la vie de quelques pieux Solitaires les remedes étranges auxquels ils ont eu recours pour éteindre un feu qui les dévoroit juſqu'aux os. Quant aux Monaſteres, ils ne furent jamais le ſéjour de la tranquillité, du détachement

Digitized by Google

chement du Monde, & des vertus ſublimes. Tout y eſt intrigue, cabale, haine, envie, déſunion: tous les vices de l'eſprit y regnent, & & ceux de la chair n'en ſont rien moins que bannis. M. *Nicole* a donc grand tort s'il croit ſe ſervir ici de l'argument *à majori ad minus*, & pouvoir dire: Si les Solitaires & les Moines ont tant de peine à faire leur ſalut, comment ſe ſauveront ceux qui vont à la Comédie? Je ne ferai point difficulté de dire qu'ils ſe ſauveront plus aiſément; qu'un Magiſtrat qui aura rendu exactement la juſtice, un Savant qui aura fait de bonnes études dans ſon Cabinet, & tout Homme qui ſe ſera bien acquitté de ſes devoirs, pendant huit ou dix heures de la journée, ſera mieux diſpoſé pour le ſalut, lorsqu'il aura paſſé deux heures à la Comédie, qu'un Prieur qui, après avoir chanté Matines, Vêpres & Complies, ſera enrager ſes Moines, ou des Moines qui feront enrager leur Prieur. C'eſt réellement ne connoître, ni le Monde, ni la Religion; c'eſt ne voir les objets que par une lucarne, ou de deſſous un capuchon, que de juger & raiſonner comme le fait ici notre Auteur.

L'autre partie de ſon raiſonnement eſt tout auſſi fauſſe. Aller à la Comédie, ſelon lui, c'eſt mener une vie toute ſenſuelle, & s'expoſer aux plus fortes tentations. Pure pétition de principe, qu'il eſt ſuperflu de réfuter. Il faut de la récréation à l'homme; car je ne fais point ici l'apologie des fainéans & de ceux qui font leur tout des Spectacles; je parle de l'Homme laborieux & utile à la Société; il lui faut de la récréation, je ne crois pas qu'on veuille me le nier; & dès-là je dis qu'il y a à parier que la plus innocente & la plus utile des récréations qu'il peut prendre, eſt celle d'un Spectacle décent, & qu'un tel Spectacle n'eſt point une chimere, qu'il exiſte réellement.

Cela poſé, M. *Nicole* peut continuer tout à ſon aiſe, en ajoûtant „que la Comédie eſt une tentation recherchée de gayeté de coeur; qu'il „y a de la témérité, de l'orgueil, de l'impiété, à ſe croire capable de „réſiſter ſans la grace aux tentations que l'on rencontre dans la Comé„die; qu'il y a de la préſomtion & de la folie à croire que Dieu nous „délivrera toujours par ſa grace d'un danger où nous nous expoſons vo„lon-

„ lontairement & ſans néceſſité.“ Cet entaſſement de paroles & d'exagérations renferme toujours les mêmes idées, c'eſt à dire, des ſuppoſitions parfaitement gratuites.

Ne croyons pas cependant que notre Moraliſte ſoit au bout de ſes reſſources; il en appelle une bien puiſſante à ſon ſecours, c'eſt le Diable. Les hommes ont aimé de tout tems à le faire intervenir dans les affaires de ce Monde; & comme on dit, *Deus ex machina*, on pourroit dire en une infinité d'occaſions où l'action diabolique eſt miſe en jeu: *Diabolus ex machina.* Je ne prétens conteſter, ni l'exiſtence de ce malin Eſprit, ni les opérations que l'Ecriture lui attribue. Mais nous vivons dans un ſiecle trop éclairé pour que je faſſe difficulté de dire que le Diable ne ſe mêle pas plus de tout ce qu'on ne ceſſe de lui imputer, qu'il s'étoit mêlé de la poſſeſſion des Religieuſes de Loudun. Quand même il auroit, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, la clef des champs, je ne crois pas qu'il s'amuſât à toutes les niaiſeries que lui ont fait faire les Auteurs de certaines *Démonomanies*, entr'autres de celle de *Macon*, Livret qui a eu beaucoup de vogue autrefois, & qui eſt le récit des eſpiégleries que le Diable faiſoit dans la maiſon d'un vieux Miniſtre de cette Ville, nommé *Perrault.* On a ſoupçonné avec raiſon que c'étoit le jeu ou l'intrigue d'un valet & d'une ſervante qui vouloient écarter leur Maître, afin d'avoir les coudées franches. Et c'eſt de ſemblables fourberies qui ont été le dénouement de toutes les ſcenes de cette nature, quand on a voulu les approfondir. On en peut voir des exemples dans un Roman bien écrit, qui a pour titre: *La Fauſſe Clélie.*

Mais ceci tient de la digreſſion: il s'agit de la part que le Diable a aux Spectacles. Les anciens Peres de l'Egliſe l'y ont fait intervenir, ſurtout dans les Danſes publiques, & ont dit que c'étoit lui qui faiſoit mouvoir les pieds des Danſeurs & des Danſeuſes. Ceci remonte à cette premiere Epoque des Spectacles dont j'ai parlé, & où ils étoient encore infectés de l'idolâtrie & de la corruption des moeurs qui avoient régné dans le Paganiſme. Si l'on veut appeller diabolique tout ce qui tend à dépraver les hommes, parce que cela s'accorde avec les vues du Démon

Digitized by Google

mon, le premier de tous les ſéducteurs; je conviendrai que les Peres avoient raiſon d'employer les motifs les plus forts pour engager les Chrêtiens à ſe préſerver de cette contagion. Qu'on liſe ſeulement le récit des fêtes qui ſe célébroient dans le Bocage de Daphné près d'Antioche, on verra qu'elles étoient dignes d'adorateurs & d'eſclaves du Démon. Mais il y a bien du chemin à faire de là juſqu'à l'état préſent des Spectacles; & il ſeroit auſſi difficile de prouver par le fait que par le droit, que le Diable préſide ou doive préſider à la repréſentation des Pieces que nous avons indiquées, & de celles qui leur reſſemblent. Il ne trouveroit aſſurément pas ſon compte à celle du *Tartuffe:* ſon intérêt eſt que les hommes ſoyent faux & impoſteurs: démaſquer, confondre l'hypocriſie, c'eſt détruire ſon régne. Ainſi, ſans comparer la Comédie à l'Evangile, il faudroit pourtant convenir qu'elle ſeroit dans le même cas, c'eſt à dire, que ſi on l'attribuoit à Satan, il en réſulteroit qu'il eſt oppoſé à lui-même. On peut donc regarder comme de pures & puériles déclamations ce que dit M. *Nicole*, que la Comédie ruine les remparts qui fermoient l'entrée de notre ame au Diable, & qu'alors il y entre facilement; & que, quand même la repréſentation d'une Comédie n'exciteroit pas d'abord quelque mauvaiſe penſée en nous, le Diable ſçaura bien prendre ſon tems, quand il trouvera l'occaſion favorable, pour faire germer les ſemences imperceptibles qu'elle aura jettées dans nos coeurs, & leur faire porter des fruits de mort.

Le reſte du Traité de notre Moraliſte porte également à faux. Il ſe propoſe d'y prouver qu'il eſt impoſſible d'aimer Dieu, de mener une vie Chrêtienne, de vaquer à la priere, de rendre à J. C. ce qu'on lui doit, dès qu'on fréquente les Spectacles. Qu'on juge de ſon enthouſiaſme à cet égard par le paſſage ſuivant: „Ne ſeroit-ce pas ſe „moquer de Dieu & des hommes, que de dire que l'on va à la Comé„die pour l'amour de J. C? Oſerions-nous lui offrir cette action, & „lui dire: Seigneur, c'eſt pour vous obéir que je veux aller à la Co„médie; ce ſera votre eſprit qui m'y conduira; ce ſera vous qui ſe„rez

Digitized by Google

„rez le principe de cette action: c'eſt par votre Croix que vous me „l'avez méritée? Y a-t-il quelcun aſſez aveugle, ou endurci, pour „pouvoir ſouffrir ſans horreur l'impiété de ce langage.“ C'eſt peut-être pouſſer les choſes trop loin que de mêler les plus grands objets, les myſteres les plus auguſtes de la Religion, à de ſemblables diſcuſſions. Mais, puiſque M. *Nicole* nous y force, répondons-lui que ce qu'il regarde comme le comble de l'impiété, n'en eſt point une; & quoique perſonne ne tienne le langage qu'il voudroit mettre dans la bouche des partiſans des Spectacles, pour le faire contraſter avec leur conduite, ce contraſte ne ſeroit point réel. Un bon Chrêtien, comme nous l'avons déjà inſinué, qui acheve ſa journée par une priere, rend graces à Dieu de l'avoir conſervé, de lui avoir donné le néceſſaire, & d'y avoir joint l'agréable qui n'eſt pas moins un effet de la bonté de l'Etre ſuprême. Si donc, après avoir aſſiſté dans cette journée au Spectacle où il s'eſt plû très innocemment, & dont il ne lui reſte pas la moindre impreſſion vicieuſe, (ce qui n'eſt point une pétition de principe, comme toutes les theſes de M. *Nicole*, mais un fait d'expérience,) ſi, dis je, il remercie Dieu des graces qu'il lui a accordées dans le cours de la journée, celle-là y eſt compriſe implicitement; & j'oſe dire qu'elle pourroit l'être explicitement ſans la moindre profanation.

Une des diſcuſſions les plus intéreſſantes qui ſe trouvent encore dans ce Traité, c'eſt celle de pluſieurs maximes mondaines de faux honneur, de vaine gloire, de vengeance, qui étant pompeuſement débitées au Théatre, ſont adoptées par ceux qui les entendent, & influent ſur leur conduite. M. *Nicole* en cite des exemples tirés du *Cid* & des *Horaces*, qui étoient les plus belles Pieces de ſon tems, & qui ſont encore très eſtimées. Je répons en deux mots; d'abord, que ces maximes n'ont point produit l'effet qu'on leur attribue, & qu'au contraire, dès que le *Cid*, par exemple, parut, on blâma tout d'une voix l'indécence de la paſſion de *Chimene* pour le meurtrier de ſon pere, & que l'idée de ſon mariage avec lui, quoique le Poëte l'eût renvoyé à un tems plus éloigné, parut une idée révoltante. Il en eſt de même

de

de cette grandeur Romaine, outrée & féroce, que cet admirable Poëte ſavoit ſi noblement exprimer qu'il étoit plus Romain que les Romains mêmes. On en étoit frappé, enchanté; mais on n'en ſentoit pas moins le faux, & même le vicieux. Jamais l'exemple d'*Horace* qui tue ſa ſoeur parce qu'elle témoigne trop d'attachement à la mémoire d'un objet digne de ſa tendreſſe, ne fera naître des diſpoſitions & ne produira des actions ſemblables. Je dis en ſecond lieu, que le Théatre a changé depuis *Corneille*, à cet égard; que *Racine*, *Crébillon*, *Voltaire*, & les autres grands Poëtes qui ont régné depuis ſur la Scene, ont parlé, pour m'exprimer ainſi, un langage plus humain, en ſorte que les ſentences qui frappent dans leurs Pieces, ſont, au moins pour l'ordinaire, de vrayes maximes, conformes aux principes de la plus ſaine Morale. Enfin, je remarque que les Héros, les Perſonnages de Théatre, étant des hommes, & devant reſſembler aux hommes, ſi l'on veut que les Spectacles ſoient vraiſemblables & inſtructifs, il faut que ces Héros, ces Perſonnages, ayent des défauts, & que leurs diſcours en portent l'empreinte: ce qui ne rend pas pour cela ces diſcours dangereux. Qu'y a-t-il de plus beau dans le genre dramatique que la *Phedre* de *Racine*: & cependant qu'y a-t-il de plus déteſtable, de plus odieux, que les deſſeins de *Phedre*, ſes machinations, & ſurtout que les conſeils de ſa confidente *Oenone*? Dira-t-on que la vue ou la lecture de cette Piece produira des *Phedres* & des *Oenones*? Ce ſeroit le comble de l'abſurdité. L'Ecriture Sainte elle-même a-t-elle fait difficulté, en nous propoſant les plus beaux exemples & les plus dignes de notre imitation, d'y laiſſer appercevoir, non ſeulement les traces de l'infirmité humaine, mais les taches des vices les plus énormes. *David* raviſſant *Bathſebah*, & faiſant mourir *Urie*, n'eſt-il pas auſſi criminel que *Phedre* brûlant d'amour pour *Hippolyte*, & cauſant ſa perte?

Je m'arrête, parce qu'à l'aide des principes que je viens de poſer, il ne reſte, ce me ſemble, aucune objection contre les Spectacles à laquelle on ne puiſſe faire des réponſes ſatisfaiſantes. Mais, afin qu'on

Digitized by Google

qu'on n'étende pas les conſéquences de ces principes au delà de mes vues, je déclare: 1. Que par les Spectacles, je n'ai entendu dans ce Mémoire que la Tragédie & la Comédie: 2. Que mon Apologie n'embraſſe que les Tragédies & les Comédies où les loix de la décence ſont exactement obſervées: 3. Que je n'approuve pas la fréquentation des Spectacles, dès que c'eſt une paſſion & une occupation, mais que je l'eſtime permiſe ſur le pied de récréation honnête, ajoutant même le conſeil de s'abſtenir de cette récréation, ſi l'on s'appercevoit qu'elle nous rendît paſſionnés pour les Spectacles, tout comme il faut renoncer au Jeu, ſi l'on ſent un penchant à devenir Joueur: 4. Enfin, que dans les Pieces les plus décentes, il y auroit encore ſans doute des changemens & des corrections à faire, qu'il ſeroit à ſouhaiter qu'on les fît, que les vues de M *Riccoboni* pour la réformation du Théatre fuſſent ſuivies & perfectionnées, & que des Cenſeurs éclairés, conſtamment chargés de veiller tant ſur les Pieces qu'on reprend que ſur celles qu'on donne au Théatre, achevaſſent de rendre ce plaiſir auſſi pur qu'il peut & doit l'être. Après ces explications je ne crois pas que perſonne me puiſſe reprocher, ni le choix de ce ſujet, ni la maniere dont je l'ai traité.

SECON-

Digitized by Google

SECONDE (*) DISSERTATION,

où

IL EST PARLÉ DES NAVIGATIONS DE TARSCIS, ET PAR OCCASION, DE CELLES D'*OPHIR*.

PAR M. DE FRANCHEVILLE.

Je croi avoirs pleinement rempli dans ma premiere Diſſertation le deſſein que je m'étois propoſé, de découvrir l'Isle de *Tarſcis*, & j'oſe me flater d'avoir porté cette découverte à toute la probabilité & l'évidence, qu'on peut déſirer dans une matiere, qui n'eſt pas ſuſceptible d'une démonſtration mathématique. Mais mon travail ſeroit imparfait, ſi je ne traitois en même tems un autre point conſidérable qui en dépend. Je parle de ces fameuſes navigations de *Tarſcis*, dont l'Ecriture Sainte nous trace une ſi magnifique idée du tems de Salomon: navigations ſur leſquelles les Savans ont encore beaucoup écrit; mais comme on peut juger, fort aveuglément, ne connoiſſant abſolument point la ſituation de *Tarſcis*.

Pour mettre plus de clarté dans ce que j'ai à dire, je parlerai d'abord de la navigation d'*Ophir*, afin qu'on voye dans la ſuite la diſtinction qu'il faut mettre entre cette navigation & celle de *Tarſcis*.

Aux Chapitres IX & X. du I. Livre des Rois, il eſt dit:

„Le Roi Salomon équippa une flotte à Hersjon-gueber, qui étoit „près d'Eloth ſur le rivage de la mer Rouge au pays d'Edom. Et „Hi-

(*) Voyez la premiere Tome XVI. p. 355 & ſuiv.

Digitized by Google

„Hiram (Roi de Tyr) envoya de ſes ſerviteurs gens de mer & qui „entendoient la marine, pour être avec les ſerviteurs de Salomon „dans cette flotte. Et ils vinrent en *Ophir;* & ils prirent de là 420 „talens d'or, & ils les apportérent au Roi Salomon. La flotte d'Hi„ram qui avoit apporté de l'or d'*Ophir* apporta auſſi en fort grande „abondance du bois d'Almugghim & des pierres précieuſes. Et le „Roi fit des barrieres de ce bois d'Almugghim pour la maiſon de l'E„ternel & pour la maiſon Royale, & des violons & des muſettes „pour les chantres. Il n'étoit point venu de ce bois d'Almugghim, „& on n'en avoit point vû juſqu'à ce jour-là."

Cette narration ſe retrouve dans les chap. VIII & IX. du II. Livre des Chroniques, mais avec des différences aſſez conſidérables pour mériter attention. Il y eſt dit:

„Alors Salomon s'en alla à Hetsjon-gueber & à Eloth ſur le rivage de „la mer qui eſt au pays d'Edom. Et Huram (Roi de Tyr) lui en„voya ſous la conduite de ſes ſerviteurs, des Navires & de ſes ſervi„teurs expérimentés dans la marine, qui s'en allérent avec les ſer„viteurs de Salomon à *Ophir*, & qui prirent de là 450 talens d'or „& les apportérent au Roi Salomon. Et les ſerviteurs de Hiram „& les ſerviteurs de Salomon qui avoient apporté de l'or d'*Ophir*, „apportérent du bois d'Algummim & des pierres précieuſes. Et „le Roi fit de ce bois d'Algummim les chemins qui conduiſoient à „la maiſon de l'Eternel & à la maiſon Royale, & des violons & des „muſettes pour les chantres. On n'avoit point vu de ce bois auparavant au pays de Juda."

Ces deux Textes différent l'un de l'autre, en ce que le premier dit, que Salomon équippa une flotte à Hetsjon-gueber, ſur laquelle il mit des Juifs avec des mariniers Tyriens qu'Hiram lui envoya. Et le ſecond, qu'Hiram envoya de Tyr à Hetsjon-gueber des navires & des mariniers Tyriens qui ſe joignirent à des Juifs ſujets de Salomon pour aller à *Ophir.*

Le

Digitized by Google

Le premier Texte paroît d'abord le plus clair, & le ſeul qui ſemble devoir être adopté. Car qu'y a-t-il de plus ſimple & de plus aiſé, que de faire paſſer par terre des Matelots Tyriens, à travers l'Idumée, depuis la côte de Phénicie juſqu'à Hetsjon-guéber, pour aller monter une flotte que Salomon y équippoit. Mais, lorsqu'on y regarde de plus près, & qu'examinant la ſuite de ce même Texte, on voit que cette flotte n'eſt point appellée la flotte de Salomon, mais la flotte d'Hiram, on ne ſauroit s'empêcher de reconnoître que c'eſt véritablement le ſecond Texte qui mérite la préférence. Ou plutôt, pour ſauver le reſpect dû à ces Livres, diſons qu'il y a moyen de concilier l'un & l'autre, en reconnoiſſant que c'étoit en effet la flotte d'Hiram, parce qu'Hiram envoya les navires à Salomon; & que Salomon équippa cette flotte, non en faiſant conſtruire ni appareiller les bâtimens, mais parce que les frétant ou les loüant, il les équippa en même tems à ſes riſques d'une cargaiſon convenable, que les Juifs ſes ſujets partant par les mêmes vaiſſeaux alloient vendre pour ſon compte à *Ophir*.

Je ne m'arrêterai pas à d'autres contrariétés qui ſe trouvent entre les deux Textes; comme eſt par exemple le poids de l'or rapporté d'*Ophir*, que l'un fixe à 420 talens & l'autre à 450; & le bois ſi rare venu pour la premiere fois en Judée, que l'un nomme Almugghim & l'autre Algummim, lequel ſervit à faire ſuivant celui-là des barrieres, & ſuivant celui-ci des chemins, c'eſt à dire des galeries. Ces diſcuſſions n'entrent point dans mon plan. Je remarquerai ſeulement au ſujet de ce bois ſi rare, que dans le Chapitre ſecond du même Livre des Chroniques, il ſe trouve joint aux cedres & aux ſapins que Salomon prioit Hiram de lui envoyer du Liban, avant qu'il fût queſtion de la flotte équippée pour *Ophir*. Or comment a-t-il pu ſe faire que dans la ſuite lors du retour d'*Ophir* on en vit pour la premiere fois en Judée, ſi déja Salomon en avoit demandé à Hiram, ſi même il en avoit reçu comme il y a apparence; car Hiram huit verſets plus loin au même Chapitre, lui répond: *Nous couperons autant de bois qu'il t'en faudra*; & cela *du Liban*: autre circonſtance qui feroit croire que le bois en

 queſ-

queſtion ne devoit pas être aſſez rare pour qu'on n'en eût jamais vû avant le retour d'*Ophir*. Il eſt vrai que dans cette réponſe d'Hiram, il n'eſt pas fait mention nommément de ce bois: Mais on n'en peut rien conclure, parce que les cedres & les ſapins que Salomon avoit également demandés & qu'Hiram lui promettoit ſans doute, n'y ſont pas non plus nommés, & qu'il en eſt de même dans le onzieme verſet Chapitre IX du I. Livre des Rois, qui correſpond à ce Paſſage. Cependant j'ai de la peine à me perſuader que Salomon ait demandé un bois qu'il ne ſavoit pas être certainement ſur le Liban, & un bois juſqu'alors inconnu; ou même que ce bois ait été nommé là ſans conſéquence & par erreur. C'eſt ce qui me fait ſoupçonner qu'Almugghim ou Algummim n'étoit pas le nom propre d'un arbre, mais que ce nom étoit appliquable à différens bois d'une certaine qualité, ou propres à certain uſage. Car en ce ſens il pouvoit y en avoir d'une eſpece ſur le Liban, & d'une autre à *Ophir*, qui donnât lieu de dire qu'on n'en avoit vu que cette fois-là. Peut-être parviendrai-je dans la ſuite à découvrir ce bois.

Je reviens à mon ſujet. On a vu que la flotte qui alloit à *Ophir* avec les gens de Salomon, étoit une flotte d'Hiram montée par des mariniers à lui, c'eſt à dire par des Tyriens; & il eſt facile d'en deviner la raiſon. Un travail journalier & continuel comme eſt la manœuvre d'un navire, n'étoit point fait pour des Juifs obligés par leurs loix d'obſerver religieuſement les jours de Sabbath & d'autres fêtes, en s'abſtenant de toute ſorte de travail. D'où il s'enſuit que ni Salomon ni les autres Rois de la Judée n'ont jamais pu faire de navigations, ſoit à *Ophir*, ſoit ailleurs, qu'en loüant des Matelots & même des Navires étrangers. Car on ne s'aviſe guéres d'avoir des navires en propre quand on n'a pas chez ſoi d'équipage pour les monter. Et quelles meilleures marines étrangeres ces Rois Juifs pouvoient-ils prendre, que celles des Tyriens, non ſeulement leurs plus proches voiſins du côté de la Méditerranée, mais auſſi les plus grands navigateurs de ce tems-là, & de ceux de *Tarſcis*, Tyriens eux-mêmes, ou du moins

Colo

Digitized by Google

Colonie Phénicienne comme les Tyriens, & leurs égaux en réputation? Mais il paroît par les deux Textes rapportés plus haut, qu'il n'étoit pas queſtion de la flotte de *Tarſeis* à l'égard des navigations d'*Ophir*, & que celle d'Hiram étoit la ſeule qui y fût employée. Or, pour que la flotte d'Hiram ſe rendît de Tyr à Hetsjon-gueber, comme le dit nettement le Paſſage des Chroniques, peut-on ſe perſuader qu'elle traverſât l'Idumée par terre; idée ridicule! ou du moins par quelque canal tiré de la mer Méditerranée juſqu'à la mer Rouge, ce qui eſt plus vraiſemblable, comme on le verra dans la ſuite de ce Mémoire; quoiqu'on diſe que divers Rois d'Egypte ayant entrepris la jonction des deux mers, abandonnérent ce deſſein, ou comme impraticable, ou dans la crainte que la mer Rouge plus élevée que l'Egypte, n'inondât ce pays; & qu'ils n'auroient pas eu beſoin de cette jonction ſi elle eût été faite dès le tems de Salomon, ou que l'entreprenant ils n'en auroient pas abandonné le projet, qui ne pouvoit avoir plus de difficultés, ni peut-être même d'inconvéniens pour l'Egypte que pour l'Idumée. Mais à ſuppoſer que le trajet de celle-ci par le canal fût impraticable, il ne reſtoit à la flotte d'Hiram que la route naturelle qu'elle devoit prendre en partant de la Méditerranée pour ſe rendre dans la mer Rouge.

Voilà donc la flotte de Tyr dans l'obligation de faire le tour de l'Afrique: car dans le cas ſuppoſé il n'y avoit point d'autre route pour elle, venant de Tyr par mer à Hetsjon-gueber. Ou pour mieux dire les Tyriens n'étoient en état de mener des ſujets de Salomon à Ophir, que parce qu'ils en connoiſſoient la route. Car ce ne pouvoit être auſſi que par le miniſtere de leur flotte, quoique l'Ecriture ne le diſe pas, que David avoit amaſſé les 3000 talens d'or d'*Ophir* deſtinés pour le Temple que Salomon devoit bâtir, comme il eſt marqué au Chap. XXIX. du I. Liv. des Chroniques. Les Tyriens faiſoient donc des navigations à *Ophir* avant ce tems là; ainſi il falloit que dès-lors ils fiſſent le tour de l'Afrique, non pour ſe rendre d'abord à Hetsjon-gueber ou à Eloth, qui ne furent bâties que

que par David; mais pour aller directement de Tyr à *Ophir*, au cas que cette derniere fût à l'orient de la mer Rouge, comme je le ſuppoſe en attendant que j'en donne la preuve. Or ſi une pareille navigation étoit dès ce tems-là pratiquée par la flotte de Tyr, avec combien plus de facilité celle de *Tarſcis* devoit-elle faire la ſienne, ſi elle n'étoit qu'une partie de celle-là?

Quittant ici la navigation d'*Ophir*, pour la reprendre encore dans la ſuite, je paſſe préſentement à celle de *Tarſcis*, avec laquelle il faut bien ſe garder de la confondre, comme quelques-uns ont fait.

Au Chapitre X. du I. Livre des Rois il eſt dit:

„Le poids de l'or qui revenoit à Salomon chaque année étoit de 666 „talens d'or, ſans ce qui lui revenoit des facteurs des marchands en „gros, & de la marchandiſe de ceux qui vendoient en détail, & de „tous les Rois d'Arabie & des Gouverneurs de ce pays-là. Car le „Roi avoit ſur la mer la flotte de *Tarſcis* avec la flotte d'Hiram, & „dans trois ans une fois la flotte de *Tarſcis* revenoit qui apportoit „de l'or, de l'argent, de l'yvoire, des Singes & des Paons.

Le Chap. IX. du ſecond Livre des Chroniques, contient le même récit en partie preſque mot pour mot; mais au lieu de dire que le Roi avoit ſur la mer les deux flottes, de *Tarſcis* & d'Hiram, ce qui étoit fort clair; il ſemble faire entendre que Salomon avoit des navires à lui montés par des Tyriens, en diſant:

„Car les navires du Roi alloient à *Tarſcis* avec les ſerviteurs d'Hi„ram.

Cependant il ajoute immédiatement après:

„Et les navires de *Tarſcis* revenoient en trois ans une fois appor„tant de l'or, de l'argent, de l'yvoire, des Singes & des Paons.

Ainſi les deux Textes ſont faciles à concilier l'un avec l'autre. Le Roi Salomon avoit ſur la mer la flotte de *Tarſcis*, parce qu'il la frétoit ou loüoit. De ſorte qu'on pouvoit appeller ces navires tantôt

les

Digitized by Google

les navires du Roi, & tantôt les navires de *Tarſcis*. Il en étoit de même de la flotte d'Hiram qui alloit naviger pour le compte du Roi à *Ophir*. On conçoit auſſi comment cette flotte ou ces navires de *Tarſcis* pouvoient revenir avec leurs retours, ſoit à *Tarſcis* ſoit à Hetsjon-guebe r, en partant reſpectivement de l'un ou de l'autre de ces deux endroits. Le reſte du ſecond Texte, ſavoir que les navires du Roi, c'eſt à dire les navires de *Tarſcis*, alloient à *Tarſcis* avec les ſerviteurs d'Hiram, s'il faut prendre ces termes à la lettre, donneroit lieu de penſer que *Tarſcis* appartenoit à Hiram, ce qui ſeroit une preuve de plus en faveur de l'Isle de *Taſſo*, qu'on dit avoir été une Colonie Phénicienne, & cela acheveroit en même tems de juſtifier les grandes liaiſons de commerce qu'il y avoit entre *Tarſcis* & Tyr. Mais j'en ai dit aſſez ſur ce ſujet dans ma premiere Lecture; & loin de tirer avantage de ce Paſſage, je ſuis bien trompé s'il n'a été cauſe du mal-entendu de ceux qui ont confondu la navigation d'*Ophir*, qui ſe faiſoit par la flotte d'Hiram, avec la navigation de *Tarſcis*, qui ſe faiſoit par la flotte de *Tarſcis*. Mais il ſe pouvoit qu'Hiram eût ſur cette derniere flotte des facteurs auſſi bien que Salomon; comme il ſe pouvoit auſſi que ceux de *Tarſcis* en euſſent réciproquement, de même que ces deux Princes, dans la flotte Tyrienne qui alloit à *Ophir*; & en ce ſens il étoit vrai que les navires alloient à *Tarſcis* avec les ſerviteurs d'Hiram, ſuivant le Paſſage en queſtion.

Pour montrer d'ailleurs qu'il ne faut pas confondre ces deux navigations, remarquons dabord les différences eſſentielles qu'il y avoit entre elles. En premier lieu, la navigation d'Ophir, comme je viens de le dire, ſe faiſoit par la flotte d'Hiram, & celle de *Tarſcis* par la flotte de *Tarſcis*. En ſecond lieu, le tems qu'on employoit à celle-là n'eſt point marqué dans l'Ecriture; au lieu que celui qu'on mettoit à celle-ci étoit de trois ans. En troiſieme lieu, les retours de la premiere conſiſtoient en or, en pierres précieuſes & en une ſorte de bois rare; au lieu que les retours de l'autre donnoient de l'or, de l'argent, de l'yvoire, des Singes & des Paons. Reſte à ſavoir où ſe faiſoient ces deux navigations ſi différentes.

A

Digitized by Google

A l'égard de celle d'*Ophir*, quoiqu'elle ne ſoit qu'une Queſtion acceſſoire à mon ſujet, je ne laiſſerai pas d'en dire ma penſée. De même que l'Isle de *Tarſcis* a tiré ſon origine d'un *Tarſcis* fils de Javan, de même auſſi la Terre d'*Ophir* doit avoir tiré la ſienne d'un *Ophir* fils de Joktan. Suivant le Chap. X. de la Geneſe, „ce Joktan étoit fils „d'Heber iſſu de Sem; & il fut pere de treize enfans ſelon leurs famil„les & leurs langues, leurs terres & leurs nations, ſavoir, Almodad, „Sceleph, Hatſarmaveth, Jerah, Hadoram, Uzal, Dikla, Hobal, „Abimaël, Sceba, *Ophir*, Havilah & Johab. Leur demeure étoit „depuis Meſça quand on vient en Sophar montagne d'Orient."

Je remarque premiérement dans ce Paſſage qu'*Ophir* étant iſſu de Sem, ce n'eſt point à Sofala ni dans le reſte de l'Afrique qui a été le partage de la poſtérité de Cham, c'eſt dans l'Aſie, qu'ont peuplée les deſcendans de Sem, qu'il faut chercher cette terre d'*Ophir*. Secondement, cette recherche doit commencer depuis Meſça venant en Sophar montagne d'Orient. Or ce commencement me paroît être dans l'Arabie heureuſe où Meſça pourroit ſe trouver, par le rapport des noms, ſoit dans Mecca la Mecque, ſoit dans Moſa petite ville peu éloignée de Mocha, ſoit dans Mocha même qu'on appelloit autrefois Muza, & qui a été de tout tems un port fameux où ſont venus mouiller ceux qui vont de la mer Rouge naviger dans les Indes Orientales. Le mont Sophar s'y retrouve auſſi dans le nom de la ville de Saphar, renommée du tems de Végece pour ſes excellens chevaux Arabes, ce qui marque, au dire des connoiſſeurs, un pays de montagnes. Pline parle auſſi dans ſon Hiſtoire Naturelle (Liv. VI. Ch. XXIII.) de cette ville de Saphar qu'il dit être la capitale de l'Arabie, où eſt le Palais du Roi de Saba. S'il étoit auſſi aiſé de déterminer l'endroit où doit finir cette recherche; ou même ſi l'on avoit ſeulement aſſez de connoiſſance des anciens noms que les Hébreux donnoient à toutes les différentes terres ſituées ſur les Côtes méridionales d'Aſie depuis l'Arabie, je ſuis perſuadé qu'on parviendroit bientôt à découvrir la véritable terre d'*Ophir*. Quoiqu'il en ſoit, il falloit qu'Ophir fût ſur la côte méridionale

Digitized by Google

nale d'Aſie, de maniere qu'on y pût aller de la mer Rouge en raſant cette côte. Car dans cette haute antiquité, quelqu'habiles mariniers que fuſſent les Tyriens, privés qu'ils étoient du ſecours de la Bouſſole, ils ne perdoient guéres la terre de vuë; auſſi n'avoient-ils que des vaiſſeaux à rames, à peu près ſemblables à nos galéres. Par cette raiſon donc *Ophir* ne pouvoit être ni le Pérou ni même le Japon, pays d'ailleurs ſi abondans en or, qui faiſoit l'une des richeſſes d'*Ophir*. De plus il falloit que cette terre d'*Ophir* ne fût pas extrémement éloignée de la mer Rouge: car l'Ecriture qui ſpécifie le tems qu'on employoit à la navigation de *Tarſcis*, parce que c'étoit une navigation de long cours, ne dit rien du tems qu'exigeoit celle d'*Ophir*, à cauſe que c'étoit apparemment une navigation plus courte. Ainſi *Ophir*, loin d'être ou le Japon ou le Perou, n'étoit peut-être pas même la Chine. Après cela il faut que ce ſoit un pays non ſeulement riche en or & en pierres précieuſes, mais auſſi en une ſorte de bois d'un mérite extraordinaire pour les ouvrages de menuiſerie. Or je ne trouve ces trois caracteres réunis que dans la Preſqu'Isle de l'Inde au-delà du Gange. Tous les Voyageurs, comme Barboſa, Linſchoten, Mandeslo, Vincent le Blanc & tous les Géographes qui ont écrit ſur leurs relations, diſent unanimement qu'on y trouve toutes ſortes de pierres précieuſes, des Diamans, des Rubis, des Saphirs, des Hyacinthes, des Grenats. Il s'y trouve de l'or en abondance, car c'eſt-là qu'eſt Malaca, appellée par les anciens la Cherſonneſe ou la Péninſule d'Or. D'ailleurs il s'y trouve un arbre qui paroît être l'Algummim ou l'Almugghim de l'Ecriture: c'eſt le *Teckа*, qui croît dans le Royaume de Martaban, & dont le bois eſt incorruptible; propriété ineſtimable pour les divers ouvrages ausquels Salomon vouloit l'employer, ſurtout pour les chemins ou galeries qui, ſuivant le langage des Chroniques, conduiſoient à la Maiſon de l'Eternel & à la Maiſon Royale, ce qui fait entendre qu'elles étoient extérieures & par conſéquent ſujettes à être bientôt pourries, ſi la qualité du bois ne les eût préſervées de la corruption. Enfin joignez à tout cela qu'il ſe trouve dans cette même Péninſule, ſavoir dans le Royaume de Pégu, un grand nombre de Juifs, leſquels

ſe

ſe diſent deſcendus de ceux qui s'y établirent du tems de Salomon. Ainſi je croi pouvoir en conclure que la Terre d'*Ophir* étoit cette Preſqu'Isle de l'Inde ſituée au delà du Gange. C'eſt tout ce que j'avois à dire ſur la navigation d'*Ophir*, dont je n'ai parlé qu'à l'occaſion de celle de *Tarſcis*.

Pour revenir préſentement à cette derniere, la queſtion de ſavoir en quel pays elle ſe faiſoit, me paroît également facile à décider. On ſe ſouviendra que les retours de cette navigation conſiſtoient en or, en argent, en yvoire, en Singes & en Paons, à la différence de celle d'*Ophir* qui bornoit les ſiens à l'or, aux pierres précieuſes & à une ſorte de bois rare. Or depuis que les modernes ont découvert l'Amérique, ils n'y ont point, que je ſache, trouvé d'Eléphans, dont on ſait que les dents fourniſſent l'Yvoire. D'ailleurs quand il y en auroit dans cette partie du Monde, ce ſeroit avoir une idée peu juſte des navigations de ce tems-là que de prétendre qu'un ſi grand trajet eût été praticable pour des navigateurs à qui manquoit le ſecours de la Bouſſole. Ce n'eſt donc point en Amérique que ſe faiſoit cette navigation. Il y a des Eléphans & par conſéquent de l'yvoire dans l'Indoſtan, dans le Royaume d'Ava, à Siam, à Cambaye, au Tunquin, & dans les Isles de Ceilan, de Bornéo & de Célebes, en un mot presque par toutes les Indes Orientales. Mais je ne ſaurois me perſuader non plus que la Flotte de *Tarſcis* en allât chercher-là, parce qu'il n'en eût pas plus coûté de tirer cet yvoire des Indes par la flotte qui alloit naviger à *Ophir*. Il en eſt de même de l'argent qui ſe trouve dans l'Indoſtan, dans la Cochinchine, à Ceilan, à Sumatra & dans les Manilles; des Singes qu'on trouve auſſi dans l'Indoſtan, dans la Presqu'Isle en deçà du Gange, à la Côte de Coromandel, au Tunquin & ailleurs; & de même encore des Paons & des Perroquets qui ne ſont pas moins communs dans la plûpart de ces endroits. Mais la flotte de *Tarſcis* qui rapportoit de toutes ces choſes, ne les alloit point chercher là, par la même raiſon que la flotte d'*Ophir* n'en rapportoit pas non plus. D'ailleurs partout à peu près où il y a dans les Indes ou de l'argent, ou de l'yvoi-

Digitized by Google

l'yvoire, ou des Singes, ou des Paons, il s'y trouve auſſi des pierres précieuſes. Cependant les vaiſſeaux qui alloient à *Ophir*, rapportant des pierres précieuſes, ne rapportoient ni argent, ni yvoire, ni Singes, ni Paons; & réciproquement la flotte de *Tarſcis* rapportant de l'argent, de l'yvoire, des Singes & des Paons, ne rapportoient point de pierres précieuſes. Or qu'en doit-on conclure, ſinon que ces deux flottes navigeoient en des lieux différens? Que la premiere commerçoit ſur la Côte méridionale d'Aſie, & que la ſeconde avoit pour ſon partage les côtes d'Afrique. Celle-la ſeule rapportoit des pierres précieuſes, parce qu'il y en a beaucoup dans les Indes Orientales, qu'elles y ſont les plus fines, les plus belles du monde, & qu'il n'y en a point en Afrique. Mais les deux flottes rapportoient de l'or, parce qu'il y en a d'également fin & en abondance tant aux Indes Orientales que ſur les côtes d'Afrique, & qu'il en falloit beaucoup à Salomon pour le Temple & pour ſes Palais. Auſſi l'Ecriture dit-elle que le poids de l'or qui lui revenoit chaque année par les flottes d'*Ophir* & de *Tarſcis*, étoit de 666 talens d'or, ſomme qu'on évalue à près de 200 millions. Enfin la flotte de *Tarſcis* ſeule rapportoit de l'argent, de l'yvoire, des Singes & des Paons; elle en rapportoit, dis-je, d'Afrique, parce que toutes ces choſes, s'il s'en trouvoit dans les Indes, comme il n'en faut point douter, y étoient ou plus cheres ou moins eſtimées que celles qui ſe tiroient d'Afrique. En effet, pour commencer par l'yvoire, on ſait qu'il eſt aſſez commun dans les Indes. Mais ignore-t-on que les Eléphans des Indes & de toute l'Aſie, n'ont des dents que de trois à quatre pieds de long, tandis que celles des Eléphans d'Afrique ſont d'une telle groſſeur qu'il faut deux hommes pour en ſoulever une ſeule, qui communément n'a pas moins de dix pieds de longueur & peſe juſqu'à quatre quintaux; outre que ces animaux y ſont en ſi grande abondance, qu'il n'y a point de contrée où il ne s'en trouve, & qu'on les voit paître dans les campagnes comme on voit ailleurs les troupeaux de bœufs & de vaches les plus nombreux. De là vient que le commerce de l'yvoire eſt une des principales branches de celui que les Européens font aux Côtes d'Afrique, entr'autres en Guinée où toute une

une Côte en a pris le nom de Côte des Dents, comme une autre a pris celui de Côte d'Or à cauſe de la prodigieuſe quantité qu'on y traite, de poudre ou de ſable d'or, auſſi fin qu'il y en ait au monde.

Avec de l'or & de l'yvoire, la flotte de *Tarſcis* rapportoit de l'argent: Sur quoi il eſt à propos de remarquer, qu'au Chap. X. du I. Livre des Rois & aux Chap. I. & IX. du ſecond des Chroniques, il eſt dit: „Salomon fit que l'argent étoit auſſi commun que les pierres, tant „il y en avoit. Toute la vaiſſelle du buffet de la maiſon du Roi étoit „d'or, & tous les vaiſſeaux de la maiſon du Parc du Liban étoient „d'or fin: il n'y en avoit point d'argent; l'argent n'étoit point eſtimé „dans les jours de Salomon.“ Si la flotte de *Tarſcis* dans le cours de ſa navigation ne prenoit point ailleurs qu'en Afrique, l'argent qu'elle apportoit à Salomon, il falloit qu'elle y en trouvât beaucoup pour le rendre auſſi commun & auſſi vil que l'Ecriture le dit. Mais outre que l'Isle de *Tarſcis* avoit elle-même des Mines dont on trouve encore aujourd'hui les ſcories ou les écumes dans l'Isle de *Taſſo*, & d'où on tiroit l'argent que ceux de *Tarſcis* trafiquoient dans les foires de Tyr, au rapport d'Ezéchiel, auſſi bien que l'argent étendu en lingots, qui étoit apporté de *Tarſcis* ſuivant le témoignage de Jérémie; ſi l'on veut ſuppoſer encore que la flotte de *Tarſcis* paſſant, comme elle y étoit obligée, le long de la côte d'Eſpagne, avoit la facilité d'y traiter de l'argent, & même de l'or, dont les Mines pouvoient être déja miſes en valeur par les Phéniciens qui s'y étoient établis; on comprendra aiſément que ce n'eſt pas l'argent ſeul d'Afrique qui avoit cauſé l'aviliſſement de ce métal ſous le régne de Salomon. Cependant il eſt ſûr que l'Afrique, quoique beaucoup plus riche en or qu'en argent, ne laiſſe pas d'en avoir des Mines aſſez fécondes, & ſans doute encore plus autrefois qu'aujourd'hui, principalement dans la Nigritie, l'Abyſſinie, le Congo, l'Angola, le Zanguebar & la Côte d'Ajan.

Enfin, outre l'or, l'argent & l'yvoire, la flotte de *Tarſcis* rapportoit auſſi des Singes & des Paons, ſi ces derniers n'étoient pas plûtot des Perroquets, oiſeaux plus rares & plus curieux que les Paons; elle

Digitized by Google

elle en rapportoit, dis-je, d'Afrique, quoiqu'il y en eût peut-être en auſſi grand nombre & d'auſſi beaux dans les Indes. Mais il en étoit ſans doute alors de toutes les Indes comme il en eſt aujourd'hui de la Presqu'Isle en deçà du Gange, nommément à Rajapour où les Singes ſont révérés; & à la Côte de Coromandel où tous les animaux juſqu'à la vermine ſont regardés comme des divinités qu'on ſe fait une religion de conſerver: or je laiſſe à décider ſi la flotte d'*Ophir* en pouvoit faire ſes retours; joint à ce que ces Singes pouvoient être auſſi des Negres, qu'on ne traite qu'en Afrique. Mais c'eſt ce qui acheve de prouver en même tems que la flotte de *Tarſcis* ne commerçoit point aux Indes.

Il s'agit de ſavoir maintenant juſqu'où cette derniere flotte alloit faire ſa navigation en Afrique. S'il m'eſt permis de dire ce que j'en penſe, elle ne ſe bornoit pas à aller viſiter certaines Côtes, mais elle faiſoit le tour entier de cette partie du Monde, s'arrêtant par-tout où elle trouvoit lieu de trafiquer juſqu'à ce qu'elle eût completté ſa traite. Car bien qu'en venant de *Tarſcis* elle commençât dès la Nigritie à trouver des Negres ou des Singes, de l'or, de l'argent & de l'yvoire, il falloit qu'elle allât juſqu'en Guinée & au Monomotopa, où ſe fait le plus grand commerce d'or & de dents d'Eléphans, de même juſqu'à Angola pour des Paons, ou tout au moins juſqu'au Congo, en cas que ces Paons fuſſent des Perroquets. De ſorte qu'à mon avis cette flotte de *Tarſcis* partant de la Méditerranée & arrivant au Détroit de Gibraltar, commençoit ſa traite le long des Côtes Occidentales de l'Afrique, la continuoit en parcourant les Méridionales, & raſant enſuite les Orientales par la Mer Rouge venoit aborder à Heisjon-gueber où elle débarquoit ſon or, ſon argent, ſon yvoire, ſes Singes & ſes Paons. Cela fait, elle prenoit tout le tems néceſſaire pour ſe rafraîchir & ſe radouber; puis ayant reçu une autre cargaiſon de victuailles & de choſes propres à faire une nouvelle traite, elle retournoit alors par le même chemin qu'elle étoit venuë, & par-tout échangeant comme la premiere fois ſes marchandiſes contre de l'or, de l'argent, de l'yvoire, des Singes & des Paons, elle rentroit par le Détroit de Gibraltar dans la Méditerranée & revenoit à *Tarſcis* d'où elle étoit partie.

Com-

Comme le tour entier de l'Afrique que je viens de faire avec cette flotte, a tout l'air d'une conjecture; peut-être paroîtroit-il plus naturel de borner ſa navigation aux Côtes Occidentales de cette partie du Monde, & de laiſſer le commerce des Côtes Méridionales à d'aûtres vaiſſeaux qui partant de la Mer Rouge étoient à portée d'y négocier de plus près, plus aiſément & à moins de frais. A cela voici ma réponſe.

Si l'on ſe rappelle ce que j'ai dit au commencement de cette Lecture, on ſe ſouviendra que la flotte d'Hiram pour aller prendre les ſacteurs de Salomon à Hetsjon-gueber, & de là les mener à *Ophir*, ou même pour avoir eu avant Salomon la premiere connoiſſance de cette navigation d'*Ophir*, avoit dû être depuis longtems dans l'uſage de faire ce tour de l'Afrique. Ainſi ce voyage ne devoit pas être plus difficile à la flotte de *Tarſcis*. Mais on veut ſavoir ſi elle le faiſoit, & en voici la preuve.

Au Chapitre IX. du ſecond Livre des Chroniques il eſt dit: „Que les navires du Roi (qui étoient la flotte de *Tarſcis* ſuivant le Ch. „X. du I. Livre des Rois) que ces navires, dis-je, alloient à *Tarſcis*; ce qui doit s'entendre en partant d'Hetsjon-gueber, comme on va le voir.

Au Chap. XXII. du même Livre il eſt dit: „Joſaphat Roi de Juda „dreſſa une flotte de *Tarſcis* pour aller quérir de l'or à *Ophir*, mais „elle n'y alla point, parce que les navires furent briſés à Hetsjon-gue„ber. Alors Acazia fils d'Achab Roi d'Iſraël dit à Joſaphat: Que mes „ſerviteurs aillent ſur les navires avec les tiens; mais Joſaphat ne le „voulut point."

Ce dernier Paſſage n'eſt pas aſſurément ſans difficulté: car dreſſer une flotte de *Tarſcis* pour aller chercher de l'or à *Ophir*, c'eſt confondre deux flottes, deux navigations, deux différentes Traites, dont la diſtinction eſt trop clairement établie dans un autre précédent Chapitre du même Livre, pour qu'il puiſſe reſter le moindre doute là-deſſus. Peut-être voudroit-on lever la difficulté en ſuppoſant que comme Salomon

Digitized by Google

lomon & Hiram étoient depuis longtems morts, leurs ſucceſſeurs n'avoient plus vêcu dans la même intelligence; que les Rois de Juda qui étoient reſtés en poſſeſſion d'Hetsjon-gueber à l'excluſion des Rois d'Iſraël, avoient négligé ou même entiérement abandonné la navigation d'*Ophir*, ce qui paroît en effet confirmé par le ſilence de l'Ecriture, qui ceſſe de parler de cette navigation depuis Salomon juſqu'à Joſaphat. De ſorte que celui-ci voulant en former l'entrepriſe, & ne pouvant l'exécuter par le moyen de la flotte des Tyriens, il avoit eu recours à la flotte de *Tarſcis* qui ſe trouvoit pour lors à Hetsjon-gueber. Il n'y a rien dans tout cela de contraire à la vraiſemblance; mais ce n'eſt qu'une ſuppoſition, & il me paroît plus ſûr de chercher l'explication de ce Paſſage dans celui des Chroniques qui y correſpond. C'eſt au Chap. XX. du ſecond Livre, où il eſt dit: „Joſaphat Roi de „Juda s'aſſocia avec Achazia Roi d'Iſraël pour faire des navires pour „aller à *Tarſcis*, & ils firent les vaiſſeaux à Hetsjon-gueber. Alors „Eliheſer fils de Dodanim de Mareſça, prophétiſa contre Joſaphat, di„ſant: Parce que tu t'es joint à Achazia, l'Eternel a défait tes ouvrages. „Les navires donc furent briſés, & ils ne purent point aller à *Tarſcis*.

La difficulté eſt levée par ce ſecond Paſſage, dans lequel les mots *pour aller quérir de l'or à Ophir* ne ſe trouvent point; & ce n'eſt pas le ſeul endroit par lequel ils différent l'un de l'autre, puiſque le dernier dit nettement que Joſaphat s'aſſocia avec Achazia Roi d'Iſraël, pour faire cette navigation, ce qui fut cauſe que les navires furent briſés, & que le premier dit au contraire que Joſaphat rejetta cette poſition, & ne parle point de ces navires briſés. Mais les deux Paſſages s'accordent à dire que cette flotte fut dreſſée ou faite, c'eſt à dire approviſionnée & chargée à Hetsjon-gueber pour aller à *Tarſcis*. Cette conformité ſuffit pour la conſéquence que j'en veux tirer: Car aprés ce que j'ai dit plus haut, on conçoit aiſément comment une flotte de *Tarſcis* peut être équippée & préparée à Hetsjon-gueber pour aller à *Tarſcis* en faiſant le tour de l'Afrique. Mais c'eſt ce qui prouve inconteſtablement, que la navigation de cette flotte n'étoit point bornée

bornée aûx Côtes Occidentales de cette partie du Monde, étant clair que ſi elle venoit d'Hetsjon-gueber à *Tarſcis*, tout auſſi aiſément devoit-elle aller de *Tarſcis* à Hetsjon-gueber, puiſque l'obligation où elle étoit de faire le tour de l'Afrique pour venir à *Tarſcis*, eſt la preuve que cette flotte faiſoit le même tour en allant à Hetsjon-gueber.

Par l'idée que tout cela donne de la navigation de *Tarſcis*, il eſt facile de comprendre qu'elle devoit être d'un profit immenſe pour Salomon qui avoit cette flotte, auſſi bien que celle de Tyr, à ſes gages. Il réuniſſoit à la fois le commerce de trois parties du Monde, les ſeules qui fuſſent alors connues. Car ſi d'un côté il verſoit en Europe, par le moyen de l'entrepôt qu'il avoit à *Tarſcis*, les marchandiſes les plus précieuſes de l'Aſie, d'un autre côté il répandoit en Aſie, par le moyen de ſon entrepôt d'Hetsjon-gueber & de ſa navigation à *Ophir*, les marchandiſes, les plus utiles de l'Europe, ſans parler des richeſſes & des curioſités de l'Afrique, dont le ſuperflu ne pouvoit pas manquer de trouver un débouché ſûr de part ou d'autre. Et *Tarſcis* étant dans l'Archipel, comme je l'ai montré, il tiroit les retours de cette flotte auſſi facilement de ce côté-là que du côté d'Hetsjon-gueber. De *Tarſcis* à Japho, le trajet étoit ordinaire. On en a vû un exemple dans la perſonne du Prophéte Jonas, qui s'embarqua à Japho pour aller à *Tarſcis*. Et pour ce qui eſt de Japho à Jéruſalem, il ſuffit de jetter les yeux ſur le deuxiéme Chapitre du ſecond Livre des Chroniques, à l'endroit où Salomon écrit à Hiram de lui envoyer des Cedres & d'autres bois du Liban, Hiram lui répond: „Nous couperons du bois du Liban autant „qu'il t'en faudra, & nous le mettrons par radeaux ſur la mer de Ja„pho, & tu le feras monter à Jeruſalem.“ En effet cette derniere ville n'eſt qu'à 24 milles du port de Japho, aujourd'hui Joppé.

Il me reſte à parler ici d'une derniere circonſtance de la navigation de *Tarſcis*, que j'aurois preſque laiſſé échaper. C'eſt celle qui fixe à trois ans, le tems que la flotte employoit à chaque voyage. Les termes de l'Ecriture ſont que „dans trois ans une fois la flotte de *Tarſ*„*cis* revenoit, ou que les navires de *Tarſcis* revenoient en trois ans „une

Digitized by Google

„une fois.“ Ce qui ſemble comprendre l'aller & le retour. Mais, dans un eſpace de tems comme celui-là, étoit-il poſſible à des bâtimens à rames de faire deux fois le tour de l'Afrique, non ſimplement pour en reconnoître les Côtes, mais pour y trafiquer, s'arrêtant de plage en plage par-tout où il y avoit lieu de faire commerce? On dira peut-être que ces vaiſſeaux à rames, tout en côtoyant, ne laiſſoient pas de faire bien du chemin, étant ſans doute moins arrêtés par les vents qui n'avoient pas autant de priſe ſur eux qu'ils en ont ſur nos vaiſſeaux tenant la haute mer & voguant à pleines voiles. Je croi tout cela; cependant je n'en ſuis pas moins perſuadé qu'une ſi longue navigation demandoit le double du tems que l'Ecriture lui donne, s'il faut l'entendre non de l'aller ou du retour, mais des deux enſemble, comme le prétend l'Hiſtorien Joſephe au Liv. VIII. de ſes Antiquités Judaïques, ayant pris trop à la lettre le mot *revenoit*, qui ſe trouve dans l'Ecriture. Hérodote raconte au Liv. IV. Chap. XLII. de ſon Hiſtoire „que Nechao Roi d'Egypte ayant pris à ſon ſervice des Mariniers de „Phénicie, les fit partir de la Mer Rouge avec ordre de découvrir les „Côtes d'Afrique. Ils en firent heureuſement le tour, & *revinrent* „la troiſiéme année de leur navigation en Egypte par la Mer Méditer„ranée.“ On trouve dans ce Paſſage fidélement traduit, le mot *revinrent*, comme ſi les navigateurs Phéniciens étoient partis de la Méditerranée. C'eſt je croi dans le même ſens qu'il faut prendre le mot *revenoit*, qui eſt dans l'Ecriture. Et cela étant, n'eſt-il pas bien remarquable que cette navigation ſe ſoit faite préciſement en trois ans, qui eſt le même eſpace de tems que la flotte de *Tarſcis* employoit à la ſienne ſuivant l'Ecriture? Or c'eſt ce qui prouve à l'égard de celle-ci que les trois ans ne doivent point être comptés pour l'aller & le retour, mais ſeulement pour l'un des deux.

Après Joſaphat, qui mourut l'an du Monde 3146, & avant l'Ere Chrétienne 889 (*), l'Ecriture ne fait mention d'aucune navigation que les

(*) On a ſuivi dans ce Mémoire la ſupputation qui fixe l'Ere Chrétienne à l'an du Monde 4035.

A. M. les Rois de Juda ayent faite par la flotte de *Tarſcis*, qui avec celle de Tyr avoit apporté tant de richeſſes à Salomon. Mais il eſt facile d'en
3150 expliquer la cauſe. Dès le régne de Joram fils de Joſaphat, l'Idumée où étoit le port d'Hetsjon-gueber, & qui avoit été juſque-là tributaire du Royaume de Juda, en ſecoüa le joug & ſe donna un Roi de ſa nation, dont Joram lui-même fut obligé de reconnoître l'indépendance, ce qui lui fit perdre la navigation de la Mer Rouge. Il eſt vrai
3213 qu'Amaſias ſon arriere-petit-fils vainquit les Iduméens: mais les disgraces qu'il éprouva le reſte de ſon régne, l'empêcherent de pourſuivre ſa
3231 victoire, & d'en tirer tous les avantages qu'elle lui offroit. Son fils Azarias
à ou Oſias recommença la guerre contre eux, & parvint même à leur enle-
3279 ver le port d'Elath ſur la Mer Rouge, qu'il fortifia, & qui pouvoit lui rendre le même ſervice pour la navigation, que celui d'Hetsjon-gueber, puiſque c'étoit dès-lors une ville très-marchande, & un très-bon port d'où l'on pouvoit aller vraiſemblablement à *Ophir*, vû que Théodoret Evêque d'Ancyre témoigne que de ſon tems (au V. Siecle) on avoit coutume encore de faire voile de ce port pour les Indes. Mais
3299 Raſin Roi de Syrie ayant conquis cette ville ſur Achas petit-fils d'Oſias, l'annexa à ſon Royaume, en chaſſa les Juifs qui y étoient établis, & y appella les Iduméens qui prirent leur place & qui la conſerverent; car tant s'en faut qu'Achas pût les en déloger, qu'au contraire les Idu-
3304 méens firent enſuite une irruption dans ſon Royaume de Juda où ils tuerent impunément bien du monde, & d'où ils emporterent un grand
3313 butin. Les ſucceſſeurs d'Achas ne firent plus aucune entrepriſe ſur
à l'Idumée dans l'eſpace de 192 ans pendant leſquel ils ne furent la plu-
3505 part que des Rois précaires, rarement indépendans & ſouvent captifs ou des Rois d'Egypte ou de ceux d'Aſſyrie & de Babylone. Et au bout de ce tems-là, leur Etat Monarchique ayant été changé en un Etat populaire ſous la conduite des ſouverains Pontifes, ils ne furent d'abord occupés qu'à relever les murs de Jéruſalem, à rebâtir un nouveau Temple ſur les ruines du premier, à rétablir le culte & les loix: Et
3872 dans la ſuite ſi Judas Machabée porta la guerre dans l'Idumée; ſi ſon
3895 frere Simon s'empara du port de Joppé *pour en faire* (comme dit l'Ecriture)

Digitized by Google

criture) *une entrée aux Isles de la Mer* Méditerranée; le motif du premier n'étoit que de ſe venger des courſes que les Iduméens faiſoient dans la Judée, & ni l'un ni l'autre ne penſoient à s'ouvrir un accès aux Côtes de la Mer Rouge, puiſqu'ils ne firent aucune tentative pour ſe rendre maîtres d'Hetsjon-gueber, d'Elath, ou de quelque autre Port ſitué ſur cette mer. A. M.

Mais, quoiqu'on puiſſe très-bien prouver par là que le Roi Joſaphat a été le dernier Souverain du Peuple Juif, qui ait entrepris de s'intéreſſer dans les navigations d'*Ophir* & de *Tarſcis*, c'eſt à dire des Indes & de l'Afrique; il n'en eſt pas moins vrai que depuis ce même Roi de Juda l'Ecriture ne laiſſe pas de continuer de tems en tems à célébrer le nom d'*Ophir*, de *Tarſcis*, & même des *Tyriens*, par rapport à leurs grandes navigations. 3143

Eſaie prédiſant la ruine de ce qu'il connoiſſoit de plus conſidérable, y comprend tous les navires de *Tarſcis* (*Ch.* 2. *v.* 16.). Il annonce à Babylone qu'il viendra un tems où un homme deviendra plus précieux que le plus fin or, que l'or d'*Ophir* (Ch. 13. v. 12.). Ayant à prédire la ruine de *Tyr*, il s'adreſſe aux navigateurs de *Tarſcis* comme étant ceux qui y avoient le plus grand intérêt; il peind bien la puiſſance & la célébrité de Tyr, en diſant que ſes Marchands étoient des Princes, & ſes Facteurs des perſonnages les plus honorables de la Terre, &c. (*Ch.* 23. *tout entier.*). Et pour marquer que les Nations les plus éloignées deviendroient Membres de l'Egliſe à la venue du Meſſie, il dit que les premiers navires qui les ameneroient de loin ſeroient ceux de *Tarſcis*; ce qui prouve, ce me ſemble, que du tems de ce Prophete les flottes de *Tarſcis* alloient encore négocier juſqu'au bout du monde connu, & ſans doute autour de l'Afrique & à *Ophir* ou dans les Indes (*Ch.* 60. *v.* 9.). 3291

Jérémie obſerve que de ſon tems on apportoit de *Tarſcis* à *Tyr* de l'argent étendu en lingots, & de l'or d'*Uphaz* pour être mis en œuvre (*Ch.* 10. *v.* 9.). On ne trouve que deux fois dans l'Ecriture, ſui- 3433

A. M. ſuivant l'Hébreu, l'expreſſion d'*or d'Uphaz*, la premiere ici dans Jérémie, & l'autre dans Daniel (*Ch.* 10. *v.* 5.). La Vulgate, ſuivant le Grec des Septante, a rendu le premier par *aurum de Ophir*, & dans un renvoi à la marge *Ophas;* & quant au ſecond, elle le rend ſimplement par *aurum obrizum*, de l'or purifié juſqu'au dernier degré. Il paroît y avoir trop de rapport du mot *Uphaz* ou *Ophas* au mot *Ophir* pour qu'on en puiſſe faire deux contrées différentes: ainſi je croi pouvoir en conclure que l'on apportoit encore de l'or d'*Ophir*, du tems non
3458 ſeulement de Jérémie, mais auſſi de Daniel qui expliqua le ſonge du Roi
à de Babylone dès l'an 3458, mais qui ne fit la prophétie où il parle de
3512 l'or d'*Uphaz*, que la troiſiéme année du régne de Cyrus en Perſe, c'eſt à dire l'an du Monde 3512.

Job, que quelques ſavans ont cru plus ancien que Moïſe, mais qu'on trouve dans Ezéchiel (*Chap.* 14.) nommé deux fois en cet ordre, *Noé*, *Daniel* & *Job*, ce qui montre qu'il n'a vécu qu'après Daniel, & peut-être de ſon tems, qui étoit auſſi celui d'Ezéchiel; & ce ſentiment eſt d'autant plus probable qu'Ezéchiel eſt le premier qui ait fait mention de Job: Job donc, ou l'auteur du livre qui porte ſon nom, étant un habitant du pays de Hus entre l'Idumée & l'Arabie ſur la route d'*Ophir*, ne pouvoit pas manquer d'en connoître l'or: auſſi en fait-il mention deux fois (*Ch.* 22. *v.* 24. & *Ch.* 28. *v.* 16.). Et cet or pour ſa qualité précieuſe y eſt mis en parallele avec l'onyx le plus fin & avec le ſaphir.

3463 Ezéchiel annonçant à Tyr ſa ruine prochaine, donne de cette ville maritime l'idée la plus magnifique. Tyr, dit-il, eſt un vaiſſeau ſuperbe: le corps du bâtiment eſt fait du bois précieux des ſapins de Senir: les cedres du Liban lui fourniſſent ſes mâts, & les chênes de Baſçan ſes rames: l'yvoire des Isles de Kittim (c'eſt à dire apporté d'Afrique par les vaiſſeaux de l'Isle de *Tarſcis* dépendante de la Macédoine) eſt employé pour faire les bancs de ſes rameurs: ſes voiles ſont de fin lin d'Egypte tiſſu en broderie, & ſon pavillon eſt d'hyacinthe & de pourpre. Il fait enſuite l'énumération de tous les Peu-

ples

ples qui étoient en relation de commerce avec Tyr, & n'y oublie point ceux de *Tarſcis*. Il dit qu'elle avoit dans ſa main le commerce de pluſieurs Isles, & qu'on lui rendoit en échange des dents d'yvoire & de l'ébene (*); par où il déſigne le commerce des Côtes & des Isles d'Afrique (*Ch.* 26. & 27.). Enfin il peind le Roi de Tyr tout couvert d'or & de toutes ſortes de pierres précieuſes, en quoi conſiſtoient les retours que la flotte Tyrienne rapportoit d'*Ophir* (*Ch.* 28. *v.* 13.). A. M.

Zacharie réitéra contre Tyr les menaces qu'Ezéchiel avoit prononcées, & ce qu'il dit de la puiſſance de cette ville eſt court, mais expreſſif. Elle s'eſt bâtie une fortereſſe, & a amoncelé l'argent comme de la pouſſiere, & le fin or comme la boue des rues (*Ch.* 9. *v.* 3.). 3523

L'Auteur du livre de l'Eccléſiaſtique enſeigne à ne point échanger un ami pour quelque choſe exquiſe, ni un vrai frere pour du fin or d'*Ophir* (*Ch.* 7. *v.* 18.). 3834

La conſéquence qu'on peut tirer de ce grand nombre de témoignages, eſt qu'après Joſaphat les navigations de *Tarſcis* & d'*Ophir*, c'eſt à dire autour de l'Afrique & aux Indes, doivent avoir continué, quoiqu'aucun Roi de Juda n'y ait eu part. Au défaut des livres des Juifs, il faut chercher des traces de ces navigations dans l'Hiſtoire des autres Peuples, mais on juge bien qu'elle ne doit pas être fort inſtructive ſur des faits ſi anciens, & qui pouvoient paſſer pour des événemens peu importans en comparaiſon de ceux qui décident du ſort des Empires. Cependant elle nous a conſervé la mémoire tout au moins de dix grandes navigations.

La premiere eſt celle qui fut faite par ordre de Nechao Roi d'Egypte, l'an du Monde 3425, & avant J. C. ou l'Ere Chrétienne 610.

La ſeconde eſt celle que fit faire Darius fils d'Hyſtaſpès Roi de Perſe & d'Egypte, vers l'an du Monde 3513, & avant J. C. 522.

La

(*) Le bois d'ebene eſt celui d'un arbre qui croît dans les Pays Méridionaux de l'Afrique, où il pleut preſque continuellement. *De Maillet* deſcript. de l'Egypte Tom. II. p. 340. *in* 12.

La troiſiéme eſt celle qui ſe fit du tems de Xerxès I. Roi de Perſe & d'Egypte, vers l'an du Monde 3571, & avant J. C. 464.

La quatriéme eſt celle d'Hannon le Carthaginois, vers l'an du Monde 3633, & avant J. C. 402.

La cinquiéme eſt celle d'Himilcon auſſi Carthaginois, faite dans le même tems que la précédente.

La ſixiéme eſt celle de Polybe; faite vers l'an du Monde 3889, & avant J. C. 146.

La ſeptiéme eſt celle d'un Marchand Eſpagnol, vers l'an du Monde 3917, & avant J. C. 118.

La huitiéme eſt celle d'Eudoxe du tems de Ptolemée Lathurus Roi d'Egypte; vers l'an du Monde 3960, & avant J. C. 75.

La neuviéme eſt celle de pluſieurs Indiens, l'an du Monde 3981, & avant J. C. 54.

Enfin la dixiéme eſt celle de pluſieurs Eſpagnols, l'an du Monde 4038, & le 3. de l'Ere Chrétienne.

Je vai donner ici, autant qu'il me ſera poſſible, l'hiſtoire de ces anciennes navigations, parce qu'elle pourra jetter un nouveau jour ſur celles de *Tarſcis* & d'*Ophir*, & me fournir l'occaſion de développer quelques points de critique que je n'ai pu traiter dans la partie de ce Mémoire qui concerne ces deux premieres navigations.

I. *Navigation, faite par ordre de Nechao Roi d'Egypte, l'an du Monde* 3425, *& avant l'Ere Chrétienne* 610.

Si Pharaon Nechao ne nous étoit connu que par l'Ecriture Sainte, nous ne ſaurions de lui rien autre choſe, que la victoire qu'il remporta ſur Joſias Roi de Juda, les actes de ſouveraineté qu'il exerça ſur les deux ſucceſſeurs de ce Prince, & enſuite ſa défaite par les armes de Nabuchodonoſor. Mais Hérodote, le plus ancien des hiſtoriens Grecs que le tems ait épargné, nous apprend (*au Livre* 2) que la pre-

Digitized by Google

premiere entrepriſe de ce Roi qu'il nomme *Nechus*, après qu'il eut ſuccédé à Pſammetichus ſon pere, fut de commencer un Canal qui conduiſoit du Nil à la Mer Rouge. Cent vingt mille hommes ayant péri en le creuſant, il fit ceſſer ce travail, dont il fut, dit-on, détourné par un Oracle, qui lui répondit que cet ouvrage ſeroit achevé par un Barbare; car les Egyptiens, ajoute Hérodote, appellent Barbares tous ceux qui ne parlent pas leur langue. Nechus ayant abandonné ce travail s'occupa à lever des troupes, & à faire conſtruire des vaiſſeaux pour s'en ſervir ſelon le beſoin qu'il en auroit. Il en fit faire une partie ſur la Méditerranée & une partie dans le Golphe d'Arabie vers la Mer Rouge, dont l'hiſtorien dit qu'on voyoit encore les havres de ſon tems; mais il fait enſuite (*au Livre* 4.) une remarque aſſez ſinguliere, qui eſt qu'avant Nechus on ſavoit que l'Afrique étoit environnée de la Mer, excepté l'endroit où elle touche l'Aſie, c'eſt à dire l'Iſthme de Suez, qui fut premiérement découvert par ce Roi Nechus: & c'eſt à l'occaſion de cette découverte que vient le récit de la navigation qu'il fit faire autour de l'Afrique. Lorsque ce Prince eut ceſſé de fouiller le Canal qu'il vouloit conduire du Nil juſqu'au Golphe d'Arabie, il dépêcha ſur des vaiſſeaux quelques Phéniciens, avec ordre de pouſſer leur navigation juſqu'au delà des Colonnes d'Hercule dans la Mer Septentrionale (la Méditerranée), & puis de retourner en Egypte. Les Phéniciens s'étant donc embarqués ſur la Mer Rouge, entrerent dans la Mer Méridionale, & quand l'automne étoit venu, ils deſcendoient à terre, ſemoient du bled en tous les endroits de l'Afrique où ils paſſoient, y attendoient la moiſſon, & en partoient lorsqu'ils avoient moiſſonné. Ainſi, après avoir voyagé deux ans, ils arriverent la troiſiéme année vers les Colonnes d'Hercule, & de là ils retournerent en Egypte, où ils raconterent des choſes que l'Hiſtorien a de la peine à croire. En effet, dit-il, ils rapporterent qu'en voyageant à l'entour de l'Afrique ils avoient eu le ſoleil à la droite: & ce fut par ce moyen que la Lybie fut premiérement connue.

On peut conclure de ce récit d'Hérodote que les Grecs n'avoient point connoiſſance des navigations que la flotte de *Tarſcis* avoit fai-

Digitized by Google

faites autour de l'Afrique dans le même eſpace de trois années. Mais il falloit bien que Nechao ne fut pas dans la même ignorance, puiſque ce fut à des *Phéniciens*, c'eſt à dire à des navigateurs de même nation que ceux de *Tarſcis*, qu'il s'adreſſa pour une pareille navigation.

Comme Hérodote n'étoit pas contemporain de Nechao, il ſe pourroit bien qu'il eut ſuppoſé ce qu'il dit, que les navigateurs Phéniciens, pendant l'automne, deſcendoient à terre, ſemoient du bled dans tous les endroits de l'Afrique où ils paſſoient, & n'en partoient qu'après y avoir fait la moiſſon: cela paroît peu vraiſemblable, ou il leur auroit fallu plus de tems qu'ils n'en ont mis à leur voyage. Mais à l'égard de ce que l'hiſtorien avoit tant de peine à croire, ſavoir que ces navigateurs euſſent eu le ſoleil à leur droite, il n'y a rien là que de très-naturel, puiſque pour aller de la Mer Rouge au Cap de Bonne-Eſpérance, ils étoient obligés de courir près de 40 degrez au delà de l'Equateur, & autant pour venir de ce Cap dans la Mer de Guinée. Et pour ce qu'il ajoute que c'eſt par ce moyen que la Lybie fut découverte, il ne faut point entendre cela de la Lybie propre qui eſt la Guinée, mais de toute l'Afrique, ces deux noms étant ſynonimes dans Hérodote: & c'eſt ce qui prouve encore qu'il n'avoit aucune connoiſſance des navigations que la flotte de *Tarſcis* avoit faites autour de l'Afrique pluſieurs ſiecles avant Nechao.

II. *Navigation, faite par ordre de Darius-Hiſtaſpès Roi de Perſe & d'Egypte, vers l'an du Monde* 3513, *& avant l'Ere Chrétienne* 522.

Darius fils d'Hiſtaſpès fut le Barbare par qui l'Oracle avoit annoncé à Nechao, que ſon Canal du Nil à la Mer Rouge ſeroit achevé. En effet Darius, qui étoit tout à la fois Roi de Perſe & Roi d'Egypte, en eut la gloire; & l'hiſtorien Hérodote qui nous l'aſſûre (*livre* 2.) décrit en même tems ce Canal dans l'état où il étoit alors. Il avoit de longueur quatre journées de navigation, & avoit la largeur de deux galeres. L'eau dont il étoit rempli venoit du Nil un peu au deſſus de

Digitized by Google

de Bubaſtis; il paſſoit proche d'une ville d'Arabie appellée Patumon, & couloit delà dans la Mer Rouge. Il commençoit dans la plaine d'Egypte vers l'Arabie, & continuoit par le haut de cette plaine le long de la montagne où étoient les carrieres, dans le voiſinage de Memphis. Ainſi ce grand Canal étoit conduit par le pied de cette montagne, de l'Occident à l'Orient, & de là il couloit dans le Golphe d'Arabie par les ouvertures de la montagne conduiſant vers le Midi. Le chemin le plus court pour monter de la Mer Septentrionale ou Méditerranée dans la Mer Auſtrale ou Mer Rouge, étoit d'aller par le Mont Caſius (*aujourd'hui Lariſſa*) qui ſéparoit l'Egypte de la Syrie, car il n'y avoit pas plus de mille ſtades (125 *milles Romains de* 1000 *pas géométriques chacun*) en paſſant par cet endroit juſqu'au Golphe d'Arabie. Mais le chemin du Canal étoit plus long, parce qu'il alloit en tournoyant. Voilà ce qu'Hérodote dit de cet ancien Canal, dont il ne reſte plus aujourd'hui aucune trace, ni même la moindre idée en Egypte, puiſque Mr. de Maillet qui a été longtems Conſul de France en ce pays-là, n'en dit mot dans ſa deſcription de l'Egypte, quoiqu'il y parle d'un autre Canal également détruit, & fait au milieu du ſeptiéme Siecle, après la conquête de l'Egypte, par les Arabes ſous le gouvernement d'*Omar Ebn Ellaas* qui le fit creuſer dans le roc, un bout donnant dans le Nil proche du Caire & l'autre bout entrant dans la Mer Rouge au Suez: à quoi l'auteur ajoute que ce Canal ſervoit à tranſporter à la Mecque toutes les marchandiſes & les proviſions que l'Egypte fourniſſoit à ce Caliphe; qu'on en voit encore aujourd'hui quelques traces, malgré les ſables qui l'ont comblé, & que peut-être il ne ſeroit pas auſſi difficile de le rétablir qu'on pourroit ſe l'imaginer. Je reviens à Darius.

Après que ce Prince eut fini ſon Canal du Nil à la Mer Rouge, il parvint (dit Hérodote *Livre* 4.) à découvrir la plus grande partie de l'Aſie: car voulant ſavoir en quel endroit de la Mer ſe déchargeoit le fleuve Indus, il y envoya entr'autres Scylax & Cariandès, de qui il ſavoit bien qu'il apprendroit la vérité. Ils partirent de la ville de Caſpatire & de la terre de Pactye, & navigerent vers l'Orient tout le long de

de ce fleuve jusque dans la Mer; où tenant leur route vers le Couchant, enfin le trentiéme mois de leur voyage ils arriverent au même endroit d'où le Roi d'Egypte (Nechao) avoit fait partir les Phéniciens pour faire le tour de l'Afrique. Quand ils furent de retour, Darius alla conquérir les Indes & se rendit maître de cette Mer. Ces navigateurs firent donc une partie de la route que faisoit la flotte qui revenoit d'*Ophir*.

III. *Navigation, faite du tems de Xerxes I. vers l'an du Monde* 3571, *& avant l'Ere Chrétienne* 464.

C'est encore Hérodote qui nous fournit le récit de cette navigation, qu'il tenoit des Carthaginois; & voici ce qu'il en rapporte (*Livre* 4.): Un certain Sataspès fils de Theaspès Achéménide, ayant été envoyé pour faire le tour de l'Afrique, n'acheva pas son voyage, mais s'étant rebuté de la longueur de cette navigation & des grands deserts qu'il rencontroit, il retourna en arriere, & ne put accomplir ce travail, que sa mere lui avoit imposé pour avoir déshonoré la fille de Zopyre, fils de Megabyses, Seigneur Persan. Xerxès l'avoit condamné pour ce crime à être mis en croix; mais sa mere qui étoit tante de Xerxès & sœur de Darius fils d'Histaspès, l'exempta de ce supplice, parce qu'elle représenta qu'elle avoit un moyen de le punir avec beaucoup plus de rigueur que ne pourroit le faire le Roi; & que la peine qu'elle lui imposeroit étoit d'aller naviger à l'entour de l'Afrique jusqu'au Golphe Arabique. Le Roi ayant donné son consentement à cette proposition, Sataspès alla en Egypte, & s'y étant embarqué il prit sa route vers les Colonnes d'Hercule. Quand il en eut fait le trajet, il passa auprès d'un Promontoire nommé *Siloïs* & tint sa route vers le Midi; mais après avoir employé plusieurs mois à passer seulement de grandes étendues de mer, voyant que son travail devenoit plus long à mesure qu'il pensoit l'achever, il retourna en Egypte; d'où s'étant rendu à la Cour de Perse, il dit au Roi que dans les lieux les plus éloignés où il avoit été, il avoit vu de petits hommes vêtus à la Phénicienne, qui avoient quitté leur ville & pris la fuite vers les montagnes,

Digitized by Google

auſſitôt qu'ils avoient vu prendre terre aux vaiſſeaux qui l'accompagnoient ; que néanmoins il ne leur avoit fait aucun mal, & s'étoit contenté d'y prendre quelque bétail. Or il diſoit pour raiſon de n'avoir pas continué ſa navigation à l'entour de l'Afrique, que ſon vaiſſeau n'avoit pu paſſer un certain endroit, & qu'il y étoit reſté comme attaché. Mais Xerxès ne pouvant le croire, & s'imaginant qu'il ne lui diſoit que des menſonges, il le fit auſſitôt mettre en croix ſuivant ſon premier jugement, à cauſe qu'il n'avoit pas accompli ce qu'on lui avoit impoſé. L'Eunuque de Sataſpès, ayant appris la mort de ſon maître, s'enfuit à Samos avec de grandes ſommes d'argent, dont s'empara un Samien qu'Hérodote ne nomme point, mais qu'il connoiſſoit fort bien, à ce qu'il dit : ce qui prouve que cette navigation de Sataſpès ſe fit du tems de cet hiſtorien, qui étoit contemporain de Xerxès I. fils de Darius qu'on diſtingue par le nom d'Hiſtaſpès ſon pere.

Le rapport que fit Sataſpès au Roi ſon couſin germain pouvoit être fabuleux dans certaines circonſtances, comme eſt celle de ſes vaiſſeaux rendus incapables d'avancer quoiqu'ils puſſent fort bien s'en retourner. Mais ce qu'il diſoit des hommes habillés à la Phénicienne qu'il avoit vus, mérite ſans doute attention. Car la conſéquence naturelle qu'on en peut tirer, eſt que les Phéniciens (& ſous ce nom ſont compris ceux de *Tarſis*, auſſi bien que les Tyriens & les Sidoniens habitans de la Phénicie) ne s'étoient pas contentés de faire leurs navigations autour de l'Afrique, mais qu'ils y avoient fondé des Colonies ſur les Côtes, pour y commercer avec plus de ſureté & de facilité, y trouvant par ce moyen des facteurs & des magaſins de marchandiſes pour en charger leurs vaiſſeaux. Mais les vaiſſeaux qui portoient Sataſpès étant Egyptiens, & lui Perſan, ces Coloniſtes eurent raiſon de fuir à leur approche, voyant que ces Etrangers enlevoient leur bétail, & ne pouvant les prendre que pour des ennemis. Au reſte, s'il s'agiſſoit de rechercher l'origine de ces Phéniciens, peut-être la trouveroit-on avec aſſez de vraiſemblance dans la cataſtrophe que la ville & le Royaume de Tyr avoient eſſuyée environ 100 ans auparavant. Je parle de

de la ruine de Tyr, que Nabùchodonoſor avoit priſe après un ſiége de 13 ans, l'an du Monde 3464, & avant l'Ere Chrétienne 571. Les Hollandois, ces Tyriens modernes par l'étendue de leur commerce & de leur puiſſance, n'étoient pas à beaucoup près en 1672 réduits à cette extrémité, lorsqu'ils penſoient déja à monter ſur leurs vaiſſeaux avec toutes leurs familles, pour aller fonder une nouvelle Hollande dans leurs poſſeſſions des Indes. Les Tyriens donc chaſſés de leur Patrie détruite, allerent à la faveur de leur Marine qui étoit ſi puiſſante, s'établir avec leurs familles ſur ces Côtes d'Afrique, qu'ils fréquentoient tous les jours pour leur commerce: ce qui n'empêcha pas les autres Tyriens qui ne purent ou ne voulurent point s'expatrier, de bâtir une nouvelle ville de Tyr, dans une Isle ſituée à un demi-mille du Continent, & dans laquelle ces Tyriens s'étoient réfugiés avec leurs meilleurs effets pendant le ſiége: au moyen de quoi Nabuchodonoſor perdit le butin qu'il avoit eſpéré de faire dans la ville, ce qui l'irrita ſi fort qu'il la détruiſit de fond en comble & fit paſſer au fil de l'épée le peu d'habitans qui y étoient reſtés. La ſeconde Tyr ne remonta jamais au degré de puiſſance & de richeſſes où la premiere s'étoit élevée; & c'eſt elle qui fut priſe & ſaccagée par Alexandre 238 ans après, comme on le voit dans Quinte-Curce.

Et quant à l'origine de la premiere Tyr, puiſque je n'ai pas eu occaſion d'en parler dans le cours de ce Mémoire, je vai dire ici ce que j'en ſai. 1. On prétend que cette ville fut bâtie l'an du Monde 2580 & avant l'Ere Chrétienne 1455: au contraire Trogue Pompée dans Juſtin n'en place la fondation qu'un an avant la deſtruction de Troye, ce qui la rendroit plus moderne de 247 ans; mais l'hiſtorien Joſephe la met 36 ans plutôt, croyant cette ville plus ancienne de 240 ans, que le Temple de Salomon. 2. On en attribue la fondation à Agénor: mais les Marbres de Paros ou d'Arundel, époque VII, fixant l'arrivée de Cadmus fils d'Agénor à Thebes en l'an du Monde 2516, & avant notre Ere 1519, il eſt incroyable que ce même Agénor pere de Cadmus ſoit venu 275 ans après lui, pour fonder Tyr. 3. On ajoute qu'A-

Digitized by Google

qu'Agénor étoit venu d'Egypte: mais en ce cas la langue Phénicienne eût été l'Egyptienne ou l'ancien Copte, & c'eſt ce qui ne fut jamais. 4. Enfin on donne à Agénor un fils appellé *Phœnix* qui régna, dit-on, après lui, & de qui la *Phénicie* doit avoir tiré ſon nom: mais la *Phénicie* reçut ce nom des Grecs, à cauſe de l'extrême quantité de bonnes Palmes * qu'elle produiſoit; & delà vint auſſi à ſes habitans le nom de *Phéniciens* *, que les Romains corrompirent dans la ſuite en ceux de *Pœni* & *Punici* qu'ils donnerent aux Carthaginois ſortis d'une Colonie Tyrienne.

* Φοινίκη.
* Φοίνικες.

Il ſe peut que Tyr ait été bâtie 240 ans avant le Temple de Salomon, puiſque Joſephe le dit, & qu'il eſt tout au moins auſſi croyable ſur ce point que Trogue Pompée dans Juſtin. Il n'étoit pas beſoin qu'Agénor ou quelqu'autre vînt d'Egypte pour la bâtir & pour peupler la Phénicie; plus de 290 ans auparavant, du tems de Joſué, elle étoit déja toute peuplée par les Sidoniens, qui avoient dès-lors bâti leur ville de Sidon, & qui ſans doute bâtirent enſuite, (comme dit Juſtin Liv. 18. Ch. 3.) celle de Tyr dont les habitans prirent le nom de Tyriens, ce qui n'empêcha pas, en parlant des uns & des autres implicitement, de les confondre ſous la dénomination générale de *Phéniciens.* Mais ces Phéniciens ou Sidoniens, d'où venoient-ils originairement? Si l'on en croit le même Juſtin, les Phéniciens d'où ſont ſortis les Tyriens, étant troublés par un tremblement de terre, quitterent leur pays, ſe vinrent premiérement établir près de l'Etang d'Aſſyrie, & bientôt après au plus proche rivage de la Mer, où ils bâtirent une ville qu'ils nommerent *Sidon*, à cauſe qu'on y pêche grande quantité de poiſſon que les Phéniciens appellent *Sidon: Tyriorum gens condita à Phœnicibus fuit, qui terræ motu vexati, relicto patrio ſolo, Aſſyrium ſtagnum primò, mox mari proximum littus incoluerunt, condita ibi urbe, quam à piſcium ubertate Sidona appellaverunt, nam piſcem Phœnices Sidon vocant.* C'eſt tout ce que dit Juſtin ſur l'origine des Phéniciens; mais Hérodote pluſieurs ſiécles auparavant avoit écrit au commencement de ſon hiſtoire, ſur la foi des hiſtoriens de Perſe, que

An du M. 2791 avant J. C. 1244

les

les Phéniciens étoient entrés de la Mer Rouge dans la Mer Méditerranée, & que s'étant établis dans le pays voiſin (la Phénicie) ils s'appliquerent auſſitôt à la navigation, & entreprirent ſur Mer de longs voyages, &c.

De la maniere dont parle Hérodote, il ſembleroit, ou que la Mer Rouge étoit jointe immédiatement à la Méditerranée, ou bien qu'il y avoit entr'elles un Canal de communication; c'eſt ce qu'il faut examiner.

Que les Anciens ayent été dans l'idée qu'il y avoit eu un tems où les deux Mers n'en faiſoient qu'une, c'eſt ce qu'on peut prouver par ce paſſage tiré des Oeuvres de la Mothe le Vayer (*édit. in fol. Tom. II. p.* 779.): „Eratoſthene ſoutenoit autrefois que l'Iſthme d'Egypte, qui „eſt le détroit de Suez, ne s'étoit fait que depuis que la Mer ſe fût ou„vert le paſſage de celui de Gadès ou de Gibraltar. Avant cela, non „ſeulement l'Egypte, mais le Mont *Caſſin* (*) même & les arenes in„fertiles de Jupiter Ammon ſi éloignées de la Mer étoient couvertes „de ſes eaux.“ Surquoi notre auteur cite Strabon dans ſa Géographie Liv. I. & XVII. Puis il ajoute: „Plutarque dit dans ſon traité de la „déeſſe Iſis, que c'eſt pourquoi de ſon tems l'on trouvoit aſſez ſou„vent des conques & pluſieurs petites ſortes de coquillages dans les „montagnes de toute cette région. Et il rapporte à ce propos au „même lieu, que ce Phare célebre pour avoir donné le nom à tous les „autres, & qui étoit éloigné du Continent de l'Egypte au tems d'Ho„mere d'une journée, ſe trouvoit attaché ſous celui de Trajan, à la „terre ferme de la même Province.“

Je ne voudrois pas abſolument contredire ce ſentiment d'Eratoſthene, qui ayant été appellé en Egypte par Ptolémée Evergetes pour avoir ſoin de la fameuſe Bibliotheque d'Alexandrie, pouvoit y trouver ſur ce ſujet des mémoires qui ont péri dans l'incendie de ce tréſor littéraire. Mais je dis que quand les Phéniciens paſſerent de la Mer Rouge dans la Méditerranée, la jonction immédiate de ces deux mers

(*) Il faut lire *Caſius.*

Digitized by Google

mers devoit avoir ceſſé, & l'Iſthme de Suez s'être dégagé des eaux, ſans quoi ces hommes n'auroient pu s'établir dans la Phénicie, parce qu'il eſt indubitable qu'elle étoit encore ſubmergée en ce tems-là, auſſi bien que l'Iſthme. Ainſi, pour expliquer le paſſage d'Hérodote, il reſte à dire que de la Mer Rouge à la Méditerranée il y avoit un Canal de communication, par lequel les Phéniciens paſſerent de l'une dans l'autre; & l'on eſt d'autant mieux fondé à le ſuppoſer, qu'il y a eu effectivement un Canal qui coupoit l'Iſthme de Suez en droiture, & que ce Canal devoit être fort ancien puiſque l'hiſtoire ne marque point le tems où il fut fait. On peut en croire Mr. de Maillet qui, dans ſa Deſcription de l'Egypte (*Tom. II. p.* 326.) dit qu'en allant de Suez directement à la Méditerranée, on découvre encore les veſtiges de ce Canal creuſé dans le roc, qui partant de ce bourg & traverſant les déſerts, ſe terminoit à la Méditerranée, & iſoloit parfaitement l'Afrique.

Or ſi ce Canal exiſtoit lorsque les Phéniciens vinrent s'établir ſur la Méditerranée, ſi peut-être il fut leur propre ouvrage, s'ils purent en faire uſage longtems encore dans la ſuite, pour aller & venir d'une Mer à l'autre, enfin ſi leur premiére demeure avoit été ſur la Mer Rouge, faut-il s'étonner qu'ils ayent connu de ſi bonne heure & mieux qu'aucun autre peuple, le double commerce des Indes & de l'Afrique, & par conſéquent qu'ils ayent été recherchés & employés par Salomon, & vraiſemblablement auſſi par David, qui ne pouvoit avoir amaſſé les 3000 talens d'or qu'il lui laiſſa, que par le moyen de ce double commerce, qu'il faiſoit ſans doute avec ces Phéniciens, à la faveur de ſon Port d'Eloth ou d'Elath, ſitué ſur la Mer Rouge.

Enfin j'ai dit que les Phéniciens n'étoient point Egyptiens d'origine; & j'ajoute qu'ils n'étoient autres que *Cananéens*, dont le nom même ſignifie *Marchand;* car eux-mêmes ne ſe nommoient & n'étoient jamais nommés autrement par les Juifs leurs voiſins, comme on le voit dans Ezéchiel (*Ch.* 27.). Et qu'ils ayent été vraiment *Cananéens*, c'eſt de quoi on a pluſieurs preuves, 1°. Cette femme qui dans St. Matthieu (*Ch.* 15. *v.* 22.) eſt appellée *Cananéenne*, a dans St. Marc (*Ch.*

(*Ch.* 7. *v.* 26.) le nom de *Syro-phœnicienne:* 2°. Les Rois de Canaan dont parle Josué (*Ch.* 5. *v.* 3.) sont nommés dans la version des Septante Βασιλεῖς τῆς Φοινίκης: 3°. St. Augustin qui étoit né & vivoit en Afrique parmi les restes des *Carthaginois* ou *Puniques*, descendus des *Phéniciens* de Tyr, écrit que quand on demandoit aux Payſans *Puniques* qui ils étoient, ils répondoient *Chanani*, entendant, comme lui-même l'interprete, *Canaanéens:* 4°. La Langue Phénicienne n'étoit autre que la *Canaanéenne*, ou l'ancien Hébreu, qui se parloit vulgairement parmi les Juifs avant la Captivité, & qu'Abraham & sa postérité n'apporterent point de Chaldée, mais qu'ils apprirent dans la terre de *Canaan.* Esaïe (*Ch.* 19. *v.* 18.) l'appelle formellement le *langage de Canaan.* D'ailleurs les anciens noms que les villes de Canaan portoient avant que les Juifs y vinssent habiter, étoient des noms Hébreux, comme on le voit dans toute la suite des livres de Moïse & de Josué. Enfin St. Augustin dans son livre contre les lettres de Petilien (*Ch.* 104.) reconnoît lui-même que la langue Punique étoit très-ressemblante, & presque en tout conforme à l'Hébreu. Mais les Puniques ou Phéniciens d'Afrique n'avoient pu tirer cette langue des Israëlites, parce qu'ils n'étoient point de la postérité d'Abraham, & qu'ils ne la tirerent en effet que de Tyr leur patrie, qui avoit toujours été possedée par les *Canaanéens* & non par les Israëlites: donc le langage des Phéniciens n'étoit autre que le *Canaanéen.* Donc ils étoient eux-mêmes de la nation *Canaanéenne*, & non pas Egyptiens d'origine.

IV. *Navigation, faite par Hannon le Carthaginois, vers l'an du Monde* 3633, *& avant l'Ere Chrétienne* 402.

Avant d'entrer dans le détail de cette navigation, il faut que je rende compte de divers sentimens qu'on a eûs sur le tems où elle s'est faite, & de ce qui m'a empêché de m'y conformer.

Les Anciens qui ont fait mention du voyage d'*Hannon*, qu'ils écrivent aussi sans *h*, *Annon*, n'ont pas pris la peine de fixer le tems où il fit cette expédition, ni même le siécle où il vivoit; c'est ce qui a don-

Digitized by Google

a donné lieu aux Modernes de tâcher d'y ſuppléer, chacun ſuivant ſon jugement ou ſes idées. On en va juger par cette note de l'Abbé Lenglet du Fresnoy, qu'on lit dans le Tome 2. de ſes Tablettes Chronologiques, au Chapitre des Grands hommes dans les ſciences, page 270. „*Hannon* Carthaginois. Son voyage autour de l'Afrique. Quelques-„uns le font vivre avant la guerre de Troye, d'autres environ 340 (*) „ans ſeulement avant J. C. La diſtance eſt grande." Et là-deſſus le ſavant Abbé, ſans autre forme de procès, le range après Sanchoniaton, ſous l'an 1040 avant J. C. ou 1034 ſuivant la ſupputation que j'ai ſuivie juſqu'à préſent dans ce Mémoire. Voilà donc trois opinions différentes à examiner avant que je propoſe la mienne.

Qu'*Hannon* ait été Carthaginois & employé à faire une navigation avant la guerre de Troye, qui ſelon les Marbres de Paros commença l'an du Monde 2817, & avant J. C. 1218; ou même deux ſiécles plus tard, l'an du M. 3001 & avant J. C. 1034, ſuivant le calcul de l'Abbé Lenglet; ce ſont deux ſentimens inſoutenables & même abſurdes, par la raiſon que le nom de Carthaginois ne fut point connu avant que Carthage exiſtât. Or cette ville ne fut bâtie par Eliſſa ou Didon, que l'an du Monde 3153 & avant J. C. 882. Je conviens avec l'Abbé Lenglet, de ce qu'il dit dans le même volume page 23: „Que la premiere fondation de Carthage par les Tyriens, qui bâtirent „*Byrſa* ou la Citadelle, ſe fit 50 ans avant la priſe de Troye;" ce qui revient à l'an du Monde 2776, & avant J. C. 1259: mais de ces propres termes même il réſulte que les Tyriens bâtirent un fort nommé *Byrſa*, & non pas une ville appellée *Carthage:* & ce qu'il y a de vrai eſt que les Phéniciens en bâtiſſant ce fort le nommerent *Botzra* ou *Boſra*, parce que dans leur langue qui étoit, comme j'ai dit, la Canaanéenne ou l'ancien Hébreu, on appelle de ce nom un lieu fortifié. Cette fortereſſe ſubſiſta ainſi l'eſpace de 377 ans, ſans que le nom de *Carthage* fût connu: mais au bout de ce tems-là Eliſſa ou Didon ſœur de Pigmalion Roi de Tyr étant venue en Afrique avec une nouvelle Colonie de Tyriens, pour s'y établir avec eux, elle fit bâtir, autour ou

(*) 334 ſuivant la ſupputation adoptée dans ce Mémoire.

Digitized by Google

ou auprès de *Bosra*, une ville qui au regard de celle-là ne pouvoit passer que pour une nouvelle ville; par cette raison elle la nomma en Phénicien *Kartha-Chadtha* qui signifie *Ville Nouvelle*, & de cette dénomination appellative s'est formé le nom de *Carthage*. On voit donc par là qu'il est impossible qu'un Carthaginois ait fait une navigation, soit avant la guerre de Troye, soit même deux siécles après.

A l'égard du troisiéme sentiment, il donne dans l'autre extrémité, car si les deux premiers ont placé trop tôt l'époque de la navigation d'*Hannon*, le dernier paroît la placer trop tard. L'an 3701 du Monde qui étoit le 334 avant l'Ere Chrétienne, ou le 340 suivant le calcul de l'Abbé Lengler, fut une année fatale aux Carthaginois; & il n'est pas croyable que dans la circonstance où ils se trouvoient, ils eussent consenti à se priver d'un aussi grand nombre de sujets qu'on dit qu'ils permirent à *Hannon* d'emmener hors du pays: ils avoient la guerre en Sicile pour défendre leurs conquêtes contre Denys Roi de Syracuse; leur armée composée de 70 mille hommes & de 10 mille chariots venoit d'être taillée en piéces précisément cette année-là par Timoléon Général des Corinthiens alliés des Syracusains; ce qui avoit jetté la consternation dans Carthage; & cette guerre meurtriere duroit depuis 28 ans avec de courts intervalles de paix. Qu'on juge de là, si c'étoit un tems propre à une expédition de la nature de celle d'*Hannon*.

On apprend par l'histoire, comme je le montrerai bientôt, que cette expédition s'est faite dans le tems où Carthage se trouvoit dans l'état le plus floriſſant, c'est à dire lorsqu'elle étoit très-peuplée, enrichie par son commerce, ne pensant qu'à l'étendre, & avec lui sa domination.

Telle étoit sans doute la situation de cette République, lorsque non contente d'avoir conquis une grande partie de l'Afrique sur les Maures & sur les Numides, elle porta ses armes dans les Isles Baléares, aujourd'hui Majorque & Minorque, dans la Sardaigne, en Espagne & en Sicile. Le malheur est que nous n'avons aucune connoissance des siécles où les Carthaginois firent successivement toutes ces conquêtes,

Digitized by Google

quêtes, & où *Hannon* d'un côté & *Himilcon* d'un autre eurent ordre de faire les deux expéditions dont je parlerai. Mais je ne croi pas que celles-ci ſoient auſſi anciennes qu'Hérodote, parce que cet hiſtorien, à l'occaſion de l'Afrique, ayant parlé de la navigation des Phéniciens faite par ordre de Néchao, auſſi bien que de celle de Sataſpès, & même au ſujet de cette derniere ayant cité nommément les *Carthaginois*, il y a toute apparence qu'il auroit également parlé des deux navigations Carthaginoiſes d'*Hannon* & d'*Himilcon*. Cette raiſon m'a paru ſi forte, qu'en voyant dans le rapport de Sataſpès des hommes vêtus à la Phénicienne ſur la Côte d'Afrique, j'ai mieux aimé les prendre pour une Colonie de *Tyriens* que de *Carthaginois*. J'ai donc cru devoir placer la double expédition de ceux-ci après Hérodote, & j'ai préféré, pour époque les environs de l'an du Monde 3633, & avant l'Ere Chrétienne 402, par trois raiſons; la premiére, parce que c'étoit un tems où Carthage envoyoit en Sicile des armées de 300 mille hommes ſelon quelques auteurs, ou tout au moins de 120 mille: la ſeconde raiſon eſt qu'elle n'avoit rien à démêler avec Rome, car c'étoit plus de 140 ans avant la premiére guerre Punique; & la troiſiéme, que dans ce même tems préciſément il y avoit à Carthage un *Hannon* ou *Annon* & un *Himilcon* ou *Imilcon*, c'eſt à dire deux hommes de même nom que ceux qui furent chargés de faire la double navigation, & qui doivent avoir été deux perſonnages auſſi conſidérables que l'hiſtoire nous repréſente les deux premiers; tous deux étant de la famille d'Annibal fils de Giſcon. Venons maintenant à la navigation. Je commencerai par conſulter les auteurs qui en ont parlé, avant de rapporter ce qu'en dit la relation qu'on attribue à *Hannon*.

Xénophon de Lampſaque, auteur d'une Géographie qui n'eſt point venue juſqu'à nous, mais qui ſubſiſtoit encore du tems de Pline & de Solin, me paroît être le premier qui a fait mention du voyage d'*Hannon*. Voici ce que cet auteur, qui vécut après la ruine de Carthage arrivée l'an du Monde 3889 & avant J. C. 146, avoit écrit ſur cette navigation au rapport de Solin: „*Hannon* Roi des Carthagi-„nois

„nois a voyagé aux Isles Gorgones ſituées dans la Mer Atlantique, vis „à vis le Promontoire ou Cap nommé *Heſperion Ceras*, à la diſtance „de deux jours de navigation du Continent: il y a trouvé des femmes „qui couroient d'une vîteſſe étonnante, & deux d'entr'elles ayant été „priſes, leurs corps étoient ſi couverts de poil & d'un poil ſi rude, „que pour la rareté du fait les peaux de ces deux femmes furent appor- „tées & appendues parmi les offrandes dans le temple de Junon, où „elles ſont reſtées juſqu'au tems de la deſtruction de Carthage.“ Il paroît par ce paſſage, qu'*Hannon* voyagea aux Isles du Cap Verd, mais on ne voit pas clairement s'il y borna ſa navigation ou s'il la pouſſa plus loin. Du reſte les Isles Gorgones étoient ſi renommées par des hiſtoires ou des fables plus anciennes qu'*Hannon*, qu'il n'étoit pas beſoin de ſon voyage pour les faire connoître. On lit dans la Théogonie d'Héſiode, que les Gorgones étoient trois ſœurs, filles de Phorcus, dieu marin, qu'elles n'avoient qu'un ſeul œil dont elles ſe ſervoient tour à tour, qu'elles avoient de grandes aîles, des couleuvres pour coëffure, de longues dents qui leur ſortoient de la bouche comme des défenſes de ſanglier, & des griffes crochues & bien acérées: Fable que Diodore de Sicile explique en diſant que les Gorgones étoient des femmes guerriéres, que Perſée alla combattre, qu'il les vainquit & qu'il tua leur Reine Méduſe. Mais Théocrite ancien hiſtoriographe cité par Fulgentius Planciades, a écrit que Phorcus fut un Roi qui laiſſa trois filles très-riches; que Méduſe, l'aînée & la plus puiſſante, eut le nom de Gorgone parce qu'elle s'appliqua fortement à faire cultiver les terres; qu'on lui attribua une tête de ſerpent à cauſe de ſa prudence; que Perſée l'étant venu attaquer avec une flotte, raiſon pour laquelle les poëtes lui donnent des aîles, il s'empara de ſes Etats & lui ôta la vie; qu'il ſe ſervit de la tête, c'eſt à dire, des forces & des richeſſes de Méduſe, pour conquérir le Royaume d'Atlas, qu'il mit en fuite & qu'il obligea de ſe réfugier dans les montagnes, ce qui a fait dire qu'il l'avoit métamorphoſé en montagne.

Le ſecond écrivain qui a parlé d'*Hannon*, eſt Pomponius Mela, Eſpagnol de nation & auteur d'une Coſmographie fort abrégée qu'il

Digitized by Google

qu'il compoſa en Latin du tems de Tibere ou de Claude. „On a „douté (dit-il) pendant quelque tems s'il y avoit une Mer au delà de „l'Afrique, ou ſi la Terre l'entouroit, ou ſi n'y ayant point de Mer, „l'Afrique avoit une étendue ſans bornes. Mais *Hannon* le Carthaginois qui fut envoyé à la découverte par ſes compatriotes, étant „ſorti par les embouchures de l'Océan, & en ayant fait le circuit en „grande partie, rapporta qu'il avoit manqué de vivres, mais que la „Mer ne lui avoit point manqué. Au-deſſus des peuples monſtrueux „que renferme l'intérieur de l'Afrique, la grande courbure du rivage „enferme une grande Isle où l'on ne voit, dit-on, que des femmes „dont le corps eſt entiérement velu, & qui ſont fécondes ſans avoir „commerce avec l'autre ſexe, mais qui ſont ſi ſauvages qu'on peut à „peine s'en rendre maître en les liant de force. C'eſt ce qu'*Hannon* „a raconté de ces femmes, & on a ajouté foi à ſon témoignage, parce „qu'il a rapporté les peaux de quelques-unes qui s'étoient fait tuer." Il eſt auſſi difficile de déterminer ſur ce récit que ſur celui de Xénophon, quel fut le terme de la navigation d'*Hannon*. Mais ce qu'on n'y voit que trop, eſt que l'Auteur avoit l'eſprit imbu des fables que chacun débitoit à l'envi ſur les Gorgones.

Pline le Naturaliſte eſt le troiſiéme des Anciens qui a fait mention du voyage d'*Hannon*. Cet auteur compoſa ſon hiſtoire ſous l'Empire de Veſpaſien. Il dit au Livre II. Chap. 67 : „Lorsque la puiſ„ſance de Carthage étoit floriſſante, *Hannon* ayant fait le circuit de„puis le Détroit de Cadix juſqu'à la frontiere d'Arabie, a laiſſé par „écrit l'hiſtoire de cette navigation." Dans la ſuite au Livre V. Ch. 1, après avoir dit que la route du Mont Atlas eſt d'une immenſe étendue & incertaine ou peu connue, il ajoute : „On a des Mémoires „d'*Hannon* Général des Carthaginois, qui dans l'état le plus floriſſant „de ſa République eut ordre de faire le tour de l'Afrique ; & ayant été „ſuivi ou copié par la plûpart des Grecs & des Romains, il leur a don„né lieu de publier pluſieurs choſes fabuleuſes, & de parler de plu„ſieurs villes qu'il avoit fondées, & dont il ne reſte ni veſtige ni mé„moi-

„moire.“ Enfin, au Livre VI. Chap. 31. remarquant d'abord ſur la foi de Xénophon de Lampſaque qu'à l'oppoſite du Cap *Heſperion Ceras* ſont ſituées les Isles Gorgades, autrefois la demeure des Gorgones, diſtantes du Continent de deux journées de navigation, il ajoute: „*Hannon*, *Imperator*, c'eſt à dire Général des Carthaginois, ayant „pénétré en ces Isles, a rapporté que les femmes y paſſent les hommes „à la courſe & ont le corps tout velu. Pour preuve d'une ſingularité „ſi étrange, il a dépoſé dans le Temple de Junon les peaux de deux „Gorgones, qui y ont été vues juſqu'à la priſe de Carthage.“ On voit clairement par le premier de ces paſſages de Pline, qu'*Hannon* fit entiérement le tour de l'Afrique, depuis Carthage & le Détroit de Gibraltar juſque dans la Mer Rouge. Cependant il laiſſe ignorer s'il avoit vu la relation d'*Hannon*, ou s'il n'en parloit que ſur le rapport d'autrui. Mais il paroît par ce qu'il dit, qu'il devoit y avoir plus d'auteurs Grecs & Latins qui avoient ſuivi ou copié cette relation, que nous n'en connoiſſons aujourd'hui, & qu'il n'en a cité lui-même.

Solin qui vivoit, à ce qu'on croit, du tems de Pline ou peu après lui, eſt le quatriéme qui a parlé de la navigation d'*Hannon* au dernier Chapitre de ſon recueil hiſtorique; mais comme ce qu'il dit ſe réduit au ſimple paſſage de Xénophon de Lampſaque, que j'ai rapporté plus haut, il eſt inutile que je le répete.

Ce ſeroit ici le lieu de placer Plutarque contemporain de Trajan, s'il étoit prouvé qu'un Capitaine Carthaginois nommé *Annon*, dont il parle dans ſes préceptes pour la conduite des affaires publiques, fût le même que notre navigateur *Hannon*. Les Carthaginois étoient des Républicains ombrageux & qui n'entendoient pas raillerie. Ils exilerent, dit-il, Annon leur concitoyen pour avoir eu l'adreſſe d'apprivoiſer un Lion; ils lui en firent un crime dans l'appréhenſion qu'il n'abuſât de ſon talent pour gagner la faveur du peuple & devenir le Tyran de ſa Patrie. Cette même hiſtoire eſt auſſi rapportée dans Pline, Liv. VIII. Chap. 16.

Digitized by Google

Si le nombre des Anciens qui ont parlé de la navigation d'*Hannon* n'eſt pas plus grand, au moins leurs témoignages paroiſſent-ils ſuffiſans pour prouver qu'il y a eu effectivement un Carthaginois de ce nom qui a voyagé le long des Côtes d'Afrique, & qui même en a fait le tour depuis le Détroit de Gibraltar juſqu'à la Mer Rouge. Je ne prétends pas excuſer les fables que quelques-uns de ces auteurs ont mêlées dans leurs récits; mais je dis qu'elles ne doivent point empêcher qu'on ne reçoive ce que ces récits ont de vrai. Pline a reconnu lui-même ces fables, & cependant il n'a pas laiſſé de donner la navigation d'*Hannon* comme un fait réel. Il n'y a eu qu'Athénée, qui en a fait une raillerie. Au Chapitre 3. du Livre VII. de ſes Deipnoſophiſtes, Emilien l'un des Sophiſtes parle du *Citron* ou du *Cedrat*: il dit que „Juba, Roi de Mauritanie très-ſavant, en a parlé dans ſes Commentaires ſur la Libye & a écrit que les Libyens appelloient ce fruit „pomme des Heſpérides: qu'Hercule en a apporté de là dans la Grece, & qu'il leur a donné le nom de pommes d'or à cauſe de leur couleur; & qu'Aſclépiade au Livre XL. de l'Hiſtoire d'Egypte a laiſſé par „écrit qu'aux nôces de Jupiter & de Junon, l'arbre qui porte ce fruit, „étoit ſorti de la terre. Surquoi Démocrite qui eſt un autre ſophiſte, „regardant les aſſiſtans, leur dit: Si Juba a écrit pareilles choſes, *qu'il „s'en aille avec ſes Livres Libyques, & les erreurs d'Annon par deſſus le „marché* (*)." Que ce mot d'*erreurs* qui répond au Grec πλάναις, ſe prenne ici ſoit pour des *manques d'exactitude* ou des *bévues*, ſoit pour les *écarts* & les *détours* d'un voyage fait çà & là, comme Vitruve a dit de ceux d'Ulyſſe, *errationes Ulyſſis*, la raillerie d'Athénée déshonore également *Hannon*, en le faiſant paſſer pour un auteur ou inexact ou frivole qui n'eſt propre qu'à amuſer les amateurs de fables. Pour avoir une telle idée d'*Hannon* il falloit qu'Athénée eût vu une relation de ſon voyage, qui n'eſt pas venue juſqu'à nous, & qui vraiſemblablement étoit celle d'où Pomponius Mela avoit tiré la fable des femmes d'Afrique fécondes ſans le concours d'aucun homme; & d'où Pline a pris l'occaſion de dire qu'en ſuivant ou copiant cette relation, la

(*) Χαιρέτω Λιβυκαῖσι βίβλοις, ἔτι ταῖς Ἄννωνος πλάναις.

la plûpart des Grecs & des Romains avoient publié des choſes fabuleuſes.

Hannon étant Carthaginois a dû faire ſon rapport en langue Punique, qui étoit, comme j'ai dit plus haut, la Phénicienne ou l'ancien Hébreu ſans mêlange de Chaldéen ni de Syriaque. Mais ce rapport n'exiſte plus, & s'il a jamais exiſté, comme il faut le croire, quel Carthaginois, quel Etranger ont pu ſe vanter de l'avoir vu, & plus encore, d'avoir eu la permiſſion de le publier, ſoit dans la langue originale, ſoit dans des traductions? Les Carthaginois étoient trop habiles négocians, trop fins & trop diſſimulés, pour révéler le ſecret de leurs affaires aux autres Nations. Mais voici ce qui a pu arriver, & à quoi les Carthaginois eux-mêmes pourroient avoir contribué ſous main, pour donner le change au Public, qui devoit être curieux de ſavoir l'iſſue & le détail de l'expédition d'une très-grande flotte, dont on n'avoit pu lui cacher les préparatifs & le départ. On aura publié une fauſſe relation, & pour lui donner un air de vérité, on y aura indiqué le dépôt public où étoit conſervé l'original, dont elle paſſoit pour la copie. Cette prétendue copie aura bien-tôt été traduite en Grec, ou peut-être la piéce aura-t-elle été faite d'abord en cette langue, qui n'étoit rien moins qu'ignorée à Carthage. Je veux croire que dans cette relation on n'avoit eu garde de mettre des abſurdités, comme celle qu'on lit dans Pomponius Mela, parce qu'elles auroient fait voir la ſuppoſition d'une maniere trop groſſiere; mais pour certaines autres fables qui ne paſſoient point la vraiſemblance, on ne ſe ſera fait aucun ſcrupule d'en orner la narration. Si le Public avoit ſû qu'*Hannon* alloit fonder des Colonies Carthaginoiſes le long des Côtes d'Afrique, ou aura déguiſé les noms de ces nouveaux établiſſemens, ou l'on ſe ſera contenté de changer leurs noms Puniques en noms Grecs; & pour terminer la piéce convenablement, ſi on l'a voulu abréger, on aura ſuppoſé quelque raiſon plauſible qui avoit empêché *Hannon* d'achever le tour de l'Afrique. Enfin cette feinte relation une fois venue chez les Grecs (les hommes du monde qui avoient le plus de paſſion pour le merveilleux & l'incroyable) il s'en ſera répandu ſucceſſivement des copies qui paſſant de main

en

Digitized by Google

en main n'auront fait que croître & s'embellir par de nouvelles circonſtances plus ou moins abſurdes.

C'eſt dans cet eſprit qu'il me ſemble qu'a été compoſée la relation du voyage d'*Hannon*, telle que nous l'avons, ſi ce n'eſt qu'on n'y trouve point la fable ridicule de Pomponius Mela, au ſujet des femmes qui faiſoient des enfans ſans avoir commerce avec des hommes; & qu'on n'y voit pas non plus qu'*Hannon* ait accompli le tour de l'Afrique comme le dit Pline: mais au contraire on y voit que les vivres lui manquerent, comme l'écrit Pomponius Mela; & qu'il apporta à Carthage les peaux de *trois* femmes, & non pas de *deux* ſeulement, comme l'ont dit Xénophon & Pline. Tout cela prouve que ces anciens auteurs ont ſuivi des copies différentes. Enfin on y reconnoît la vérité de ce que diſoit auſſi ce dernier, ſavoir qu'*Hannon* a parlé de pluſieurs villes dont il ne reſte ni veſtige ni mémoire; mais comment pouvoit-on en avoir connoiſſance, ſi les noms en étoient ſuppoſés, ou habillés à la Grecque, comme je l'ai déja dit plus haut? Cette relation Grecque, ſoit copie ſoit abrégé, devenue original, a été publiée pour la premiére fois par Sigiſmond Ghelen l'an 1533. Enſuite Conrad Geſner l'a traduite en Latin & fait imprimer en 1559. Puis Henri Bekler l'a donnée en Grec & en Latin avec des notes l'an 1681. Elle a encore été imprimée avec Etienne de Byzance, à Leyde en 1674, & avec les petits Géographes à Oxford en 1698. Mais je ne croi pas qu'elle ait paru juſqu'à préſent en François; c'eſt ce qui m'engage à la donner ici pour la premiére fois dans cette langue.

*Périple d'*HANNON, (*a*) *Roi des Carthaginois, ou Circuit autour de la Libye au delà des Colonnes d'Hercule: dépoſé par lui dans le Temple de Saturne.*

Il a plu aux Carthaginois qu'*Hannon* fit une navigation hors des (*b*) *Colonnes d'Hercule* & fondât des villes de (*c*) *Libyphéniciens.* Il

(*a*) Carthage étoit une République qui n'avoit point de Roi, c'eſt à dire de Souverain abſolu, mais elle avoit deux Chefs annuels qu'on appelloit *Suffètes*, du mot Phénicien & Hebreu *Shophetim* qui ſignifie *Juge*, & c'eſt ce qu'on nomme ici Roi.

(*b*) Les Anciens donnoient ce nom aux deux Montagnes ſituées, l'une en Eſpagne nommée

Il a donc navigé avec une flotte de ſoixante navires à 50 rames chacun, qui portoient trente mille tant hommes que femmes, des vivres & diverſes proviſions.

Après avoir levé l'ancre & employé deux jours à dépaſſer les Colonnes, nous avons nommé (*d*) *Thymiaterion*, la premiere Ville que nous avons fondée, au deſſous de laquelle il y a une vaſte plaine.

De là tirant à (*e*) l'Oueſt, nous ſommes venus à (*f*) *Soloente*, Promontoire de Libye tout couvert d'arbres, où ayant bâti un Temple à Neptune, nous avons porté à l'Eſt, & après une demi-journée de navigation, nous ſommes arrivés à un Etang peu éloigné de la Mer, ſur lequel il y avoit quantité de groſſes Hirondelles: on voyoit auſſi des Eléphans & beaucoup d'autres bêtes ſauvages qui paiſſoient en cet endroit. Un jour nous ayant ſuffi pour paſſer cet Etang, nous avons fondé des Villes maritimes ſous ces noms, (*g*) *Caricon-teichos*, (*h*) *Gytte*, (*i*) *Acra*, (*k*) *Melitta* & (*l*) *Arambye*.

Ayant

mée *Calpé*, & l'autre en Afrique appellée *Abyla*, que la Mer ſépare & qui font le Détroit de Gibraltar.

(*c*) C'eſt à dire de Phéniciens d'Afrique, car les Anciens donnoient à l'Afrique le nom de Libye.

(*d*) Ce mot Grec ſignifie *Encenſoir*: le mot Phénicien ou Hébreu qui y répond eſt *Machtách*, qui étoit peut-être le nom qu'Hannon avoit donné à cette ville; car il n'y a nulle apparence qu'un Carthaginois fondant des villes leur eût impoſé des noms Grecs.

(*e*) Pour éviter apparemment quelque Cap, ou plutôt pour arriver à l'extrémité de celui qui eſt nommé immédiatement après.

(*f*) Le mot Grec eſt Σολόεντα, que les verſions Latines ont changé en *Solunte*.

(*g*) Ces deux mots Grecs ſignifient *Muraille de peu de valeur*: les mots Phéniciens qui y répondent ſont *Chomáh zolél*, ou *nekál*, ou *bazúi*, ou *nibzéh*, ou *nikléh*.

(*h*) *Gitta* étoit auſſi le nom d'une ville de la Paleſtine; par conſéquent ce mot eſt Phénicien auſſi bien qu'Hébreu.

(*i*) Ce mot Grec ſignifie *Forteresſe* le mot Phénicien ou Hébreu qui y répond eſt *Misqháb*.

(*k*) *Melitta* ou *Meliſſa* eſt le nom de l'*Abeille* ou *Mouche à miel* en Grec: le mot Hébreu ou Phénicien eſt *Déboráh*.

(*l*) Ce mot paroît être formé du mot Phénicien ou Hébreu *Aram* qui eſt un nom d'homme, d'après lequel la Syrie a été nommée *Aramie* & les Syriens *Araméens*.

Digitized by Google

Ayant enſuite remis en mer, nous avons abordé au grand fleuve de (*m*) *Lixos*, qui deſcend de la Libye, le long duquel les (*n*) *Nomades Lixites* faiſoient paître leurs troupeaux. Nous étant liés réciproquement d'amitié, nous avons fait quelque ſéjour avec eux.

Au delà de leur terre demeurent les (*o*) *Ethiopiens*, peuple inhoſpitalier, dont le pays eſt rempli d'animaux féroces, & coupé par de hautes (*p*) *Montagnes*, d'où l'on prétend que ſort le *Lixos*, & qui, à ce qu'on dit, ſont habitées par les (*q*) *Troglodytes*, gens d'une figure étrange, leſquels, au rapport des Lixites, courent plus vîte que les chevaux.

Enſuite étant accompagnés des (*r*) *Interpretes* que ces Lixites nous avoient donnés, & portant au Sud nous avons raſé pendant deux jours une Côte déſerte. De là tournant à l'Eſt, nous avons navigé une journée, & trouvé dans le fond d'une eſpece de Golphe une petite Isle de (*s*) *cinq ſtades* de tour, dans laquelle nous avons laiſſé du monde pour l'habiter, & nous l'avons nommée (*t*) *Cerné*. Suivant notre

(*m*) Ce fleuve eſt très-bien connu; il y a à ſon embouchure une ville du même nom, qui dépend du Royaume de Fez en Barbarie; on l'appelle communément l'un & l'autre *Larache*.

(*n*) Le terme de *Nomade* d'où eſt venu celui de *Numide* qui étoit le nom d'un peuple Africain voiſin de Carthage, ſignifie *Berger*, *Paſteur* de troupeaux.

(*o*) Les *Ethiopiens* des Anciens étoient tous les peuples Noirs qui habitoient la partie de l'Afrique ſituée entre la Mer Atlantique & la Mer Rouge, depuis la Nigritie juſqu'à l'Océan Méridional.

(*p*) Les *Montagnes* d'Ethiopie ne pouvoient être celles d'où ſortoit le *Lixos*, puiſqu'il ſort des Monts *Errifs* ou *Errifis*, qui ſont dans le Royaume de Fez; mais les Anciens croyoient que tous les Fleuves d'Afrique venoient de l'Abyſſinie.

(*q*) Ce ne pouvoit pas être les vrais *Tryglodytes* qui habitoient vers la Mer Rouge, d'où nos Carthaginois étoient encore bien éloignés; mais les Grecs donnoient ce nom à tous les Peuples qui demeuroient dans des cavernes; & les Phéniciens ou les Hébreux les appelloient *Suchijim*.

(*r*) Hannon prit ces *Interpretes* chez les Lixites, ce qui prouve que ceux-ci parloient la même langue que les Carthaginois, c'eſt à dire le Phénicien ou l'Hébreu.

(*s*) Cinq ſtades ſont 625 pas ou 3125 pieds; les 8 ſtades font le mille Romain.

(*t*) Pline parle de pluſieurs Isles de ce nom: il en place une vers le Golphe Perſique, & elle paroît être Madagaſcar; mais ce n'eſt pas celle dont il s'agit ici. Cette

Digitized by Google

notre eſtime, à raiſon de notre navigation, cette Isle doit être oppoſée à *Carthage;* car la navigation de *Carthage* aux *Colonnes* eſt égale à celle des *Colonnes* à *Cerné.*

Après cela, ayant paſſé un (*u*) grand fleuve appellé *Chretes*, nous ſommes venus reconnoître (*x*) un Etang qui embraſſe trois Isles plus grandes que *Cerné.* Il nous a fallu un jour entier pour atteindre le bout de cet Etang, au deſſus duquel s'élevent de (*y*) *très-grandes Montagnes*, habitées par des hommes ſauvages, vêtus de peaux de bêtes féroces, qui à coups de pierres nous ont repouſſés & empêché de débarquer.

Nous avons gagné enſuite un autre (*z*) *grand & large Fleuve*, qui étoit plein de Crocodiles & d'*Hippopotames.* Alors (*a*) retournant en

te derniere eſt l'Isle de Cerné dont il marque le giſement (au rapport de Polybe) à 8 ſtades, ou 1 mille Romain du Continent vis à vis du *Mont Atlas*, à l'extrémité de la Mauritanie. Elle étoit à trois journées de navigation du Fleuve *Lixos* ou *Lixus*, & auſſi éloignée du Détroit de Gibraltar que l'étoit Carthage, ſuivant l'eſtime d'Hannon. Mais je doute de la juſteſſe de cette eſtime, parce qu'ils ne comptoient les diſtances que par le nombre des journées de navigation: en effet Carthage eſt plus éloignée du Detroit que le Détroit du *grand Atlas*, je dis *le grand*, car *le petit* en eſt encore plus proche; & cette Isle de *Cerné* étoit une des Isles Canaries ou Fortunées, & pouvoit être celle qu'on appelle aujourd'hui *Grarioſa*, qui eſt petite, mais très-fertile & dont le ſejour eſt fort agreable. Le nom de *Cerné* qu'on lui donnoit n'étoit pas Grec d'origine, quoique quelques Lexicographes prétendent que Κέρνα s'eſt dit pour *ſecuris*, une *hache.* Mais c'étoit une corruption du nom que les Phéniciens lui avoient donné, ſoit qu'ils l'euſſent tiré de *Kéren*, une *Corne*, ou *Promontoire*, ou de quelqu'autre mot approchant.

(*u*) Je croi que nos navigateurs ont atteint le Biledulgerid; car ce grand Fleuve *Chretès* me paroit être le *Buzedor.*

(*x*) Cet Etang & ſes trois Isles peuvent très-bien s'expliquer du *Fleuve Albus* ou *Fleuve Blanc*, lequel ſe partage en trois branches qui forment deux grandes Isles: & la troiſieme eſt apparemment comptée depuis le Fleuve *Buzedor* juſqu'au premier bras de l'*Albus*, ou depuis ſon dernier bras juſqu'à la premiére branche de celui qu'on appelle *Rio de los Cavallos.* Et le nom d'*Etang* a pu être donné au lit de l'*Albus* d'où ſortent ſes trois bras qui embraſſent les Isles.

(*y*) On reconnoît ces grandes *Montagnes* dans celles qui ſont vers les ſources de l'*Albus* & le long de ſon lit au Midi.

(*z*) Ce grand fleuve plein d'Hippopotames, ou de Chevaux fluviatiles, étoit manifeſtement la riviere *de los Cavallos* qui a été ainſi nommée pour le même ſujet.

Digitized by Google

en arriere, nous ſommes revenus à *Cerné;* & de là ayant mis douze jours à dépaſſer (*b*) une Côte au Sud, que les *Ethiopiens* occupoient entiérement, leſquels paroiſſoient effrayés de nous voir, & parloient un langage que nos Interpretes Lixites n'entendoient point; enfin le dernier jour, c'eſt à dire le douzieme, nous avons pris terre ſous des (*c*) Montagnes fort élevées & couvertes d'une Forêt dont les arbres ont le bois odoriférant & de diverſes couleurs.

Ayant employé deux jours à faire le tour de ces Montagnes, nous nous ſommes trouvés dans (*d*) un immenſe enfoncement de la Mer, d'un côté duquel le Continent forme une plaine où l'on voit pendant la nuit briller par intervalles de grands feux & d'autres moindres.

Après avoir fait aiguade (*e*) en cet endroit, nous ſommes allés en avant le long du rivage pendant cinq jours, au bout deſquels nous

(*a*) On demande quelle raiſon avoient ces navigateurs, de retourner à *Cerné* pour aller en avant. Il me ſemble qu'on peut répondre, en ſuppoſant qu'après avoir quitté *Cerné*, les Carthaginois entrerent ſucceſſivement dans les Fleuves dont ils parlent, & ayant fait le tour des Isles de l'*Albus* & de *Rio Cavallos*, ils revinrent naturellement à *Cerné*, qui étoit dans le fond d'un Golphe, & apparemment à l'embouchure de quelques-uns de ces fleuves.

(*b*) Comme nos navigateurs ne ceſſoient de raſer la Côte, ils étoient obligés de ſuivre toutes ſes ſinuoſités; c'eſt ce qui fait qu'ils ſont douze jours à faire le tour d'une Côte au Sud qui pouvoit être le *Cap de Barbas*, car le nom d'*Ethiopiens* qu'ils donnent aux habitans, marque qu'ils avoient atteint la *Nigritie:* ainſi il n'eſt pas étonnant que ces *Noirs* euſſent un langage particulier & inconnu aux Interpretes Lixites.

(*c*) Je croi qu'ils déſignent par ces Montagnes le *Cap Blanc*, dans le Royaume de Gualata. Les arbres de bois odoriférant dont ils parlent, devoient être des cedres; peut-être n'y en a-t-il plus, mais ce n'eſt pas une raiſon pour qu'il n'y en ait pas eu dans un tems ſi reculé.

(*d*) Il n'y a point de doute qu'après avoir tourné le Cap Blanc on trouve le commencement du *Golphe d'Arguin*, que nos navigateurs ne traverſerent point, mais qu'ils reconnurent aiſément, ainſi que la forme du Continent qu'ils côtoyoient. A l'égard des feux qu'ils y virent, les gens du pays étant peut-être des Bergers, entretenoient ce feu pendant la nuit pour écarter d'eux & de leurs troupeaux les Lions & autres bêtes feroces dont ce pays-là eſt rempli, & qu'on ne peut mettre en fuite que par ce moyen.

(*e*) C'eſt à dire à l'entrée de ce *Golphe d'Arguin*, qui eſt le même dont Hannon côtoye

nous avons trouvé un grand Golphe que nos Interpretes appelloient *Heſperu Ceras.* Dans ce Golphe étoit (*f*) une Isle, dans cette Isle un Lac marin, & dans ce Lac une autre Isle. Nous y étant rendus, le jour on n'y voyoit autre choſe qu'une Forêt; mais la nuit il y avoit beaucoup de feux allumés, & nous entendions jouer de la flûte, ſonner de la cymbale, battre du tambour, & crier une infinité de gens. C'eſt pourquoi, tout épouvantés que nous étions, & nos Devins nous exhortant à quitter cette Isle, nous nous ſommes retirés promtement, & avons côtoyé (*g*) *Thymiamaton* qui eſt une région enflammée, d'où ſortent des torrens de feu qui ſe jettent dans la Mer; l'ardeur de la terre y eſt ſi violente, qu'on n'y ſauroit marcher ſans ſe brûler. Nous avons auſſi abandonné à la hâte cet endroit, & après quatre jours de navigation nous ne laiſſions pas de voir encore pendant la nuit cette terre toute en feu. Mais au milieu de ces feux il en paroiſſoit un fort élevé & plus grand que les autres; il touchoit aux aſtres à ce qu'il ſembloit. C'étoit, comme on le voyoit de jour, (*h*) une très-haute Montagne appellée (*i*) *Theon Ochema.*

En

toye enſuite le rivage dans toute ſon étendue, & auquel on dit que les Interpretes Lixites donnoient le nom d'*Heſperu Céras*; mais ce nom qui ſignifie *Corne de l'Oueſt* ou *du Couchant*, étant purement Grec, il y a bien plus d'apparence que le nom qu'il auroit reçu des Phéniciens, & que les Interpretes rendoient aux Carthaginois, étoit un nom Hébreu ou Phenicien, tel que *Mubaráh-Kéren.*

(*f*) Que dans une Isle il y ait un Lac & dans ce Lac une autre Isle, ce n'eſt pas une choſe fort merveilleuſe, non plus que d'y voir la nuit des feux allumés par des Bergers, & d'entendre ces Bergers jouer de divers inſtrumens & faire grand bruit.

(*g*) *Thymiamaton* ſignifie une *Caſſolette*, une choſe *qui fume & où il y a du feu*, ce qui convient aſſez à la région enflammée que les Carthaginois côtoyent, parce qu'il y avoit ſans doute un Volcan; & cette région étoit apparemment une ou pluſieurs des Isles du Cap Verd, parmi leſquelles il ſe trouve encore celle *de Fuogo* ou l'*Isle du Feu*, qu'on nomme ainſi à cauſe de ſon Volcan qui jette continuellement des flammes. Le nom de *Thymiamaron* eſt purement Grec: celui qui y repond en Hebreu eſt *Ketboreth* que les Phéniciens avoient pu donner à ce Volcan.

(*b*) On voit dans l'*Isle de St. Antoine*, l'une des Isles du Cap Verd, deux Montagnes qui ne ſont gueres moins hautes que le Pic de l'Isle de Ténériffe. Ce feu que les Carthaginois virent ſi élevé au deſſus des autres venoit peut-être de l'une de ces deux Montagnes, ou d'une autre pareille qui pouvoit être ſoit dans l'*Isle de Fuo-*

go,

Digitized by Google

En trois jours de navigation ayant paſſé ces torrens de feu, nous avons gagné (*k*) le Golphe nommé *Notu Ceras*, dans le fond duquel eſt une Isle comme les précédentes, ayant de même un Lac, & dans ce Lac une autre Isle habitée par une nation ſauvage. Il y a beaucoup plus de femmes que d'hommes. Elles ont le corps tout velu, & nos Interpretes les nommoient (*m*) *Gorilles*. Nous étant mis à les pourſuivre, nous n'avons pu prendre aucun homme, car ils ſe ſauvoient tous à travers les précipices qu'ils franchiſſoient aiſément, & nous accabloient de pierres. Mais nous avons pris trois femmes; & comme elles faiſoient trop de réſiſtance à ceux qui les entraînoient, les mordant & les déchirant, nous les avons (*n*) tuées, & ayant pris leurs peaux nous les avons apportées à Carthage.

go, ſoit dans quelqu'autre que ſon Volcan & les tremblemens de terre auront fait abîmer depuis, comme il eſt arrivé de nos jours à une de ces mêmes Isles.

(*i*) Ce nom Grec ſignifie *le Chariot des Dieux*; terme heureux pour exprimer un Volcan qui ſembloit toucher aux aſtres. Le nom equivalent en Hebreu ou Phenicien étoit *Kadhôſch haghaláh*, ou autres ſemblables.

(*k*) On voit par là qu'après avoir quitté les Isles du Cap Verd, les Carthaginois vinrent en trois jours au *Cap Verd* même, qui eſt nommé avec raiſon *la Corne du Sud* ou *du Midi* (car c'eſt ce que ſignifie *Notu ceras*), parce qu'en effet ce Cap étant le plus occidental du Continent de l'Afrique, regarde directement le Pole Auſtral. Mais le nom de *Notu Ceras* étant Grec, il eſt à croire qu'il n'eſt que le repréſentatif de celui de *Temán-Kéren* que les Phéniciens avoient impoſé à ce Cap.

(*l*) La Carte du Cap Verd montre que le fleuve *Sénégal*, qui tire ſon origine, comme le Niger, du Lac Borno, ayant reçu la riviere de Joto, ſe partage en deux grands bras, qui forment d'abord une Isle très-vaſte; mais dont l'un produit enſuite deux autres branches qui forment entr'elles une ſeconde Isle au dedans de la premiére.

(*m*) C'eſt ainſi que la relation les nomme, & non pas *Gorgones* ni *Gorgades*, comme l'ont dit les auteurs qui ont cité le Voyage d'Hannon. Au reſte ce n'eſt point en memoire de ces *Gorilles* hommes & femmes, qu'on a donné le nom de *Gorée* à une Isle que les François poſſedent à trois lieues du Cap Verd. Le vrai nom de cette Isle eſt *Goerée* qu'elle a reçu des Hollandois lorsqu'ils en étoient les maîtres; & ils lui ont peut-être donné ce nom pour quelque rapport qu'ils auront trouvé entre elle & une autre Isle de *Goerée* ſituée dans le Sud de la Hollande.

(*n*) Cette action ne doit pas ſurprendre de la part des Carthaginois, chez qui les ſacrifices d'hommes & d'enfans étoient en uſage dans les grandes calamités.

Digitized by Google

Notre navigation (*o*) s'eſt bornée là, parce que les vivres nous manquoient (*p*).

V. *Navigation, faite par Himilcon le Carthaginois dans le même tems que la précédente.*

Pline, au Livre II. Chapitre 67. de ſon hiſtoire, ayant parlé de la navigation d'Hannon tout autour de l'Afrique, ajoute qu'Himilcon (auſſi Carthaginois) fut envoyé dans le même tems pour reconnoître les bords extérieurs de l'Europe: *ſicut ad extera Europæ noſcenda miſſus eodem tempore Himilco.* Avienus Feſtus, doit avoir auſſi parlé de cette navigation d'Himilcon dans ſa traduction en vers Latins de la Périégeſe de Denys, c'eſt à dire de ſa Deſcription de la Terre: mais cet ouvrage d'Avienus ne ſe trouve point dans la Bibliotheque du Roi. Et ce qu'il y a de plus fâcheux, eſt que la relation du Voyage d'Himilcon, moins heureuſe que celle d'Hannon ſon compatriote & ſon contemporain, n'eſt parvenue vraie, ou fauſſe, ni entiere ni mutilée, ni en original ni traduite, juſqu'à nous.

VI. *Navigation, faite par Polybe vers l'an du Monde* 3889, & *avant l'Ere Chrétienne* 146.

Il y a eu dans l'antiquité pluſieurs perſonnages du nom de *Polybe;* mais Pline nous eſt garant que celui dont il s'agit ici, eſt le célebre hiſtorien Grec, né à Mégalopolis l'an du Monde 3829, & avant J. C. 206. Lycortas ſon pere, Chef de la République des Achéens, ayant été envoyé en ambaſſade à la Cour de Ptolemée Epiphanès Roi d'Egypte, le jeune Polybe l'y accompagna. Depuis il fut député lui-même en Theſſalie pour porter le decret des Achéens au Conſul Marcius qui y faiſoit la guerre. Enſuite les Romains ayant fait enlever & conduire à Rome plus de mille Citoyens des plus conſidérables de la Ligue Achéenne, il fut du nombre de ces illuſtres Bannis. Sa réputation qui

(*o*) Il paroît évidemment que leur navigation s'eſt bornée au Cap Verd.

(*p*) Ils ne firent donc pas comme les Phéniciens de Nechao, qui s'arrêtoient pour ſemer des grains, & ne partoient qu'après la moiſſon.

Digitized by Google

qui l'y avoit précédé, lui procura la connoiſſance & l'amitié de Q. Fabius & de P. Scipion l'Emilien ou le jeune Africain, tous deux fils du fameux Paul Emile, mais adoptés l'un par Q. Fabius, l'autre par P. Cornelius Scipion fils de Scipion l'Africain, dont ils avoient pris les noms. Au bout de quelque tems les Bannis ayant eu la liberté de retourner dans l'Achaïe, Polybe y fut employé au ſervice de ſa Patrie. Mais après y avoir rétabli la tranquillité, il revint à Rome, ſe lia de nouveau avec Scipion, & le ſuivit en Afrique lorſqu'il alla mettre fin à la troiſiéme Guerre Punique par la deſtruction de Carthage l'an du M. 3889, & avant J. C. 146.

Ce fut préciſément dans cette circonſtance, comme Pline nous l'apprend au *Livre V. Chapitre* 1. de ſon hiſtoire, que Polybe reçut de Scipion une flotte pour aller reconnoître l'enceinte de l'Afrique, & qu'il rapporta que depuis le Mont Atlas vers le Couchant il y avoit des forêts remplies de bêtes féroces engendrées dans l'Afrique. C'eſt tout ce que Pline dit en cet endroit, de la navigation de Polybe: mais plus loin (*Livre VI. Chap.* 31.) il cite un autre paſſage de ſa relation où il diſoit que l'Isle de *Cerné* étoit à 8 ſtades (ou un mille Romain) du Continent, vis à vis du Mont Atlas ſitué à l'extrémité de la Mauritanie. Et dans un troiſiéme endroit (*Livre VIII. Chap.* 16.) où il traite des Lions, il ajoute deux remarques tirées du rapport de Polybe compagnon d'Emilien; l'une que ces redoutables animaux ne faiſoient aucun mal aux vieilles gens, ſachant que les vieilles gens n'ont pas la force de donner la chaſſe aux bêtes ſauvages; & l'autre qu'il y avoit eu des Villes d'Afrique aſſiégées par les Lions, tellement que les habitans les ayant repouſſés & en ayant tué autant qu'ils avoient pu, lui Polybe & Scipion lui-même avoient vu pluſieurs de ces Lions qu'on avoit mis en croix pour intimider les autres.

Tout ce qu'on peut dire de la navigation de Polybe eſt qu'elle n'a point été au delà de la Côte Occidentale d'Afrique: car il dit au Livre III. Chap. 37. de ſon hiſtoire, que „ comme perſonne de ſon „ tems ne pouvoit aſſurer ſi l'Ethiopie dans laquelle ſe joignoient l'Aſie „ &

„& l'Afrique, étoit une ſuite du Continent qui s'étendît de là vers le „Midi, ou ſi la Mer l'entouroit; de même on n'avoit aucune connoiſ„ſance de tout ce qu'il y avoit entre le Tanaïs & Narbonne.“ D'où l'on peut inférer qu'il n'avoit pas même pouſſé ſa navigation juſqu'au Cap de Bonne-Eſpérance, ni même juſqu'au Cap Verd, après lequel le Continent de l'Afrique va toujours en diminuant juſqu'au Cap de Bonne-Eſpérance qui en fait l'extrémité; de ſorte que comme par cette raiſon la Mer y va toujours en s'aggrandiſſant, il lui auroit été facile de juger qu'elle finiroit par ſurmonter tout à fait le Continent & par conſéquent à l'iſoler, ce qui en feroit trouver le bout. Au même Livre Chapitre 57, Polybe en parlant de ſon devoir d'hiſtorien, ajoute: „Quelques-uns demanderont peut-être pourquoi ayant beaucoup par„lé de différens lieux ſitués en Afrique & en Eſpagne, nous n'avons „rien dit du Détroit qui eſt aux Colonnes d'Hercule, de la Mer exté„rieure & de ſa nature, des Isles Britanniques, de la fabrique de l'é„tain & des métaux d'or & d'argent d'Eſpagne; ſujets ſur leſquels on „dit quantité de choſes qui ſe contrediſent. Pour nous, nous les „avons paſſées ſous ſilence, non pas pour avoir cru qu'elles apparte„noient peu à l'hiſtoire; mais en premier lieu afin de n'être pas obli„gés d'interrompre notre narration, & de faire perdre le fil de l'hiſtoi„re à ceux qui s'attachent à ſuivre les faits; & en ſecond lieu, parce „que nous avons réſolu de parler de toutes ces matieres, non par-ci „par-là ni en paſſant, mais ſéparément, en tems & lieu convenable, „& que nous ferons tout notre poſſible pour les expliquer ſelon la vé„rité.“ Et enſuite au Chapitre 58: „Nous dirons pourquoi cette „partie de l'hiſtoire a le plus beſoin d'être remaniée de nouveau, & „rapprochée de la vérité. Car comme la plûpart des hiſtoriens, pour „ne pas dire tous, ont tâché de décrire les parties les plus reculées „du Monde connu, la nature des lieux & leur ſituation; & que la plû„part auſſi ſont tombés dans beaucoup d'erreurs, on ne doit point les „paſſer ſous ſilence; il faut les réfuter, non ſimplement en paſſant & „en peu de mots, mais au long & tout exprès; & les réfuter néan„moins ſans blâmer les auteurs ni leur en faire des reproches, méri-

„tant

Digitized by Google

„tant plutôt qu'on les loue en corrigeant ce qu'ils ont ignoré, & qu'on „leur faſſe la juſtice de croire qu'ils auroient eux-mêmes corrigé & „changé pluſieurs choſes dans leurs écrits s'ils avoient vécu juſqu'à nos „jours. Car dans les tems reculés vous trouverez peu de Grecs qui „ayent entrepris de ſe procurer avec tout le ſoin néceſſaire la connoiſ„ſance des extrémités de notre Globe, parce que toute commodité leur „manquoit pour cela, en ce qu'il y avoit de trop grands périls ſur „les Mers pour les navigateurs, & qu'il n'y en avoit gueres moins „pour ceux qui voyageoient par terre. Que ſi quelqu'un pouſſé par „la néceſſité, ou même de ſon plein gré, étoit allé au bout du monde, „il n'en auroit pas été plus avancé, car il y a mille choſes dont on ne „peut pas être ſpectateur, parce que quantité de lieux ſont barbares, „d'autres deſerts; & pour celles qu'on a vues, il eſt bien difficile de „les connoître, faute de ſavoir les langues. Que ſi quelqu'un au con„traire avoit connoiſſance des lieux, la plus grande de toutes les difficul„tés étoit de trouver un de ces voyageurs qui eût aſſez de modeſtie & „de bonne foi pour écarter avec mépris les fictions de prodiges & de „choſes ſurnaturelles, pour préférer la vérité au menſonge, & pour „raconter ce qu'il avoit vu ſans y rien ajouter du ſien. Comme donc „dans les ſiécles reculés la vraie connoiſſance de ces choſes ne pouvoit, „je ne dirai pas, ſans difficulté, mais même abſolument point s'acquérir: „ſi les auteurs ont commis quelques omiſſions ou quelques fautes con„tre l'exactitude, ils méritent moins d'être cenſurés que d'être loués & „admirés pour avoir ſu ce qu'ils ont ſu dans un tel tems, & préparé „la voye à ceux qui ſont venus après eux. Mais, quant à notre ſiécle, „depuis qu'Alexandre a conquis l'Aſie, l'Empire des Romains a fait „connoître à tout le monde les autres parties de la Terre, ſurtout lors„que ceux qui étoient chargés des affaires publiques, ſe trouvant quel„quefois de loiſir, rencontroient des occaſions favorables pour être „exactement inſtruits de ces choſes. Il eſt donc naturel qu'on les ſa„che aujourd'hui mieux & avec plus de vérité que quand on les igno„roit. C'eſt ce que nous tâcherons de montrer lorſque l'occaſion ſe „préſentera de diſcourir ſur ces matieres dans cet ouvrage, & nous „de-

Digitized by Google

„demanderons l'attention de ceux qu'elles intéreſſent, pour qu'ils en „prennent une parfaite connoiſſance. Car lorſque nous nous ſommes „expoſés à tous les dangers & les travaux qu'il nous a fallu ſurmonter „dans notre voyage d'Afrique, d'Eſpagne, de la Gaule, & de la Mer „extérieure, dans les endroits où elle baigne les Côtes de ces Pays-là, „notre principal but a été de corriger les Anciens, à qui ces régions „n'ont pas été bien connues, & en même tems de découvrir aux Grecs „ces parties de notre Globe."

C'eſt tout ce que j'ai trouvé dans Polybe, de relatif à ſa navigation. Il eſt à croire qu'il en avoit fait la relation ſoit dans quelque Livre ſuivant, ou peut-être dans un ouvrage ſéparé, puiſque Pline en parle comme s'il l'avoit lue. Mais tout ce qu'avoit écrit Polybe étant perdu à l'exception des cinq premiers Livres de ſon Hiſtoire & de quelques morceaux des douze Livres ſuivans, dans leſquels cette relation ne ſe trouve point, il y a toute apparence qu'elle a auſſi péri; ce qui eſt d'autant plus fâcheux que Pline eſt le ſeul des Anciens qui l'a connue, & que ce qu'il a dit de ſa navigation ſe réduit preſque à rien.

VII. *Navigation, d'un Marchand Eſpagnol, vers l'an du Monde* 3917, *& avant l'Ere Chrétienne* 118.

L. Cœlius Antipater Hiſtorien Latin aſſûroit, à ce que dit Pline dans ſon Hiſtoire, Livre II. Chap. 67, qu'il avoit connu un Marchand qui alloit commercer d'Eſpagne juſqu'en Ethiopie. Cœlius étoit contemporain des Gracques, comme on le voit dans Valere Maxime Livre I. Ch. 7. §. 6; ce qui m'a ſervi à fixer l'époque de la navigation de cet Eſpagnol. Mais l'Hiſtoire de Cœlius étant perdue, nous ne ſavons de cette navigation rien de plus que ce qu'en dit Pline.

VIII. *Navigation, faite par Eudoxe du tems de Ptolemée Lathurus Roi d'Egypte, vers l'an du Monde* 3946, *& avant l'Ere Chrétienne* 89.

Cornelius Népos, dont nous avons les Vies des grands Capitaines Grecs & Romains, avoit fait pluſieurs autres ouvrages qui ne ſont

point

Digitized by Google

point venus juſqu'à nous. C'étoit dans quelqu'un de ces ouvrages perdus, qu'il avoit parlé de la navigation dont j'ai à traiter ici, de ſorte que la mémoire en auroit péri avec eux, ſi Pomponius Mela, & après lui Pline, ne nous l'euſſent conſervée.

„Au tems de nos peres, dit Mela, un certain Eudoxe fuyant „Lathyrus Roi d'Alexandrie, ſortit du Golphe Arabique & vint par „l'Océan, comme Népos l'aſſure, juſqu'à Gadès . . . Sur cette „route il y a des Peuples qui connoiſſoient ſi peu le feu avant l'arrivée „d'Eudoxe, & à qui ſon uſage fit tant de plaiſir, qu'on les voyoit em„braſſer les flammes & mettre dans leur ſein des matiéres ardentes juſ„qu'à ce qu'ils ſentiſſent qu'elles leur faiſoient du mal."

Voici ce que dit Pline dans ſon Livre II. Chapitre 67: „Népos „Cornelius rapporte qu'un certain Eudoxe qui vivoit de ſon tems, fuyant „le Roi Lathyrus, ſortit du Golphe Arabique, & navigea juſqu'à Ga„dès." Au Livre VI. Chapitre 30. il ajoute: „Avant Ptolemée Lathy„rus Roi d'Egypte, il y avoit des Peuples à qui l'uſage du feu étoit „inconnu."

Ptolemée *Lathyrus* ou *Lathurus*, qui avoit auſſi le ſurnom de *Soter*, fut détrôné l'an du Monde 3934, & avant l'Ere Chrétienne 101. Mais ayant remonté ſur le Trône 12 ans après, tous ceux qui avoient contribué à ſa dépoſition n'eurent garde de s'expoſer à ſes reſſentimens: & comme il y a apparence qu'Eudoxe étoit du nombre, voilà ce qui m'a engagé à prendre pour l'époque de ſa navigation l'année du rétabliſſement de Ptolemée.

IX. *Navigation, de pluſieurs Indiens, l'an du Monde* 3973, *& avant l'Ere Chrétienne* 62.

Les trois anciens auteurs qui nous ont fourni des lumieres ſur la navigation précédente, ſont ceux qui nous en fourniront encore ſur celle-ci: je parle de Cornelius Népos, de Pomponius Mela & de Pline.

Ce que le premier a dit de cette derniere navigation étoit apparemment une ſuite de ce qu'il avoit dit de l'autre, car ni l'une ni l'autre ne

Digitized by Google

ne ſe trouvant dans ce qui nous reſte de cet auteur, il eſt à croire que ces deux navigations étoient dans le même ouvrage, qui comme j'ai déja dit eſt perdu. Mais, graces aux deux auteurs ſuivans qui ont profité de cet ouvrage lorsqu'il ſubſiſtoit encore, ils nous ont mis en état de ſavoir aſſez préciſément ce que Népos avoit écrit.

Le rapport qu'en fait Pomponius Mela ſe trouve au Livre III. Chap. 5. de ſa Coſmographie Latine déja citée. Il ſuffira d'en donner ici fidélement la traduction. „On a douté autrefois de ce qu'il y „avoit au delà de la Mer Caſpienne, ſi c'étoit le même Océan, ou „une terre infeſtée par le froid, non entourée d'eau, & d'une étendue „ſans bornes. Mais outre que les Phyſiciens & Homere ont dit que „tout le Globe de la Terre étoit environné de la Mer, Cornelius „Népos, plus récent & par conſéquent d'une autorité plus ſûre, a dit „auſſi la même choſe. Il en cite pour témoin Q. Metellus Celer, com„me l'ayant ainſi rapporté, aſſurant que quand il préſidoit dans les „Gaules en qualité de Proconſul, le Roi des Suéves lui avoit fait pré„ſent de pluſieurs Indiens; & que leur ayant demandé d'où ils étoient „venus en ces terres, il avoit reconnu que la violence des tempêtes les „avoit amenés des Mers Indiennes, & qu'ayant fait ce grand trajet, ils „avoient pris terre aux Côtes de la Germanie."

Pline rapportant le même fait après Mela, ne l'a point copié, comme on pourroit le croire, puiſqu'il commence par nous apprendre que l'ouvrage de Népos d'où il l'a tiré, traitoit de la Géographie, ce que l'autre n'avoit point obſervé. Voici la traduction de ſon paſſage qui eſt au Livre II. Chap. 67: „Le même Népos, au ſujet de ce qui envi„ronne le Septentrion, rapporte que Q. Metellus Celer qui fut Colle„gue de C. Afranius dans le Conſulat, mais qui pour lors étoit Procon„ſul de la Gaule reçut du Roi des Suéves en préſent des Indiens, qui „navigeant depuis l'Inde pour cauſe de commerce, avoient été entraî„nés par les tempêtes juſqu'en Germanie. Ainſi les Mers entourant „de tous côtés le Globe qu'elles diviſent, nous enlevent une partie du „Monde, & il n'y a point de chemin ouvert ſoit d'un côté ſoit de l'autre."

Nous

Digitized by Google

Nous avons dans l'Hiſtoire de notre Académie pour l'année 1745, un Mémoire de feu Mr. Pelloutier qui traite préciſément de la navigation dont il s'agit. Il y donne une explication très-ſatisfaiſante du paſſage de Mela. Il prouve 1°. Que *Metellus Celer*, qui fut Conſul avec Afranius l'an de Rome 694, c'eſt à dire l'an du Monde 3975 & avant J. C. 60, avoit été Proconſul des Gaules deux années auparavant, ſavoir l'an de Rome 692, qui étoit l'année après le Conſulat de *Cicéron*, & celle dans laquelle Rome eut pour Conſuls *D. Junius Silanus* & *L. Licinius Murena;* & qu'ainſi ce fut dans cette même année, c'eſt à dire l'an du Monde 3973, & avant J. C. 62. que *Metellus* reçut du Roi des Suéves les Indiens en queſtion.

2°. Il recherche qui étoit ce Roi des Suéves, & donne de très bonnes raiſons pour faire voir que ce n'étoit ni *Lindorme* Roi fabuleux des Goths, ni *Marobodnus* Roi très-réel à la vérité, mais antérieur tout au moins de 50 ans à *Metellus:* enfin il lui paroît fort vraiſemblable que ce Roi des Suéves étoit *Arioviſte*, qui ſe trouvoit depuis 10 ans dans les Gaules, où il avoit été attiré avec une armée de 15 mille Germains, par les Séquanois qui étoient en guerre contre les Eduens. Il dit que comme ce Roi faiſoit venir continuellement de nouveaux renforts d'Allemagne pour ſa défenſe, au point que quatre ans après lorſqu'il livra bataille à Jules Céſar, ſon armée montoit à 120 mille hommes; il eſt aiſé de conjecturer comment & à quelle occaſion les petits Rois d'Allemagne qui lui envoyoient de toutes parts des Troupes auxiliaires avoient pu lui faire parvenir en même tems les Indiens en queſtion, qui ayant échoué à l'embouchure du Rhin ou de l'Elbe avoient été réduits en ſervitude ſuivant le droit alors uſité parmi les Barbares. Il ajoute qu'Arioviſte ſouhaitant avec ardeur d'acquérir l'amitié des Romains, dont il n'ignoroit pas les diſpoſitions favorables à l'égard des Eduens, & qu'il ſentoit être les ſeuls auſquels il ne pût faire tête, c'étoit une raiſon ſuffiſante pour l'engager à faire préſent de ces Indiens au Proconſul des Gaules. Enſuite il convient que Jules Céſar ni les autres auteurs qui font mention d'*Arioviſte* ne l'appellent jamais Roi des Suéves, ni autrement que Roi des Germains; mais il prouve qu'il étoit effectivement du nom-

Digitized by Google

nombre de ces Germains qu'on appelloit *Suéves*, du mot Allemand *Schweiffen*, *être errant*, parce qu'ils n'avoient aucune demeure fixe, & que leurs uſages ne leur permettoient pas de ſéjourner plus d'un an dans une contrée, pour y habiter.

3°. Il examine enfin qui étoient ces Indiens, & il n'eſt du ſentiment ni de Mr. *Huet* qui les a pris pour des Norwégiens ou des Scritofinnes, ni de *Voſſius* qui les a crus des Marchands Bretons. Il dit que c'étoient de vrais Indiens, c'eſt à dire des Noirs ſelon la penſée de Mela; mais il ſoupçonne que ces Noirs étoient des Marchands qui venant de l'Afrique Occidentale pour commercer dans la Méditerranée par le Détroit, avoient été jettés par un violent vent de Sud dans la Mer d'Allemagne; & il fonde cette conjecture ſur ce que l'Afrique avoit ſes Indiens, c'eſt à dire des Peuples colorés, qui n'avoient pas les cheveux crêpus, mais longs, & tels ſont aujourd'hui les Abyſſins.

Nous n'avons rien à ajouter aux raiſons de Mr. *Pelloutier*. Elles méritent d'être lues dans ſon Mémoire: ainſi le Lecteur fera bien de ne s'en pas tenir au court extrait que j'en ai donné.

X. *Navigation, de pluſieurs Eſpagnols, l'an du Monde* 4038, *& le* 3. *de l'Ere Chrétienne.*

Pline eſt le ſeul qui parle de cette navigation. Au Livre II. Chapitre 67. de ſon hiſtoire, parlant du Golphe Arabique qui eſt la Mer Rouge, il dit que *Cajus Céſar*, fils d'Auguſte, commandant ſur cette Mer, y reconnut les pavillons de pluſieurs vaiſſeaux Eſpagnols qui y avoient fait naufrage: accident qui ne pouvoit être arrivé à ces bâtimens que parce qu'ils avoient fait le tour de l'Afrique, ſoit en ſortant de la Méditerranée par le Détroit de Gibraltar, ſoit en s'embarquant ſur l'Océan dans quelque Port de la Côte Occidentale de l'Eſpagne. Ce *Cajus Céſar* étoit le ſecond des fils de Vipſanius Agrippa & de Julie fille d'Auguſte; & il eſt appellé fils de cet Empereur comme ayant été adopté par lui. Il mourut dans l'Arménie la même année qu'il avoit vu ſur la Mer Rouge les débris de la Flotte Eſpagnole.

Il

Digitized by Google

Il ne m'eût pas été peut-être impoſſible d'étendre encore le fil de ces navigations & de les ſuivre juſqu'au tems * où les Portugais découvrirent le Cap de Bonne Eſpérance. On y auroit vu les Normands de Dieppe plus d'un ſiécle auparavant courir les Côtes d'Afrique, & même avoir déja des établiſſemens en Guinée, lorſque les Portugais n'avoient pas fait encore la moindre navigation du côté de l'Afrique. Mais comme j'ai touché cette matiere dans mon Hiſtoire de la Compagnie des Indes imprimée à Paris en 1738, je me contente d'y renvoyer le Lecteur.

* 1486.

CORRECTIONS A FAIRE

DANS LE MÉMOIRE PRÉCÉDENT.

Page 460		*au lieu de*	*Liſez*
Ligne 12.	l'an du Monde	3960.	3946.
	Et avant J. C.	75.	89.
Ligne 13.	l'an du Monde	3981.	3973.
Ligne 14.	Et avant J. C.	54.	62.

DIS-

Digitized by Google

DISCOURS
DU SÉCRETAIRE PERPÉTUEL. (*)

L'Hiſtoire de Brandebourg n'a point d'Epoque ſemblable à celle qu'on déſigne dans l'Hiſtoire de France par le tems des Rois Fainéans. En jettant les yeux ſur la vie & le gouvernement des Princes qui, depuis le premier Electeur de cette Maiſon, ont tenu les rênes de cet Etat, on verra qu'il n'y en a aucun qui n'ait fait ce qu'on pouvoit ſe promettre des conjonctures où il ſe trouvoit placé, & du degré de ſa puiſſance. J'oſe l'avancer ſans la moindre ombre de flatterie: on ne rencontre ailleurs aucune ſuite ſemblable de Princes intelligens, prudens, courageux, également reſpectables dans la bonne & dans la mauvaiſe fortune. Il ſemble que la Providence les ait préparés & placés tout exprès dans le tems où ils ont vécu, pour conduire par dégrez la grandeur & la gloire de la Monarchie Pruſſienne, au point où nous étions deſtinés à la voir parvenir.

Mais, Meſſieurs, (& je continuë à ſuivre les loix les plus exactes de la vérité, j'en appelle à votre conviction, j'en appelle à celle de l'Univers entier, je ſomme les Ennemis même de FREDERIC de joindre leur ſuffrage au nôtre) mais tous les Evénemens que notre Hiſtoire offre pendant l'eſpace de trois Siecles & demi, c'eſt-à-dire, à compter depuis l'année 1415 où Fréderic I. tige de la Maiſon aujourd'hui Royale de Brandebourg, parvint à l'Electorat; tous ces Evénemens réunis enſemble, & malgré les Exploits incomparables du Grand Electeur qui s'y trouvent compris, peuvent-ils être comparés avec ce qu'a fait en quatre Luſtres le Monarque qui vient de commencer la derniere année d'un demi-ſiecle de vie? Quel Tableau dans l'Hiſtoire & pour la Poſtérité que ce Regne & les merveilles qui y abondent à un tel point qu'elles ceſſent preſque de nous paroître telles! Pourra-t-on ſe perſuader ce dont nous ſerions tentés de démentir nos propres yeux?

Cha-

*) Lû dans l'Aſſemblée publique du 29 Janvier 1761.

Digitized by Google

Chacune de nos Assemblées solemnelles nous appelle à Vous retracer quelcun de ces coups éclatans & imprévus, qui tirent en quelque sorte la lumiere des ténebres, & la Victoire du sein des revers. Si la force supérieure des Ennemis leur donne de tems à autre des avantages qui semblent sur le point de les conduire à leur but, à l'entier écrasement de la Puissance Prussienne, FRÉDÉRIC, plus prompt que l'éclair, & plus redoutable que la foudre, paroit au moment qu'ils s'y attendent le moins, frappe, terrasse, les dissipe, les disperse, rétablit l'équilibre, & reprend même la supériorité sur quatre grandes Monarchies liguées contre lui. La Capitale est au pouvoir des Ennemis; spectacle douloureux & funeste, dont nous conservons un vif souvenir! Mais ne nous en reste t-il pas un autre, bien propre à effacer l'amertume du premier? Pourquoi ces ennemis qui avoient pris des aîles pour venir nous surprendre, en ont-ils pris de plus rapides encore pour s'éloigner de nous? Pourquoi les a-t-on vu fuïr, sans que personne les poursuivit? Nous avons été longtems à en découvrir la cause: mais elle étoit facile à conjecturer. FREDERIC s'avançoit; & ses premiers pas suffisoient pour jetter la terreur dans leur ame. Avoient-ils tort? Vous trouverez la réponse à cette question aux Champs de Torgau. Ce Prince, qu'on disoit entouré & enfermé par ses ennemis, également hors d'état de nous défendre & de se délivrer lui-même, franchit en leur présence l'espace qui le sépare des Etats qu'il vouloit protéger, & de ceux qu'il vouloit reconquérir: une formidable Armée semble enfin lui opposer une digue insurmontable, il l'attaque, il la détruit: il se repose actuellement sur ses Lauriers.

Puisse-t-il cependant, nous ne cesserons de réitérer ce voeu, jusqu'à ce qu'il soit accompli, puisse-t-il n'en plus cueillir! Puisse cette année du Jubilé de sa vie dans laquelle il entre, être un Jubilé réel pour lui & pour nous, l'année de la Paix, d'une Paix glorieuse & durable! Alors, & après avoir obtenu cette grace du Ciel, Nous lui en demanderons une autre, c'est que FREDERIC LE MAGNANIME, je ne connois point de titre qui convienne mieux à notre illustre Monarque, arrive dans la plus constante prospérité au second Jubilé, au Jubilé séculaire de sa glorieuse vie.

ELO-

Digitized by Google

ELOGE
DE
MONSIEUR ELLER. (*)

On a bien raiſon de dire qu'il n'y a point de joye pure. Quand cette vérité ne ſeroit pas fondée ſur une expérience générale & conſtante, ces jours ſolemnels nous en fourniroient une des preuves les plus frappantes. L'Académie s'y livre avec raiſon aux tranſports d'une vive allégreſſe, en conſidérant, tantôt la durée de la vie, tantôt celle du Régne de notre grand Monarque, comme la ſource la plus aſſurée de la félicité publique, & le gage le plus précieux de notre bonheur particulier. Mais, par une eſpece de fatalité, par la loi du ſort qui n'eſt autre choſe que la volonté infiniment ſage du Souverain Arbitre de nos Deſtinées, nous ne détournons les yeux de deſſus ces objets ſi attrayans, que pour les jetter ſur d'autres vraiment douloureux, & pour déplorer nos pertes qui ſe renouvellent & s'augmentent chaque année. Combien de dignes & d'utiles Membres de l'Académie n'a-t-elle pas perdu depuis l'époque de ſon renouvellement, depuis cette journée ſi brillante que nous célébrions il y a aujourd'hui dix-ſept ans? Il ſemble même que parmi ces pertes, il y en a eu auxquelles on ne devoit pas s'attendre ſuivant le cours ordinaire de la nature, pluſieurs excellens ſujets nous ayant été enlévés à la fleur, ou du moins dans la force de leur âge, & lorſque nous eſpérions d'en retirer encore les fruits les plus précieux. Si cette derniere conſidération n'eſt pas préciſément applicable à la perte dont nous allons vous entretenir, quoiqu'il eût été poſſible, & même conforme aux apparences, qu'elle eût encore été différée de quelques années, cette perte cependant eſt à tant d'autres égards ſi intéreſſante pour nous, qu'elle mérite toute notre

(*) Lu dans la même Aſſemblée.

Digitized by Google

tre ſenſibilité, & que nous n'en avons encore guéres fait d'auſſi douloureuſes. La ſimple expoſition des ſervices que Mr. ELLER a rendus aux Lettres & à l'Académie ſuffira, je ne dis pas pour vous en convaincre, perſuadé que vous êtes tous remplis de cette conviction, mais pour montrer à cet Auditoire combien nos regrets ſont fondés, & pour perpétuer dans le ſouvenir de la poſtérité l'idée d'un des Savans les plus dignes de ſon eſtime.

JEAN THEODORE ELLER DE BROCKHUSEN nâquit le 29 Novembre 1689 v. ſt. à Plœtzkau, dans la Principauté d'Anhalt-Bernbourg. Il fut le quatrieme fils de *Johſt Hermann Eller de Brockhuſen*, dont l'Epouſe étoit d'une ancienne famille de Livonie, nommée *Behm*. Il y a déjà quelques ſiécles que la famille *Eller* a été connue & poſſeſſionnée, en partie en Weſtphalie, en partie dans les Païs-Bas. On trouve même dans les Archives de l'Abbaye de Quedlinbourg, qu'un *Eller* a occupé un poſte honorable à la Cour de l'Empereur Henri l'Oiſeleur, qui le fit Chevalier. Ce qu'il y a de certain, c'eſt que pluſieurs de cette famille ont été dans le ſervice militaire avec diſtinction. Le Pere de M. ELLER étoit lui-même dans le cas, & n'avoit quitté les Troupes de Hanovre qu'à la Paix de Nimégue, pour ſe retirer dabord à Magdebourg, & enſuite à Plœtzkau, Baillage dont le Prince d'Anhalt lui avoit confié l'adminiſtration.

Le jeune ELLER reçut une bonne éducation. La premiere teinture des connoiſſances humaines lui fut donnée par des Précepteurs dans la maiſon paternelle. Il prit enſuite des leçons de M. *Eckart*, alors Recteur du Collége de Quedlinbourg: & ſe trouvant en état d'aller à l'Univerſité, il ſe rendit à celle de Jena en 1709. Il ſe deſtinoit à l'étude du Droit; & dans cette vûe, il s'attacha à Mrs. *Gerhard*, *Beck*, *Syrbius* & *Stolle*. Un penchant naturel s'oppoſoit à cette deſtination; les leçons mathématiques du vieux *Hamberger* le développérent: elles inſpirerent à M. ELLER le goût de la Phyſique, qui produiſit à ſon tour celui de la Médecine. On n'acquiert de véritable habileté, beaucoup moins d'habileté diſtinguée, que quand on cultive ſon talent: & ily

Digitized by Google

il y auroit beaucoup plus de ſujets recommandables, s'il n'y en avoit pas tant de déplacés.

Mrs. *Teichmeyer*, *Slevogt* & *George Wolfgang Wedel*, guiderent les premiers pas du nouveau diſciple d'*Eſculape:* mais il ſentit bientôt qu'ils ne ſuffiſoient pas pour le mener juſqu'au bout de la carriere académique. Outre que leurs leçons n'embraſſoient pas toutes les parties de cette vaſte ſcience, la plus compliquée peut-être & la plus inépuiſable de toutes, (ce qui, pour le dire en paſſant, devroit rendre mépriſables, & même puniſſables, ceux qui pratiquent la Médecine avec les connoiſſances les plus ſuperficielles,) outre cela, dis-je, il manquoit alors à Jena un ſecours des plus eſſentiels, c'eſt l'Anatomie, & ſurtout l'Anatomie réelle, ou les diſſections, qui ſont l'un des meilleurs Livres où le Médecin puiſſe apprendre à traiter des maladies, qu'il ne ſauroit guérir ſans connoître le corps où elles réſident. Après avoir reſté deux ans à Jena, M. ELLER le quitta pour paſſer quelque tems à Halle; mais, s'il y étendit & perfectionna ſes connoiſſances à d'autres égards, il n'y trouva pas encore ce qu'il deſiroit en fait d'Anatomie. Il ſe rendit à Leyde où l'appelloient en quelque ſorte par leur célébrité, Mrs. *Albinus* le vieux, le Profeſſeur *Senguerd*, & l'immortel *Boerhaave*. Le ſort de ces Meſſieurs n'étoit pourtant pas proprement l'Anatomie; & Leyde n'avoit alors dans ce genre qu'un vieillard de 80 ans, *Bidloo*, qui n'étoit plus en état de faire des démonſtrations publiques. C'eſt ce qui conduiſit, encore dans l'Automne de 1712. M. ELLER de Leyde à Amſterdam, où il trouva enfin ce que l'Europe avoit alors de plus diſtingué dans l'Anatomie & dans la Chirurgie, en la perſonne de M. *Rau* & dans l'admirable Cabinet du célébre *Ruyſch*. Il ſeroit ſuperflu de dire, avec quelle attention, avec quelle avidité, ces enſeignemens furent ſaiſis, & ces objets plutôt dévorés que conſidérés par M. ELLER, après une auſſi longue attente, & un deſir auſſi vif. Pendant ce tems là *Bidloo* mourut, & M. *Rau* fut appellé à remplir ſa place de Profeſſeur d'Anatomie à Leyde. M. ELLER lui étoit trop fortement attaché pour s'en ſéparer: il le ſuivit, & fit les diſſections publiques ſous lui en qualité de Proſecteur

juſ-

Digitized by Google

juſqu'en 1716. Il ſoutint au mois d'Avril de la même année une Théſe publique ſans Préſident, ſur la ſtructure & l'uſage de la ratte.

Après des études continuées ſi longtems & avec tant de ſoin, M. ELLER fit un tour dans les Provinces Septentrionales de la Hollan, & revint en Allemagne, pour s'y enterrer, ſi j'oſe ainſi dire, dans les Mines de la Saxe & du Hartz. Il n'ignoroit pas combien il importe à celui qui veut connoître la Nature, de l'étudier dans ſes cachettes les plus profondes, & de ſe faire de juſtes idées des richeſſes ſoûterraines & des opérations ſecrettes, qui ſervent de baſe à la Métallurgie & à la Chymie.

Pour ſe dédommager en quelque ſorte du tems qu'il avoit paſſé ſous la terre, M. ELLER ſe mit à en parcourir la ſurface, & commença ſes voyages. Autant qu'il eſt inutile de voyager, ſans avoir d'autre but que de pouvoir dire le reſte de ſa vie qu'on a parcouru telles & telles contrées, autant ces voyages ſont-ils eſſentiels à ceux qui, ayant acquis des principes, & un fond de connoiſſances, veulent voir les objets rares & les hommes célebres, de la vûe & du commerce desquels ils peuvent ſe promettre des avantages réels. Après avoir viſité Strasbourg, & y avoir entendu l'habile *Saltzmann*, M. ELLER entra en France, & ſe rendit par Montpellier & Lyon à Paris. Le nom de cette Capitale reveille celui d'une foule d'hommes célebres qu'elle nourrit toujours dans ſon ſein. Ceux à qui notre voyageur rendit les premiers hommages, furent Mrs. *Hecquet*, *Astruc*, *Helvetius*, *Juſſieu*, *du Verney*, & *Winslow*. Il ſe perfectionna ſous ce dernier dans l'Anatomie pendant un hyver entier. Tous ces ſavans virent en M. ELLER un ſujet digne de leur eſtime & de leur confiance, dont ils lui donnerent les marques les plus ſatisfaiſantes.

Quelques utiles que fuſſent leurs entretiens & leurs leçons, deux Ecoles plus inſtructives s'offroient à l'attention d'un homme qui n'aimoit à en croire que ſes yeux, & à ſe déterminer que d'après les directions de la Nature même. Ces deux Ecoles peuvent auſſi être appellées des Théatres perpétuels de toutes les infirmités humaines, où les

Digitized by Google

les maladies ſe préſentent ſous toutes leurs faces, & où l'art peut eſſayer ſur elles toutes ſes reſſources. On reconnoit à ces traits l'Hôtel Dieu, & l'Hopital Général, nommé autrement la Salpétriere. Mr. ELLER les fréquenta de la maniere la plus aſſidue; & cela le mit en liaiſon avec M. *de la Peyronie*, alors premier Chirurgien, Mrs. *Thibault*, *Morand* & *du Pont*. Il leur donna des preuves ſi frappantes de ſa dextérité dans les opérations chirurgiques, qu'ils lui permirent de faire ſur divers ſujets la ſection latérale qu'il avoit appriſe de ſon Maître, M. *Rau*, & dont il s'acquittoit auſſi bien que lui.

En cultivant une partie des talens qui font le grand Médecin, il ne négligeoit pas les autres. La Chymie ſur tout l'occupoit beaucoup; elle le fit connoître avantageuſement de Mrs. *Groſſe*, *Lemery*, *Bolduc* & *Homberg*; leurs Laboratoires lui furent ouverts, & ils n'eurent rien de réſervé pour lui dans un art où l'on ſe pique ſi ſouvent d'être myſtérieux.

Il ſeroit difficile à quiconque cherche à s'inſtruire de quitter la France, ſi l'Angleterre ne lui offroit pas une nouvelle moiſſon de connoiſſances. Ces deux Royaumes ſont depuis longtems dans une rivalité véritablement balancée à cet égard; plût à Dieu que jamais ils n'en eûſſent éprouvé d'autre, & que ce fût la ſeule application poſſible de ce Vers de l'Auteur de la Henriade:

Londres fut de tout tems l'émule de Paris.

Cheſelden, l'un des plus grands Opérateurs de ce ſiecle, venoit d'être appellé à Londres. M. ELLER brûloit du déſir de le connoître. Il fit le trajet de Calais dans la compagnie de Mylord *Peterbourough*, & ſéjourna quinze mois ſur les bords de la Tamiſe. Il vit *Cheſelden*, & ne fut pas moins ſatisfait des liaiſons qu'il contracta avec le Docteur *Mead*, Mrs. *Hanckewitz*, *Hawksbée*, *Douglas*, *Deſaguliers* & *Sloane*. Faut-il ajouter qu'il n'auroit pas cru, malgré tout cela, avoir vû l'Angleterre, s'il n'avoit ſalué & vénéré le grand *Newton*?

Il quitta Londres au mois de Janvier 1721, revint en Hollande, & ſans s'y arrêter, ſe rendit par Breme & Hambourg dans ſa Patrie.

A pei-

Digitized by Google

A' peine y fût-il arrivé que ſon Souverain, le Prince *Victor Frederic d'Anhalt-Bernbourg*, le déclara Médecin de ſa Cour, & Phyſicien, comme on parle en Allemagne, de ſa Réſidence, avec des Appointemens conſidérables. Cet établiſſement avantageux le fit penſer à un autre. Il ſe maria au mois d'Octobre avec Mlle. *Catherine Eliſabeth Burckhard*, de laquelle il eut pluſieurs enfans que la mort enleva tous en bas âge. La Mere les ſuivit en 1751.

Un Médecin de l'ordre de M. ELLER n'étoit pas fait pour paſſer ſa vie dans une ville auſſi peu conſidérable que Bernbourg. M. le Lieutenant-Général de *Stille*, inſtruit de ſa capacité, l'attira à Magdebourg: & l'ayant fait connoître au feu Roi de glorieuſe mémoire, l'engagea à faire pendant le cours d'un hyver, aux Chirurgiens d'Armée qui ſe trouvoient dans cette ville, des Démonſtrations anatomiques, dans un appartement de la Citadelle qu'on avoit adapté à cet uſage. M. ELLER s'étant très bien acquitté de cette tâche, fut appellé à la fin du mois de Fevrier 1724 à Potzdam, où S. M. lui ordonna d'aller donner des leçons, & faire des démonſtrations, dans le grand Théatre anatomique qui venoit d'être érigé à Berlin, le déclarant en même tems ſucceſſeur d'un Médecin hors de combat, Mr. le Docteur *Mentzel*, qui avoit été chargé de la garniſon & de la contrée de Magdebourg. Cet arrangement fut de courte durée. Le Roi, Prince doué d'une ſinguliere pénétration, & que le ſimple coup d'oeil décidoit ſouvent de la maniere la plus ſûre, avoit trop goûté Mr. ELLER pour l'éloigner de lui. Au bout de quelques mois, & avant la fin de la même année 1724, S. M. le déclara Conſeiller de la Cour, Profeſſeur du College Royal Medico-Chirurgique, qui venoit d'être fondé à Berlin, Doyen perpétuel du College Supérieur de Médecine, Médecin de l'Armée & du grand Hôpital de Fréderic. On comprend aiſément que ces Places réunies produiſoient des Appointemens proportionnés, & rendoient le ſort de M. ELLER très avantageux.

Il ſe montra digne des bienfaits d'un grand Monarque, en cherchant à les reconnoître par de nouveaux ſervices. Il s'étoit con-

vain-

Digitized by Google

vaincu dans le cours de ſes propres études, comme nous l'avons vû, que la meilleure Ecole du Médecin eſt le lit de ſes malades, pourvû qu'il y apporte l'eſprit d'obſervation & la ſagacité que demande un art où l'on tient entre ſes mains le fil des Parques. Il faut voir & bien voir, ou plutôt il faut avoir longtems vû & bien vû, avant que d'oſer dicter des arrêts de vie & de mort. Les maladies ſont des Protées; quiconque ne les a pas ſuivies dans toutes leurs métamorphoſes, fera des mépriſes honteuſes pour lui & funeſtes à ſes malades. M. ELLER dreſſa un Plan très avantageux à la Médecine pratique; le Roi l'approuva, & en confia l'execution à l'un de ſes Miniſtres, Mr. *de Katſch.* En vertu de ce Plan, on commença vers la fin de 1726 une fondation importante, qui parvint bientôt à ſon entiere conſiſtance, & qui, encore aujourd'hui, fait un honneur infini à ceux qui en ont conçu & réaliſé l'idée, c'eſt le grand Lazaret, dit *la Charité.*

Il ſeroit trop long de rapporter en détail tout ce que M. ELLER fit pour s'attirer de plus en plus la bienveillance de ſon Auguſte Maître, l'eſtime & la conſidération du public, la confiance de ceux qui lui demandoient leur guériſon, & la reconnoiſſance de ceux à qui il accordoit ſon ſecours. Il ne m'appartient pas d'apprécier les talens d'un grand Médecin, mais il me ſemble que la voix publique me diſpenſe d'inſiſter ſur ceux de M. ELLER. Il avoit réuni de bonne heure le ſavoir à l'expérience: & ce qui me paroit décider ſurtout de ſon mérite, il n'en étoit que plus circonſpect & plus prudent. Un Médecin hazardeux immole bien des victimes à l'éclat d'une ſeule cure brillante: il ne ſe met gueres en peine de groſſir le Nécrologe, ou le Martyrologe de ſes malades, pourvû qu'il arrive à ſes fins. M. ELLER alloit lentement & ſûrement: il ne penſoit qu'à guérir, & guériſſoit. Cette ſageſſe eſt bien néceſſaire à tous les Médecins, puis qu'aſſurément il n'y a point d'*ames viles:* mais elle l'eſt ſurtout à ceux qui répondent en quelque ſorte des jours les plus précieux, de ceux de leurs Maîtres & du ſalut de l'Etat qui y eſt attaché. Nous ne connoiſſons pas l'uſage barbare des Nations qui envoient le Médecin à la ſuite du Prince qui eſt mort entre ſes mains; mais cet uſage ſeroit-il

tou-

Digitized by Google

toujours un trait de barbarie? M. ELLER n'auroit couru aucun risque à cet égard: il ne pouvoit pas empêcher les Dieux de la terre de mourir, parce qu'ils ſont mortels: mais il a toujours été reconnu comme tout à fait propre à ſoutenir en eux la nature juſqu'au terme inévitable de ſa deſtruction. Auſſi avons nous vû le Roi défunt lui accorder la confiance la plus intime juſqu'à ſa fin, & malgré la certitude infaillible de cette fin prochaine. La Reine Mere a été dans les mêmes idées & dans les mêmes ſentimens: & toute l'Auguſte Famille Royale a penſé ſemblablement. Si l'âge de M. ELLER ne lui a pas permis d'être attaché à la perſonne du Roi dont la conſervation fait à préſent l'objet de nos voeux, il en a reçu des marques de bonté & des diſtinctions auſſi ſatisfaiſantes que glorieuſes. Aux titres & aux fonctions de premier Médecin du Roi & de la Cour, & de Médecin Général de l'Armée, que *Fréderic Guillaume* avoit conféré à M. ELLER en 1735. *FREDERIC* LE *GRAND* a joint en 1755. celui de Conſeiller privé, qui eſt le plus éminent auquel on puiſſe arriver dans cette carriere.

Laiſſons à préſent le ſavant Médecin, pour nous occuper du digne Académicien: rélation ſous laquelle l'illuſtre défunt nous intéreſſe beaucoup davantage. L'approbation bien méritée dont le feu Roi honora M. ELLER, engagea la Société des Sciences à faire une acquiſition qui lui étoit ſi avantageuſe à tous égards: & elle l'aggrégea au nombre de ſes Membres le 12. de Septembre, 1735. Il n'y a point d'Académie au monde à laquelle M. ELLER n'eût fait honneur: mais il faut convenir que la Société Royale avoit une double raiſon de lui donner ſon ſuffrage; elle avoit encore un beſoin plus preſſant de gens accrédités que d'habiles gens. Nous avons déjà eu plus d'une fois occaſion de parler de ſes tems nubileux: ils l'auroient peut-être été bien davantage, ſi M. ELLER n'eut paré plus d'une fois les coups fâcheux qui la menaçoient; & il avoit en cela l'avantage d'agir de concert avec le Miniſtre qui étoit revêtu du caractere de Protecteur de l'Académie, & dont nous avons fait, il n'y a pas longtems, l'Eloge avec l'effuſion de la plus vive reconnoiſſance. M. ELLER mérite de la partager, parce qu'ayant l'entiere confiance de ce Miniſtre, & un libre accès au Thrône

Digitized by Google

Thrône, il a toujours compté au rang de ſes premiers devoirs celui de rendre à l'Académie tous les ſervices qui dépendoient de lui. Le Roi le mit en droit & en ſituation de les redoubler, lorsqu'il daigna lui conférer la place de Directeur, à laquelle *M. Jablonski*, alors Préſident de la Société, déclara dans l'Aſſemblée du 27. Octobre 1735. que S. M. avoit jugé à propos de le nommer. L'Académie Impériale des Curieux de la Nature auroit oublié le nom qu'elle porte, ſi elle avoit négligé de s'aſſocier M. ELLER. C'eſt auſſi ce qu'elle fit au mois de Décembre 1738, en lui donnant, ſuivant l'uſage établi dans cette Compagnie, le nom d'*Euphorbe*.

Lorsque l'Académie vit ſucceder aux jours ſombres dont nous venons de parler, les jours les plus brillants, & qu'elle eût trouvé dans ſon Souverain même un Protecteur qui l'aſſocia, ſi j'oſe ainſi dire, à ſa gloire, M. ELLER ſeroit demeuré confondu avec les Académiciens ordinaires, s'il n'avoit eu dequoi s'en diſtinguer par d'autres endroits non moins honorables pour lui. Indiquons en le principe en un ſeul mot. M. ELLER aimoit l'Académie: il avoit pour elle une affection dont il ſeroit à ſouhaiter que les exemples fuſſent plus fréquens dans tous les Corps: & cette affection a été la ſource de l'aſſiduité conſtante avec laquelle il a fréquenté nos Aſſemblées, ſans que les progrés de l'âge, ni le nombre de ſes occupations, ayent pu l'en détourner, non plus que du ſoin qu'il a pris de nos affaires oeconomiques, & de la régularité avec laquelle il liſoit des Mémoires, qui ſont un des principaux ornemens de nos Volumes. Je n'ajouterai qu'un mot là deſſus: il vaut une démonſtration. Nous nous ſouvenons tous combien M. *de Maupertuis* aimoit l'ordre & exactitude: nous pouvons retrouver ſes principes à cet égard dans le beau diſcours ſur les devoirs de l'Académicien qu'il nous addreſſa, & qui a été inſéré dans ſes Oeuvres. ... Il falloit un degré de perfection bien conſidérable pour remplir l'idée que notre Préſident s'étoit formée d'un véritable Académicien, & pour obtenir ſon approbation à pur & à plein. Or je l'ai vû plus d'une fois aller bien au delà de la ſimple approbation par rapport à Mr. ELLER, être pénétré, ſi je puis ainſi dire, de ſon mérite académique,

Digitized by Google

que, & ne pas trouver des expreſſions aſſez fortes, pour lui rendre toute la juſtice qu'il méritoit. Auſſi n'a-t-il ceſſé de lui donner les marques les moins équivoques de l'Eſtime la plus diſtinguée, & d'une véritable vénération.

A ce goût décidé & dominant pour l'Académie, M. ELLER joignoit un fonds de connoiſſances, qui le mettoit en état d'entretenir nos Aſſemblées ſur des ſujets intéreſſans & variés, qu'il traitoit en Maître. On peut ſans exagération le mettre au nombre des Savans univerſels: & s'il s'eſt attaché, comme il le devoit, d'une façon plus particuliere aux matieres qui étoient du reſſort de ſa profeſſion, il a ſouvent prouvé qu'il n'y en avoit aucune qui lui fût étrangere. Sa belle Bibliotheque ſuffiroit ſeule pour faire foi de ce que nous venons d'avancer: on y trouve un aſſortiment judicieux de ce qu'il y a de meilleur dans tous les genres; & l'on ſait que cette Bibliotheque n'étoit point l'ouvrage de l'oſtentation, mais qu'elle entroit dans le plan habituel de ſes occupations favorites. S'il y avoit quelque choſe qu'il aimât peut-être plus que les Livres, c'étoit les Curioſités naturelles, & les Inſtrumens de Phyſique expérimentale, dont il avoit auſſi formé une collection précieuſe. Il avoit en particulier la ſagacité, la dextérité, la patience, toutes les qualités néceſſaires, pour faire de bonnes obſervations & des expériences délicates: ſelon toutes les apparences il auroit été même beaucoup plus loin à cet égard, ſi ſa vie avoit été moins remplie qu'elle ne l'a été.

Cette vie, car il eſt tems de nous approcher de ſa fin, s'eſt étendue aux bornes ordinaires preſcrites par la Nature, au delà de ſeptante ans. M. ELLER étoit d'une conſtitution vigoureuſe, & qui s'eſt aſſés bien ſoutenue juſqu'au bout. Mais les meilleurs corps s'uſent, & s'uſent quelquefois plus vîte que des corps délicats, parceque ceux qui les poſſédent, comptant trop ſur leur force, ne les ménagent pas aſſez. La vie de M. ELLER avoit réuni le double inconvénient d'un travail fort appliqué, & de ce genre de diſſipation, auquel ne peut ſe ſouſtraire un homme connu & couru, que tout le Monde s'empreſſe

Digitized by Google

preſſe à recevoir chez ſoi, & à traiter de ſon mieux. Quelques indiſpoſitions qui ſe manifeſtoient dans les dernieres années, & qui devenoient plus fréquentes, ou plus longues, à meſure que ces années s'accumuloient, annonçoient le déclin, mais ne menaçoient pas d'une cataſtrophe auſſi prochaine. Soit bonté de tempérament, ſoit zéle pour l'Académie, nous avions le plaiſir de voir revenir M. ELLER avec le même empreſſement, & toujours le plutôt qu'il lui étoit poſſible, à nos Aſſemblées. Il aſſiſta encore à celle du Jeudi qui précéda ſa mort de trois jours. Le lendemain vendredi, après avoir diné chez un ami, il ſentit les premieres atteintes du mal auquel il a ſuccombé, & dont le ſiege étoit dans les inteſtins. Il ne tarda pas à faire le pronoſtic de ſon état d'une maniere auſſi ſûre qu'il avoit fait tant de fois celui de l'état de ſes malades. Il ne laiſſa pas d'employer les remedes ordinaires dans de ſemblables attaques; & il fut aſſiſté des conſeils éclairés & des ſoins affectueux d'un de ſes plus dignes Confréres, M. *Cothenius*, qui l'auroit arraché à la mort, ſi elle avoit voulu s'en deſſaiſir, mais qui lui rendit un office bien plus eſſentiel, en verſant dans ſon ame des conſolations & des ſecours ſpirituels qui acheverent de le diſpoſer à terminer une carriere honorable aux yeux des hommes par une mort agréable à Dieu & ſalutaire. Mr. ELLER mourut donc, pour ainſi dire, entre les bras de ce ſage ami, & entre ceux d'une Epouſe auſſi tendrement chérie que digne de l'être, Mlle *Henriette Catherine Reſen*, qu'il avoit épouſée en ſecondes nôces en 1753, & qui a comblé de douceur les dernieres années de ſa vie.

Il paroit ſuperflu de tracer à préſent le caractere d'un Homme qui a ſi bien ſervi le Roi, le Public & l'Académie. Une pareille conduite ſuppoſe néceſſairement des principes capables de la produire: & ces principes ſe trouvoient en effet en M. ELLER. Mais, comme les éloges ſont d'autant plus dignes de créance, qu'on ne les fait pas ſans reſtriction, & que les ombres entrent néceſſairement dans la compoſition des plus beaux Tableaux, nous ne ferons pas difficulté de dire que M. ELLER joignoit aux qualités les plus eſtimables quelques uns

des

Digitized by Google

des défauts inſéparables de l'humanité. Au lieu d'en faire l'énumération, il ſuffira d'en indiquer la cauſe ou la ſource, c'eſt qu'il ſe laiſſoit aller avec trop de facilité aux premieres impreſſions d'un tempérament fort vif, & qu'on pourroit nommer tout à fait inflammable. Les plus grands Philoſophes ne ſont pas toujours maîtres de réprimer les ſaillies & les fougues d'une Machine dont l'impétuoſité du ſang accélere le jeu & les opérations. Avec cela un homme toujours occupé, & toujours diſtrait de ſes occupations, ne ſauroit ſe maintenir dans le calme qui accompagne les désoeuvrement ou la ſolitude. On a plutôt dit & fait certaines choſes qu'on ne les a vues & préméditées. De là donc des états momentanés, qu'il faut plutôt imputer au corps ou aux circonſtances qu'à l'ame & à une volonté déterminée. Je pourrois faire entrevoir à cette occaſion dans le lointain un nuage qui a obſcurci pendant quelque tems la ſérénité des jours de M. ELLER, & dont l'Académie a été affligée, parce que tout ce qui ſeme la déſunion dans un corps, tourne à ſon dommage, & diminue plus ou moins la conſidération à laquelle il prétend. Mais tous les procédés qui naiſſent de la paſſion, doivent être ſoigneuſement enſévelis dans la nuit d'un éternel ſilence. L'étude des ſciences & la recherche de la vérité ne ſauroient nous rendre infaillibles ni impeccables; il ſeroit ſeulement à ſouhaiter qu'elles nous rendiſſent meilleurs, & que nous les rapportaſſions conſtamment à ce but.

ELO-

Digitized by Google

ELOGE

DE

MR. LE COMTE DE PODEWILS. (*)

HENRI, COMTE DE PODEWILS, Miniſtre d'Etat, de Guerre & du Cabinet, Chevalier de l'Ordre de l'Aigle noir, Seigneur de Suckow, Haſenfier, Fredersdorff, Bollensdorff, Vogelsdorff, Janwitz, Lantow, Groſs & Klein Quæsdow, nâquit à Suckow en Poméranie, Terre appartenante à ſon Pere, & vint au monde le 3. d'Octobre v. ſt. 1695.

La famille de *Podewils* eſt une des plus anciennes & des plus illuſtres de la Poméranie. Tous les Hiſtoriens de cette Province en font foi, & s'accordent à dépoſer que les anciens Ducs de Poméranie, les Cours de Pruſſe, de Dannemarck & de Hanover, ont eu de tout tems à leur ſervice des perſonnes de cette famille, qui étoient des ſujets d'un grand mérite, & qui ont été employés dans les Charges les plus diſtinguées (**).

Nous ne faiſons pas ici leur Hiſtoire: ainſi nous ne croyons pas devoir remonter plus haut que l'Ayeul du Comte. Il ſe nommoit *Adam de Podewils*. Il montra beaucoup de zéle pour les intérêts de l'auguſte Maiſon de Brandebourg, avant la paix de Weſtphalie, & dans ces tems où la Poméranie, depuis la mort de ſon dernier Duc, *Bogislas* XIV. n'avoit pour ainſi dire, point de Maître, & où la Suéde fai-

(*) Lu dans l'Aſſemblée publique du 4. Juin 1761.

(**) Voyez *Micrælius* dans ſa Chronique de Poméranie, la *Pomerania Diplomatica* de Rango, Vockenius dans un Fragment qu'il a donné de l'Hiſtoire de Poméranie, le Traité de *variis rebus Pruſſicis* par *Hartknoch*, & l'Hiſtoire de *Frédéric Guillaume*, Electeur de Brandenbourg, par *Pufſendorff*.

Digitized by Google

faiſoit tous ſes efforts pour garder cette Province. Le grand Electeur le récompenſa de ſes ſervices, en l'élevant aux dignités de Conſeiller privé d'Etat, & de Préſident de la Chambre de Poméranie; poſtes qu'il a remplis avec honneur juſqu'au bout d'une carriere auſſi longue qu'illuſtre, ayant atteint ſa 84 année.

Henri de Podewils, frere d'*Adam*, mérite bien que nous faſſions une digreſſion en ſa faveur. Il tient un rang trop honorable dans l'Hiſtoire de ſon ſiecle, pour ne pas trouver place ici, comme l'un de ceux qui ont le plus contribué à l'illuſtration du nom qu'il portoit. Il avoit ſervi dès ſa premiere jeuneſſe ſous le fameux Bernard de Saxe-Weymar, après la mort duquel il entra dans les Troupes de France, & eut un Chef encore plus propre à former de grands Capitaines, l'immortel Turenne. Mr. *de Podewils* devint bientôt Brigadier, & enſuite Maréchal de Champ: titre auquel on joignit celui de Major-Général de la Cavalerie, qui n'a été uſité que cette ſeule fois dans le ſervice de France. Louis XIV le lui conféra par une diſtinction particuliere, en le comblant de pluſieurs autres bienfaits, & en lui accordant les Lettres de Naturaliſation. Il voulut même l'honorer du Bâton de Maréchal, & la Religion ſeule y mit obſtacle. Le généreux Guerrier refuſa un honneur qu'il ne pouvoit acquérir qu'aux dépens de ſa conſcience; mais comme la France entretenoit alors des liaſons étroites avec la Cour d'Hanover, il obtint de paſſer au ſervice de celle-ci en qualité de Lieutenant Général; ce qui ne fut qu'un échelon pour le conduire aux honneurs ſupremes de ſon métier, ayant été Maréchal-Général des Troupes Hanovriennes, Chef du Conſeil de Guerre, & Gouverneur de la Capitale.

Revenons à la tige de laquelle le Comte *de Podewils* étoit iſſu. Son Ayeul, que nous avons déjà fait connoître, hérita des biens de ſon frere *Henri*, & continua la branche de Crangen, une des plus conſidérables & des plus diſtinguées de la famille. *Adam* eut pour fils *Erneſt Bogislas*, né en 1651. Celui-ci fut dabord Chambellan de l'Electrice, & Capitaine des Gardes du grand Electeur, ſous lequel il fit

fit diverſes Campagnes dans les glorieuſes expéditions de ce Prince en Poméranie. Mais les inſtances de ſon Oncle l'attirerent au ſervice de Hanover. Ayant obtenu de ſon Maître la permiſſion d'y paſſer, il fut Colonel Commendant des Gardes du Corps de l'Electeur *Erneſt Auguſte*. Il ſe trouva en 1693 à la ſanglante bataille de Neervinde, & y fut bleſſé dangereuſement à la tête, tout à côté du Prince Electoral, depuis *GEORGE I.* Roi de la Grande Bretagne. Cette bleſſure l'obligea de quitter le ſervice, & de ſe retirer ſur ſes Terres en Poméranie, où il eſt mort en 1718. Il avoit épouſé Mademoiſelle *de Dewitz*, fille ainée du Lieutenant Général de ce nom, Gouverneur de Colberg, Colonel du Régiment du Corps Cavalerie, & d'un Bataillon d'Infanterie en Garniſon à Colberg.

C'eſt de ce mariage qu'eſt né HENRI, dont nous faiſons l'Eloge: & ce que nous venons de dire de ſon Origine fait voir qu'il a été dans le cas de ceux qui, ayant hérité d'un grand nom, bien loin de le ternir, en rehauſſent l'éclat. Le jeune PODEWILS fut très-bien élévé. Son Pere qui étoit dans l'opulence, avoit établi une eſpece d'Académie, dans celle de ſes terres où il faiſoit ſon ſéjour ordinaire. Des hommes d'Etat & de Guerre d'un mérite diſtingué, qu'on a vu ſortir de ce Lycée, en font ſuffiſamment connoître le prix. Tels ont été M. de *Maſſow*, le Miniſtre d'Etat, & Mrs. *de Kalſow* & *de Krockow*, le premier Lieutenant Général, & le ſecond Général Major.

M. DE PODEWILS, & ſon frere qui eſt à préſent Général-Major au ſervice de Sa Majeſté, ayant profité avec tout le ſuccés poſſible d'un Etabliſſement fondé pour eux, allerent continuer leurs études à Halle en 1714. Cette Univerſité avoit alors des Profeſſeurs très célebres, Mrs. *Thomaſius*, *Ludwig*, *Bœhmer* &c. Les deux freres y reſterent juſqu'en 1716, après quoi ils ſe rendirent à Leyde, où Mrs. *Vitriarius*, *Noodt*, *s'Graveſande*, Docteurs non moins renommés, les mirent en état de perfectionner leurs connoiſſances.

Après avoir épuiſé en quelque ſorte la ſcience des Univerſités, une ſcience plus vaſte, & vraiment inépuiſable, s'offrit à leurs recherches,

Digitized by Google

ches, la ſcience du Monde, & ſurtout celle de ce Monde politique, dont les Dédales tortueux échapent quelquefois aux connoiſſances les plus étendues, & à l'expérience la plus conſommée. Mrs. *de Podewils* ayant quitté Leyde en 1717, ſe rendirent à la Haye, & de là dans les principales Villes de la Hollande, pour ſe mettre au fait de tout ce qui concerne le Gouvernement de cette République, ſes Conſtitutions, ſes Loix, ſes forces, ſon Commerce, ſa Marine, en un mot pour découvrir les principes de cette proſpérité dont les fondements furent autrefois teints du ſang de ces Citoyens magnanimes qui délivrerent les ſept Provinces du joug d'une odieuſe tyrannie.

Vers la fin de la même année, nos jeunes Voyageurs entrerent dans les Païs-Bas. Ils ſéjournerent quelque tems à Bruxelles, parcoururent les villes & places fortes les plus remarquables des Provinces Eſpagnoles auſſi bien que de la Flandre Françoiſe, & arriverent au mois de Novembre à Paris. Cette Capitale qui réunit tant d'objets intéreſſants, les occupa juſqu'au mois de Juillet 1718; & même ayant fait alors le trajet d'Angleterre, où ils reſterent juſqu'en Septembre, ils revinrent encore à Paris, & ne le quitterent qu'en Novembre. Nous ne les ſuivrons point dans les différentes Cours qu'ils viſiterent enſuite; celle de Lorraine fut la premiere, il y paſſerent quatre ſemaines; puis ils virent Stuttgard & Munich, pour finir par Vienne, où leur ſéjour fut de ſix mois. Comme ils revenoient par Dresde en 1719, le Maréchal Comte *de Flemming*, leur parent, propoſa à M. DE PODEWILS l'ainé (*Henri*) d'entrer au ſervice de Saxe, & l'en preſſa même. Mais l'ame déjà vraiment patriotique de l'illuſtre défunt lui fit rejetter les offres d'un premier Miniſtre, & d'un favori, ſous les auſpices duquel il auroit pû ſe promettre un avancement conſidérable & rapide. Il remercia M. *de Flemming*, & ſe hâta de regagner ſa Patrie avec ſon frere, très ſatisfaits tous deux des agrémens qu'ils avoient goûté dans leurs voyages. En Angleterre, le Roi *GEORGE I.* qui avoit honoré leur pere d'une bienveillance toute particuliere, leur fit l'accueil le plus gracieux; & ils furent comblés de politeſſes par la Ducheſſe *de Kendal*, & par le

par le Baron *de Bothmar*, Miniſtre d'Etat pour les affaires d'Hanovre, dont M. *de Podewils* le pere avoit été fort particulierement connu. En France le nom du Maréchal, leur grand Oncle, pour qui l'on avoit eu l'eſtime la plus générale, fit que tout le monde leur témoigna de l'empreſſement & des attentions. C'auroit été l'occaſion la plus favorable pour de jeunes Seigneurs d'un caractere moins ſolide que le leur, de ſe livrer aux diſſipations, & de ſe laiſſer entrainer dans le tourbillon du grand monde; mais ils ne perdirent pas un inſtant de vue leur objet principal, toujours attentifs à ſonder les profondeurs du Gouvernement, à s'initier aux Loix & aux Conſtitutions du Païs, à acquérir de juſtes idées du Souverain, (& ſi celui qui occupoit alors le Thrône de France n'étoit qu'un enfant, le Duc Régent qui le repréſentoit, méritoit bien qu'on l'étudiât, & qu'on fut avide de pénétrer un des Princes les plus extraordinaires entre les mains deſquels l'autorité ſuprême ait jamais été dépoſée,) enfin à connoitre les principaux Miniſtres, les Finances, les Intérêts d'un Royaume qui figure depuis ſi longtems parmi les premieres Puiſſances de l'Europe. Ce ſont de ſemblables obſervations qui forment les hommes que la naiſſance, le génie, le goût & le talent, appellent à jouer dans la ſuite les premiers rôles dans le Cabinet de leur Maîtres; & dès ce tems là on peut dire que la vocation de M. DE PODEWILS étoit bien marquée.

Le pere de Mrs. DE PODEWILS étoit mort en leur abſence; de ſorte qu'immédiatement après leur retour, ils furent obligés de commencer par mettre ordre à leurs affaires domeſtiques. Etant venus enſuite à Berlin en Juillet 1719, ils furent préſentés encore dans le même mois au Roi défunt à Charlottenbourg par Mr. le Maréchal *de Grumbkow*. Le Roi les prit auſſitôt à ſon ſervice l'un & l'autre, l'aîné comme Chambellan avec ſéance dans le Commiſſariat Général d'alors, & le cadet encore vivant, comme Cornette dans le Corps des Gens-d'Armes. S. M. par une diſtinction peu commune, avoit donné à l'ainé immédiatement après la mort de ſon pere, & avant qu'il

en-

Digitized by Google

entrât dans aucune Charge, l'Ordre de la Généroſité que M. *de Podewils* le pere avoit eu.

A peine entré en fonction, M. DE PODEWILS fut envoyé en Baviere au commencement de 1720. Il étoit chargé d'une Négociation importante auprès de l'Electeur *Maximilien Emanuel;* & ſon coup d'eſſai, par un heureux préſage du brillant avenir qui l'attendoit dans cette carriere, fut accompagné d'un plein ſuccès. Le Roi, pour lui marquer ſa ſatisfaction, le nomma Conſeiller Privé de Guerre avec de bons appointements, & le fit rentrer dans le Commiſſarit Général. Au commencement de 1723, le Roi combina ce Commiſſariat avec le Directoire Général des Finances, de Guerre & des Domaines. Pluſieurs Membres des deux anciens Colleges furent placés ailleurs; & ce fut une diſtinction très gracieuſe que de demeurer dans le nouveau Directoire. M. DE PODEWILS eut cet avantage; mais ce fut en quelque ſorte à contre-cœur qu'il en profita, car il avoit tourné toutes ſes vûes du côté des affaires étrangeres, & ne comptoit de ſe trouver dans ſon élément que quand on l'appliqueroit à ce Département. Mais un homme éclairé & laborieux eſt difficilement déplacé; ſurtout quand il joint au talent le deſir de plaire à ſon Maître. M. DE PODEWILS ſe livra donc aux fonctions que le Roi lui impoſoit, avec autant d'application que ſi elles euſſent fait l'unique objet de ſes deſirs; & ayant été chargé de pluſieurs Commiſſions épineuſes du reſſort des Finances, il s'en acquitta de la maniere la plus ſatisfaiſante.

Il ſembloit que ce fut là le moyen de demeurer pour toujours attaché à ce genre d'occupations. Mais, ſoit que le Roi connût ſon inclination, ou plutôt qu'il démêlât ſon talent décidé, (& l'on ſait que jamais Prince n'a eu plus de pénétration que ce Monarque,) il l'achemina, quoique lentement, vers ſon objet favori. En 1724, il l'envoya à la Cour de l'Electeur de Cologne, où il eut encore le bonheur, ou pour mieux dire, l'habileté de réuſſir dans ſa négociation, & de con-

conclure une Convention qui étoit toute à l'avantage du Roi ſon Maître. De retour, il fallut à la vérité rentrer dans le Grand Directoire; mais ce fut avec la permiſſion de travailler aux Affaires étrangeres ſous le Maréchal *de Grumbkow*, qui comme Miniſtre de confiance, avoit pour l'ordinaire plus de part à la Direction de ces affaires, que les Miniſtres même du Cabinet. Par là M. DE PODEWILS entra dans le ſecret le plus intime de l'Etat, & profita d'une conjoncture auſſi favorable pour aller auſſi loin que devoient naturellement le conduire les excellentes diſpoſitions dont la Nature l'avoit doué à cet égard. Ses voeux furent accomplis en 1728; il ſe vit admis dans la ſphére politique pour n'en plus ſortir. D'abord il alla réſider de la part du Roi à la Cour de Dannemarc en qualité d'Envoyé Extraordinaire. Il ſe rendit avec le même caractere à Stockholm en 1729, & y reſta juſqu'à la fin de Septembre 1730. Le Roi l'ayant alors rappellé, le nomma Miniſtre d'Etat & du Cabinet au Département des Affaires étrangeres, à la place du feu Baron *de Knyphauſen*. Ses Collégues étoient le Maréchal *de Borck*, & M. *de Thulemeyer*.

Il ſe paſſa ſans doute des affaires importantes pendant les dix dernieres années de la vie de *FREDERIC GUILLAUME;* & M. DE PODEWILS ne ceſſa d'y avoir part. Mais elles ſont enſévelies dans le ſecret des Archives d'où il ne nous appartient pas de les tirer. Ainſi nous paſſons à l'Epoque de la mort de ce grand & ſage Prince, qui eſt en même tems celle où commence le glorieux Regne dont nous ſommes les témoins. Dès l'entrée de ce Regne M. le Maréchal *de Borck* tomba dans une maladie dont il ne releva pas, & M. *de Thulemeyer* fut enlévé par une mort ſubite. Ainſi M. DE PODEWILS ſe trouva ſeul Miniſtre du Cabinet à l'ouverture de la ſcéne d'événements la plus extraordinaire & la plus brillante dont l'Hiſtoire ait fourni des exemples, à l'entrée d'une Guerre qui a changé en quelque ſorte la face de toute l'Europe. Ici donc l'hiſtoire de ce Miniſtre ſe lie inſéparablement avec celle de cette Guerre, de nôtre ſiecle, & du grand

Mon-

Digitized by Google

Monarque qu'il a eu l'honneur de ſervir fidélement & glorieuſement juſqu'à ſon dernier ſoupir. Si nous voulions imiter pluſieurs Ecrivains, ou même agir à beaucoup meilleur droit qu'eux, nous ferions aiſément un Volume ſur les années qui nous reſtent à décrire; mais nous laiſſons ce droit à l'Hiſtoire, & nous nous renfermons dans les bornes ordinaires de ces Eloges Académiques.

Le Miniſtra accompagna d'abord ſon nouveau Souverain dans le voyage qu'il fit en Pruſſe pour y recevoir l'hommage de ce Royaume. Auſſitôt après leur retour, la mort de l'Empereur *Charles VI* donna de l'occupation à tous les Cabinets des Puiſſances Chrêtiennes. Les Droits inconteſtables de la Maiſon de Brandebourg ſur une grande partie de la Siléſie, firent éclater encore avant la fin de l'année une rupture & une guerre, qui s'eſt depuis renouvellée à deux repriſes, & qui dure encore avec la plus grande véhémence. Immédiatement après la Bataille de Mollwitz en 1741, Mr. DE PODEWILS eut ordre de ſe rendre auprès du Roi en Siléſie, il y demeura pendant le reſte de la Campagne, & l'année ſuivante il aſſiſta aux opérations dont la Moravie fut le théatre. Comme, pendant tout le cours de cette glorieuſe Guerre, il y eut des négociations importantes ſur le tapis, le Roi en confia uniquement le ſoin à ce Miniſtre. Il ſe ſervit auſſi de lui dans la Cérémonie d'éclat qui ſe fit à Breslau au mois d'Octobre 1741. Les Etats de la Siléſie convoqués dans cette Capitale de la Province, y rendirent hommage au Maître ſous la domination duquel ils étoient appellés à ſe ranger. Mr. DE PODEWILS par ordre du Roi les harangua au nom & en préſence de S. M. Pour le mettre en état de paroître d'une maniere plus brillante dans cette ſolemnité, & pour le récompenſer en même tems de ſes fidéles ſervices, le Roi lui avoit fait, peu de jours auparavant, la grace de l'honorer du grand Ordre de l'Aigle noir, & de l'élever à la dignité de Comte avec ſes freres & ſon neveu, auſſi Miniſtre d'Etat.

Digitized by Google

En Fevrier 1742, le Roi étant à Olmütz y manda Mr. DE PODEWILS, qui le ſuivit de là au quartier Général *de Selowitz*. Mais, lorsqu'au commencement d'Avril le Roi entra en Boheme avec ſon Armée, Mr. DE PODEWILS fut envoyé à Breslau, pour y entamer l'ouvrage ſalutaire de la Paix, de concert avec Mylord *Hyndford*, Miniſtre Plénipotentiaire de la Grande Bretagne, chargé pour lors au défaut d'un Miniſtre Autrichien des pleins-pouvoirs de la Cour de Vienne pour cet effet. Les Articles préliminaires furent ſignés le 11 de Juin 1742, & les deux Miniſtres eurent le bonheur & la gloire de conclure, & de ſigner également le Traité définitif de Paix à Berlin le 28 de Juillet la même année.

Il auroit été à ſouhaiter que des meſures auſſi ſages euſſent produit un repos durable. Mais le tour que ne tarderent pas à prendre les affaires, & ſurtout le deſſein que la Cour de Vienne avoit formé de détrôner l'Empereur *Charles VII* obligea le Roi de reprendre les Armes pour ſauver la liberté de l'Allemagne; & il recommença la guerre avec la Maiſon d'Autriche vers le mois d'Août 1744. Les ſuccès en furent auſſi éclatans que rapides. Deux Campagnes infiniment glorieuſes, trois grandes Batailles gagnées, tous les Ennemis du Trône Pruſſien humiliés, les Etats héréditaires du Roi de Pologne conquis, tout cela ne fut point capable d'éblouir un vainqueur généreux. Au faite des proſpérités elles ne ſervirent qu'à augmenter ſa modération. Le Roi donna la paix à ſes ennemis, il la dicta dans la Capitale de la Saxe: & cette paix ſera un monument éternel de ſon humanité & de ſa ſageſſe. La gloire dont cet événement rayonne, pour ainſi dire, de toutes parts, réjaillit ſur Mr. DE PODEWILS, comme ſur le digne Miniſtre d'un auſſi grand Roi. Appellé pour être à portée de ſaiſir les premieres ouvertures de négociation, il ſe rendit au commencement de Decembre 1745, peu de tems avant la bataille de Keſſelsdorff, à Bautzen, dans la haute Luſace; & le 19 du mois, il entra à la ſuite du Roi, dans la Ville de Dresde, où il ſigna encore au nom

Digitized by Google

nom du Roi la fameuſe Paix qu'on nomme de Dresde. Cette ſignature faite par le Miniſtre Pruſſien, & par ceux d'Autriche & de Saxe, ſe fit le 25 Decembre.

La tranquillité publique qui parut alors ſolidement rétablie, & tous les avantages qui marchent à ſa ſuite, donnerent à l'Etat une ſplendeur, & à tous les Citoyens une félicité, dont Mr. DE PODEWILS ſe trouvoit partagé d'une maniere proportionnée à ſon mérite, à ſon rang, & à ſes ſervices. Mais la condition humaine eſt en bute à trop d'accidents, pour qu'on puiſſe s'y promettre quelque choſe de ſtable. La ſanté de Mr. DE PODEWILS s'ébranla en 1748, & le dérangement fut aſſés conſidérable pour cauſer des allarmes. Cependant, comme ſon âge n'étoit pas encore avancé, & que le fond de ſa conſtitution étoit bon, il ſe rétablit, & s'étant remis à ſon travail ordinaire, il n'a ceſſé d'y vaquer juſqu'à la fin de ſa vie. Il a eu à la vérité l'avantage d'être ſecondé depuis 1751, par un digne Collegue, S. E. Mr. le Comte *de Finckenſtein*, Miniſtre d'Etat & du Cabinet, qui ſe trouve aujourd'hui à la tête du Département. Il n'eſt pas ſurprenant que la plus parfaite harmonie ait régné entre deux Miniſtres, dont la douceur, la ſageſſe, le zéle pour leur auguſte Maître, ont dirigé conſtamment toutes les demarches; mais il faut ajouter à la louange du défunt, que ſon eſprit inſinuant & conciliant l'a fait vivre conſtamment dans la même union avec tous les Miniſtres qu'il a plû au Roi de lui aſſocier. A' ceux qui ont déjà été nommés ci-deſſus, il faut joindre Mrs. *de Borck* & *de Mardefeld*.

Les événemens de la Guerre préſente n'ayant pu qu'être douloureux pour un Miniſtre de Paix, & l'ayant en même tems expoſé à quelques fatigues, en l'obligeant à changer de domicile dans un âge voiſin de la vieilleſſe, il eut en 1758 une attaque d'apoplexie; & quoiqu'il parut encore s'en remettre, on ſçait aſſés qu'après de pareils avertiſſements, le tems dont on jouit encore ne peut être regardé que com-

comme un répit. Auſſi une rechûte vint-elle le terraſſer à Magdebourg, où il étoit allé avec la Cour. Le 30 de Juillet 1760 fut le dernier jour de ſa vie: & il emporta au tombeau les regrets du Roi & de la Maiſon Royale, qu'il avoit ſi longtems & ſi dignement ſervi, ceux de ſes égaux avec qui il avoit toujours entretenu des liaiſons pleines de douceur, ceux de tout l'Etat intéreſſé à la conſervation d'un Miniſtre qui en étoit une des plus fermes colonnes, enfin les regrets publics des perſonnes de tout ordre qui avoient été à portée de le connoître, je dirois presque, de l'enviſager un inſtant.

En effet jamais perſonne n'a porté l'empreinte de la bonté, de l'affabilité, de la probité, d'une belle ame, & d'une grande ame, marquée plus diſtinctement dans tous les traits d'une phyſionomie agréable & impoſante. Il eſt aiſé à ceux qui ont été frappés d'une pareille vue de ne plus s'y méprendre, & de percer à travers ces fauſſes apparences de politeſſe & de cordialité, dont les Grands, & ſurtout les Politiques, tâchent de ſe revêtir. S'il eût été poſſible que quelcun, autrefois témoin des fameuſes négociations de *Mazarin* & de *Don Louis de Haro*, l'eût encore été de celles de Mrs. *de Podewils* & *Hindford*, il auroit bientôt reconnu combien la fauſſe politique differe de la véritable; il auroit été convaincu que la ruſe & l'artifice ſont l'écueil des Traités, au lieu que la candeur & la droiture en ſont la baſe.

Mr. DE PODEWILS réuniſſoit toutes les qualités qui font les grands hommes d'Etat: les lumieres, les talens, le zéle, l'application. Il aimoit le travail au delà de tout ce qu'on peut imaginer. Les Archives contiennent pluſieurs Volumes, tous de ſa propre main: & quand la poſtérité les conſultera pour en tirer l'hiſtoire de ce glorieux régne, les Mémoires *de Podewils* l'éterniſeront auſſi bien que ſes actions.

Les

Digitized by Google

Les Sciences & les Lettres en conſervent auſſi le ſouvenir: & le monument que je lui conſacre aujourd'hui, quoiqu'il ne réponde pas à la grandeur du ſujet, y contribuera peut-être. L'Académie, en joignant ſes regrets à tous ceux dont j'ai parlé, s'acquitte du devoir le plus juſte. Mr. le Comte DE PODEWILS a donné à cette Compagnie, & à la plûpart de ceux qui la compoſent, des marques précieuſes de ſon attachement & de ſa bienveillance. Il avoit la principale part à l'érection de cette Société qui précéda le renouvellement de l'Académie, & dont les aſſemblées furent comme l'aurore des brillantes journées dont nous avons été dans la ſuite témoins. Depuis ce renouvellement nous avons eu la ſatisfaction de le voir au milieu de nous, plus ſouvent qu'on n'auroit dû ſe le promettre de la part d'un Miniſtre auſſi occupé, & de l'y voir toujours venir avec un véritable air d'intérêt & d'affection. Ainſi la perte que nous avons faite n'eſt pas, comme dans quelques occaſions ſimplement celle d'un nom illuſtre qui décoroit nos liſtes; c'eſt celle d'un Académicien digne, ſi j'oſe ainſi m'exprimer, de ce titre, & par l'eſprit, & par le coeur.

Mr. le Comte DE PODEWILS avoit été marié deux fois: la premiere en Février 1721 avec *Charlotte Fréderique de Grumbkow*, fille ainée du feu Maréchal de ce nom. Cette Dame mourut le 15 de Janvier 1724 laiſſant un fils & une fille. Le fils, nommé *Fréderic Guillaume*, eſt mort en Siléſie à l'âge de 18 ans, Cornette dans le Corps des Gens-d'Armes. La fille, *Sophie Fréderique Albertine*, eſt mariée à Mr. le Baron *de Fürſt* & *de Kupferberg*, Préſident de la Chambre Souveraine de Juſtice (*). La ſeconde Epouſe du Comte fut *Sophie Henriette*, Comteſſe *de Schulembourg*, fille du Général-Major *de Schulembourg*, Seigneur de Lieberoſe & de Leuthen, qui avoit été au ſervice de Dannemarc, Gouverneur des Païs d'Oldembourg & de Delmenhorſt. Cette Dame mourut en 1750. De quatre

(*) Aujourd'hui Miniſtre d'Etat.

Digitized by Google

quatre fils, nés de ce mariage, l'ainé *Fréderic Henri* a précédé le pere, qui eut la douleur de le perdre à Magdebourg en 1759, étant déjà Conſeiller d'Ambaſſade; le ſecond *Charles Erneſt George* eſt actuellement dans le même poſte; le troiſieme *Guillaume Adam Otton* acheve ſes études, & le quatrieme *Fréderic Werner*, eſt Lieutenant des Gens-d'Armes. Une fille du ſecond lit, *Sophie Chriſtine Dorothée*, a pour Epoux Mr. *de Heſeler*, Conſeiller Privé d'Ambaſſade. Tant d'illuſtres rejettons ſoutiendront infailliblement la gloire du nom qui leur a été transmis, & fourniront à nos neveux la matiere de nouveaux Eloges.

ELOGE
DE
MONSIEUR BECMANN. (*)

BERNARD LOUIS BECMANN nâquit le 18 Janvier 1694, à Betnitz, Village ſitué près de Deſſau, où ſon pere *Jean Philippe Becmann* etoit Paſteur. Sa famille a des titres littéraires fort honorables, & qui valent bien ce qu'on nomme les Quartiers de Nobleſſe. *Fréderic Becmann*, ayeul de BERNARD LOUIS, a été un des ornemens de l'Univerſité de Francfort ſur l'Oder, où il rempliſſoit la Chaire de Profeſſeur en Théologie. Il avoit épouſé *Catherine Eleonore Bergius*, dont le pere *Jean Bergius* fut Chapelain des Electeurs *George Guillaume* & *Fréderic Guillaume*, ſi juſtement ſurnommé LE GRAND. *Chriſtian Becmann*, Biſayeul de notre Académicien, avoit été Surintendant, & Profeſſeur à Zerbſt: ſon épouſe *Chriſtiane Laſmann* étoit fille de *Jaques Laſmann*, Recteur de l'Ecole de Leipzig. Il ne nous reſte qu'à nommer la mere de Mr. BECMANN, *Marie Eliſabeth Reſe*, fille de *Chriſtian Reſe*, Sécretaire des Domaines du Prince *Jean George d'Anhalt*, dont l'Epouſe nommée *Brodtmann*, étoit de Zerbſt.

Mr. *Becmann* le pere mourut en 1703, & laiſſa ſa veuve chargée de quatre fils & d'une fille. Cette ſage mere leur donna une très bonne éducation. Ayant apperçu les diſpoſitions convenables aux études qui ſe trouvoient dans ſon fils BERNARD LOUIS, elle l'envoya d'abord au College de Deſſau, où il trouva d'habiles Maîtres dans la perſonne de Mrs. *Rindfleiſch* & *Stubenrauch*. Il avoit un puiſſant ſoutien dans la carriere des études en ſon grand oncle, *Jean Chriſ-*

(*) Lu dans la même Aſſemblée.

Digitized by Google

Chriſtophle Becmann, auſſi Docteur & Profeſſeur en Théologie à Franckfort ſur l'Oder. Ce fut par ſes avis que le jeune BECMANN entra dans le College de Joachim, où de tems immémorial l'amour des Lettres & celui de la vertu ont été inculqués par les perſonnes les plus propres à donner de bons préceptes & de ſalutaires exemples. Dirigé par Mrs. *Volckmann*, *Poſthius*, *Meyer*, *Naudé*, & par les autres Profeſſeurs de ce College, Mr. BECMANN y fit tous les progrès qu'on pouvoit ſe promettre d'un bon eſprit & d'une application ſoutenue. En 1713, il ſe rendit à Francfort ſur l'Oder pour y être initié aux ſciences qu'on enſeigne dans les Académies. Son grand Oncle, avec Mrs. *Rinck* & *Runckel*, prirent des ſoins particuliers de lui, & y furent encouragés par la maniere dont il en profitoit.

Dans ce tems là, Mr. *Wolff*, Eccléſiaſtique & Savant diſtingué de Hambourg, étoit occupé à la compoſition d'un ouvrage intitulé *Bibliotheque Hebraïque*, qui lui a fait beaucoup d'honneur. Il demanda à Mr. *Becmann* le Profeſſeur le Catalogue de tous les Livres Hébreux, & des ouvrages des Rabbins qui avoient été imprimés à Francfort. Mr. BECMANN l'Etudiant ſe chargea de le dreſſer, & s'en acquitta d'une maniere ſatisfaiſante.

Après avoir été auditeur de Mrs. *Weſenfeld*, *Weſtermann* & *Hermann* pour la Philoſophie, & de Mrs. *Strimeſius*, *Holtzfus*, *Andrée* & *Ouſéel* pour la Théologie. M. BECMANN ſe trouva en état de communiquer à d'autres les connoiſſances qu'il venoit d'acquérir, & il obtint en 1718 le poſte de Conrecteur du College de Cüſtrin, qu'il remplit pendant huit ans. Il y donna des preuves de ſa capacité qui engagerent les Directeurs du College de Joachim à lui offrir la place de Sous-Conrecteur que la mort du Sous-Recteur *Knebel*, & l'avancement du Profeſſeur *Salmuth*, laiſſoient vacante. M. *Elsner* l'inſtalla dans cette place le 27 Novembre 1726; & le nouveau Profeſſeur fit une Harangue inaugurale ſur les avantages que la Religion Chrêtienne a retirés de la Langue Latine. Depuis ce tems, Mr. BECMANN s'eſt conſacré presque tout entier aux fonctions de ſon emploi; & ſes ſervices

Digitized by Google

vices l'ont fait monter par dégrés aux places qui ont vaqué, ſavoir en 1734 à celle de Sous-Recteur qu'avoit eue Mr. *Salmuth*, & en 1753 à celle de Con-Recteur dont Mr. *Muzelius* avoit été en poſſeſſion.

Quoique de ſemblables poſtes ne laiſſent gueres de momens de loiſir, Mr. BECMANN ſçut en trouver, & les mettre à profit. L'étude des Antiquités de ſa Patrie eut des attraits pour lui: & il fit des recherches intéreſſantes dans ce genre. C'étoit une des occupations les plus propres à le faire déſirer dans nôtre Académie, où le Patriotiſme doit être à tous égards l'eſprit & le gout dominant. Les portes lui en furent ouvertes le 4 Juillet 1748. L'Académie des Curieux de la Nature lui fit le même honneur, ou lui rendit la même juſtice, en 1758. Ces diſtinctions ſont l'encouragement le plus efficace, & la récompenſe la plus précieuſe pour un homme de Lettres, qui, loin du monde & de toute intrigue, n'aime que ſes devoirs, & ne ſe plait que dans ſon Cabinet. Tel étoit l'eſtimable caractere de Mr. BECMANN: ſa vie ſimple & unie le rend d'autant plus digne de nos Eloges que, pour les obtenir, il s'eſt contenté de les mériter.

Les travaux ſcholaſtiques uſent le corps, ou du moins les corps qui ne ſont pas d'une trempe excellente. Celui de Mr. BECMANN a paru ſouffrir de ſes occupations habituelles; un aſthme fâcheux vint y apporter diverſes interruptions, & toutes les fois qu'il retournoit à ſon travail, ſon mal s'irritoit. L'empreinte de ces combats, & les ſignes d'une cataſtrophe prochaine, ſe montroient d'une maniere peu équivoque; en ſorte que, depuis quelque tems, nous ne pouvions gueres nous flatter de conſerver ce digne Confrere. Auſſi la mort l'a-t-elle enlevé le 3 de Decembre dernier (1760) par une attaque qui ne l'a tenu que deux jours au lit.

Le College de Joachim a fourni à Mr. BECMANN l'occaſion de faire imprimer quelques Programmes & des Harangues. Il en prononça une en 1730 ſur le Jubilé de la Reformation d'Augsbourg, & une en 1748 ſur la paix de Weſtphalie. Les Mémoires de notre Académie ont été enrichis de quelques unes de ſes Diſſertations. Il avoit

Digitized by Google

avoit entrepris une eſpéce d'Hiſtoire du Collége, qu'il auroit fait entrer ſucceſſivement dans un Recueil intitulé *Noctes Joachimicæ*, dont il n'a paru que le premier Volume.

Mais l'objet principal de ſon attention, & ce qui méritoit en effet de l'occuper, c'étoit une Hiſtoire de la Marche de Brandebourg, dans laquelle il s'étoit propoſé pour modele, l'Hiſtoire de la Principauté d'Anhalt, écrite avec beaucoup de ſuccés par ſon grand Oncle, *Jean Chriſtophle Becmann.* De pareilles tâches demandent des vies entieres; encore ces vies ne ſuffiſent-elles pas quelquefois pour le ſimple amas de matériaux. Mr. BECMANN répandit ſon projet en 1743, & il obtint de S. M. qui l'avoit honoré de ſon approbation tous les Ordres néceſſaires pour demander aux Magiſtrats, & aux Eccléſiaſtiques des Marches, les rélations & informations propres à contribuer à la perfection de cet ouvrage que l'Auteur intitula, *Deſcription de la Marche hiſtorique de Brandebourg depuis ſon origine.* Il en a paru deux Volumes, *in folio*, le premier en 1751, & le ſecond en 1755. Les troubles de la Guerre ont été un des principaux obſtacles à la publication des Volumes ſuivans.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Digitized by Google

Digitized by Google